

*Análisis Económico*  
Núm. 45, vol. XX  
Tercer cuatrimestre de 2005

# No linealidad en los mercados accionarios latinoamericanos

*(Recibido: mayo/05–aprobado: julio/05)*

*Arturo Lorenzo Valdés\**

## **Resumen**

Se evalúa la dinámica no lineal en los precios de los índices accionarios de Argentina, Brasil, Chile Colombia, México y Perú. Se utiliza un modelo de cambio de régimen (SETAR) con tres regímenes. La idea de estos tres regímenes es que existen inversionistas no informados que provocan una dinámica diferente para rendimientos grandes (positivos y negativos) y rendimientos pequeños (cercaos al equilibrio). Se encuentra que los modelos no lineales son estadísticamente más adecuados y presentan medidas de desempeño de ajuste y predicción mejores para los casos analizados.

**Palabras clave:** rendimientos de activos, dinámico no lineal, modelos SETAR.

**Clasificación JEL:** C22, G12, G15.

\* Profesor del Departamento de Contabilidad y Finanzas del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Ciudad de México (arvaldes@hesm.mx).

## Introducción

En econometría financiera, una de las áreas con mayor crecimiento es el estudio de la dinámica no lineal en los rendimientos de activos. Se ha observado ya que las series de tiempo financieras presentan un comportamiento errático, en el sentido de que observaciones remotas ocurren con gran frecuencia, además de que rendimientos grandes negativos se dan con mayor frecuencia que los rendimientos grandes positivos y estos últimos tienden a ocurrir en periodos de alta volatilidad precedidos por grandes rendimientos negativos. Lo anterior nos lleva a considerar modelos no lineales para describir los patrones observados en dichas series financieras.

En últimos años, el comportamiento temporal de los mercados de capitales en América Latina ha cobrado particular interés. Los mercados emergentes de esta región se han caracterizado por sus singulares marcos institucionales y regulatorios, así como por su volatilidad y altos rendimientos. La mayor parte de estudios empíricos enfocados en este tema se basan en modelos econométricos lineales en los parámetros, con implicaciones importantes en la estimación de precios de activos.

Existe un número importante de estudios empíricos sobre la hipótesis de eficiencia de estos mercados, *i.e.*, que los precios de los activos se comportan de acuerdo a una caminata aleatoria. Lo anterior significa que los agentes no pueden diseñar una estrategia de inversión que genere beneficios extraordinarios tomando en cuenta sólo el comportamiento histórico de los precios de los activos. En este caso, la mejor predicción que puede hacerse sobre el precio de un activo es el precio actual, es decir, la esperanza condicional del precio de mañana dado el precio actual es el precio actual. En este escenario, el único cambio en el precio debería ocurrir como resultado de nueva información.

Se dice que un mercado es eficiente con respecto a un conjunto de información si los precios reflejan toda la información disponible en ese conjunto. Esto implica que no existen oportunidades (de arbitraje) para obtener beneficios extraordinarios.

Es importante modelar la no linealidad encontrada en precios de activos para determinar si ésta tiene un elemento determinístico o predecible, lo que se podría traducir en una violación a la hipótesis de mercados eficientes.

Avances recientes en las técnicas de modelación no lineal han hecho posible probar y modelar procesos no lineales con un mayor grado de sofisticación. Los modelos más utilizados son los que suponen un comportamiento caótico. Estos modelos caóticos intentan identificar la dinámica no lineal de manera determinista, lo que implica cierto grado de predicción en el corto plazo. La evidencia

empírica de éstos lleva a conclusiones encontradas. Algunos autores sostienen que no hay evidencias de caos, mientras que otros llegan a corroborarla.

Además de los modelos caóticos, la no linealidad en precios de acciones se ha modelado con diferentes formas. Kanas (2001) y Qi (1999) utilizan redes neuronales, Schaller y van Norden modelos con cambio Markoviano, de régimen y Sarantis (2001) encuentra evidencia de modelos de cambio de régimen con transición suave (STAR). Shively (2003) encuentra evidencia de comportamiento no lineal de precios de acciones, utilizando un modelo de cambio de régimen con tres regímenes, cada uno de los cuales sigue una caminata aleatoria para los rendimientos.

Se han propuesto además, gran cantidad de modelos teóricos para explicar la no linealidad encontrada en los precios de activos. Brock y Hommes (1998) incorporan en su estudio agentes con creencias heterogéneas en un modelo de valuación de activos. Brock y Lebaron (1996) desarrollaron un modelo de creencias adaptativas y Lux (1995) explica la no linealidad con un modelo que incorpora el comportamiento de oídas.

McMillan (2005) examina la dinámica no lineal en mercados principalmente asiáticos utilizando un modelo STAR y considerando el comportamiento del inversionista no informado, que implica dinámicas diferentes entre rendimientos pequeños y grandes. En el presente documento estudiaremos dicha dinámica en mercados latinoamericanos pero considerando que los rendimientos extremos se comportan de manera diferente cuando son negativos con respecto a cuando son positivos. Mcmillan considera como razón de la presencia de dinámica no lineal la interacción entre dos tipos de agentes heterogéneos. Los primeros, que en este trabajo llamaremos inversionistas no informados, toman decisiones de compra y venta sin estar influenciados por la información disponible, actúan siguiendo tendencias y sobre-reaccionan generalmente a las buenas y malas noticias. Los segundos, que llamaremos inversionistas informados tienen como objetivo encontrar oportunidades de arbitraje para lo cual utilizan todo tipo de información.

El hecho de que operen inversionistas no informados implica que existen oportunidades de ganancias que surgen de la información privada de los otros agentes. Las actividades de los inversionistas no informados provocan que los precios traspasen ciertas barreras alrededor del equilibrio (Cootner, 1962), los cuales subsecuentemente desatarán oportunidades de arbitraje por parte de los inversionistas informados que llevarán nuevamente los precios al equilibrio. Esto es, los inversionistas informados sólo participan cuando las desviaciones del equilibrio son suficientemente grandes para que el arbitraje sea rentable.

Dicho de otra manera, la participación de los inversionistas informados depende de que los rendimientos, o su signo, sean lo suficientemente extremos para permitirles ajustarse a estrategias que generen grandes ganancias. Para que ello suceda, en este tipo de explicaciones del comportamiento financiero, los inversionistas no informados se ajustan en el corto plazo de manera excesiva a noticias nuevas en el mercado, de tal manera que cambios en los rendimientos excederán lo requerido por dichas noticias, pero con el resultado de que, en el largo plazo, existirá un regreso al equilibrio.

Sin embargo, si la creencia de los inversionistas no informados llega a ser aún más extrema antes de que estén sujetos a la corrección, esto proporciona una fuente de riesgo para los inversionistas informados (McMillan, 2005). Por lo tanto, el riesgo de un cambio de parecer en los inversionistas no informados debe ser considerado por los inversionistas informados y puede limitar la intención de llevar una posición contraria a los no informados. Esto supone que los inversionistas no informados son hoy pesimistas sobre un activo de tal modo que han conducido su rendimiento a la baja. Un inversionista informado que compra este activo necesita reconocer que los inversionistas no informados pudieran ser aún más pesimistas y llevar los rendimientos más abajo en el futuro cercano; si el inversionista informado tiene que liquidar su posición antes de que los rendimientos se recuperen, sufrirá una pérdida y el miedo a esta pérdida podría limitar la posición original del arbitraje. Inversamente, uno informado que vende en corto un activo cuando los inversionistas no informados han llevado los rendimientos al alza, puede inferir que estos últimos pudieron hacer mañana lo mismo y por lo tanto debe asumir una posición que tome en cuenta el riesgo de otras subidas cuando tiene que recomprar el activo.

Estos modelos sugieren que el comportamiento dinámico de los rendimientos es diferente según el tamaño de la desviación del rendimiento de equilibrio dando lugar a un comportamiento no lineal de los rendimientos.

El modelo que propone McMillan es capaz de capturar el comportamiento de los inversionistas no informados en el que la dinámica del mercado difiere para rendimientos pequeños y grandes. En nuestro caso, además, agregamos la discrepancia entre el comportamiento con rendimientos grandes positivos y rendimientos grandes negativos.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera. La sección uno presenta el modelo SETAR utilizado, la dos describe los datos utilizados y los resultados obtenidos, para finalizar con la sección de conclusiones.

### 1. Modelo

Para examinar la relación no lineal para los seis índices latinoamericanos se considera el modelo de cambio de régimen cuya transición depende del mismo rendimiento rezagado (Self-Exciting Threshold Autoregressive, SETAR).

$$r_t = \begin{cases} \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i} + u_t & \text{si } r_{t-d} \leq c_1 \\ \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i r_{t-i} + u_t & \text{si } c_1 < r_{t-d} \leq c_2 \\ \gamma_0 + \sum_{i=1}^p \gamma_i r_{t-i} + u_t & \text{si } r_{t-d} > c_2 \end{cases} \quad (1)$$

Donde:

$d$  = es el parámetro de retraso que indica el régimen en que se encuentra el activo.  
 $c_1$  y  $c_2$  = los parámetros de transición, es decir los umbrales que determinan cada régimen.

Esta situación lleva a tres regímenes con la restricción de que los regímenes externos tienen un comportamiento diferente, en contraste con el comportamiento idéntico en el modelo de McMillan. Este modelo captura entonces la dinámica diferente para rendimientos extremos (positivos o negativos) y rendimientos pequeños.

El término de perturbación,  $u_t$ , se distribuye normal con media cero y varianza constante.

Una alternativa para escribir este modelo es:

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i r_{t-i} + \left( \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} \right) I(r_{t-d} \leq c_1) + \left( \theta_0 + \sum_{i=1}^p \theta_i r_{t-i} \right) I(r_{t-d} > c_2) + u_t \quad (2)$$

donde  $I(A)$  es igual a uno si se cumple la condición  $A$  y cero en otro caso. Para que sean congruentes las ecuaciones (1) y (2), los parámetros en (2) deben ser  $\phi_i = \alpha_i - \beta_i$  y  $\theta_i = \gamma_i - \beta_i$  para  $i=0, \dots, p$ .

Para nuestro propósito, el modelo especificado es el siguiente:

$$r_t = \mu + \left( \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i r_{t-i} \right) I(r_{t-d} \leq c_1) + \left( \theta_0 + \sum_{i=1}^p \theta_i r_{t-i} \right) I(r_{t-d} > c_2) + u_t \quad (3)$$

La ecuación (3) captura el comportamiento de los inversionistas no informados caracterizado porque en él la dinámica del mercado difiere para rendimientos pequeños y grandes (de manera diferente) así como un comportamiento de ruido blanco con “drift” en los rendimientos (caminata aleatoria en los precios en logaritmos) cuando éstos no rebasan los umbrales.

Propiedades de este tipo de modelos se pueden encontrar en Tong (1990), Hanses (2000) y Franses y van Dijk (2000) entre otros. Estos modelos, en general, se estiman por mínimos cuadrados condicionales secuenciales. Este método consiste en encontrar los estimadores por mínimos cuadrados no lineales condicionados a los umbrales ( $c_1, c_2$ ) seguido de la minimización del error estándar menor con respecto a los umbrales. En la práctica se forma una cuadrícula con los distintos valores posibles de los umbrales y para cada caso se encuentran los estimadores por mínimos cuadrados no lineales y de todos los modelos estimados se elige el que posea la suma de los errores al cuadrado menor.

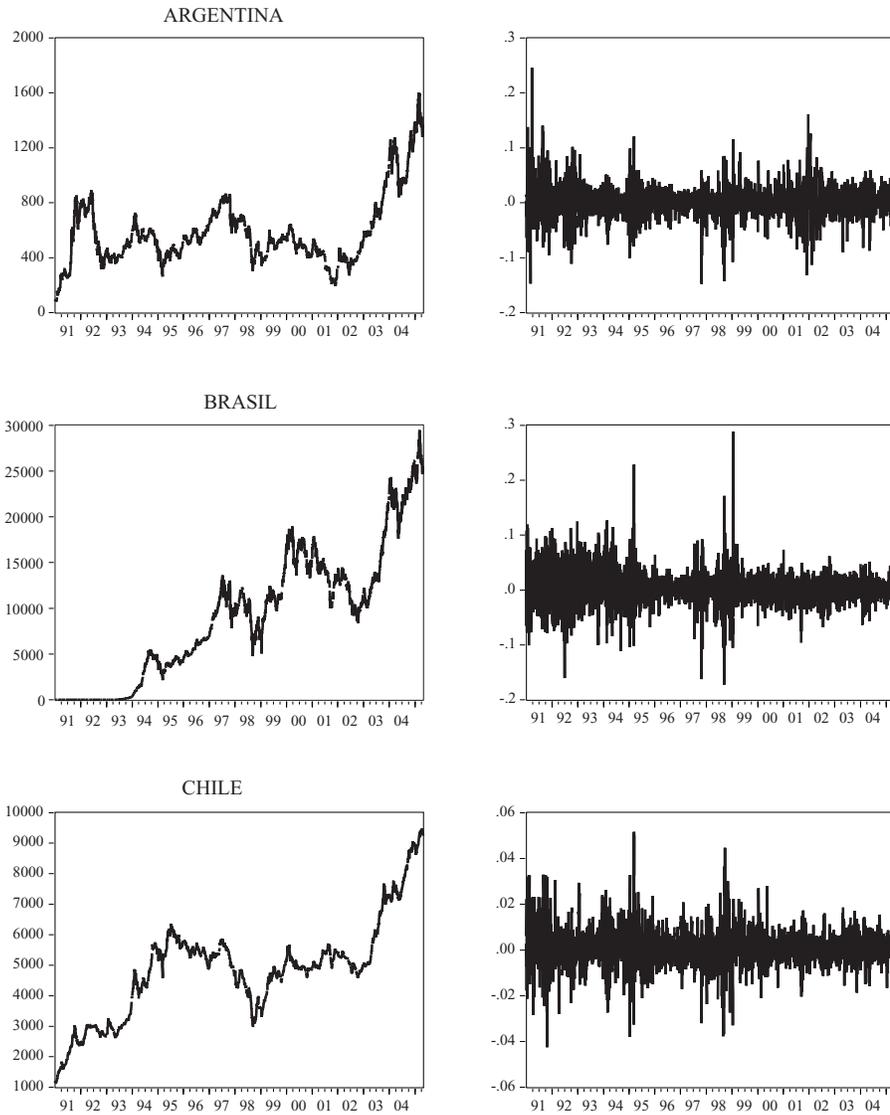
## 2. Datos y resultados

Los datos de nuestro estudio empírico consisten en precios de cierre diarios de los principales índices accionarios de Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Perú del 2 de enero de 1991 al 27 de abril de 2005. De la base de datos original se construyó el rendimiento continuo diario para cada una de las seis series de la siguiente manera

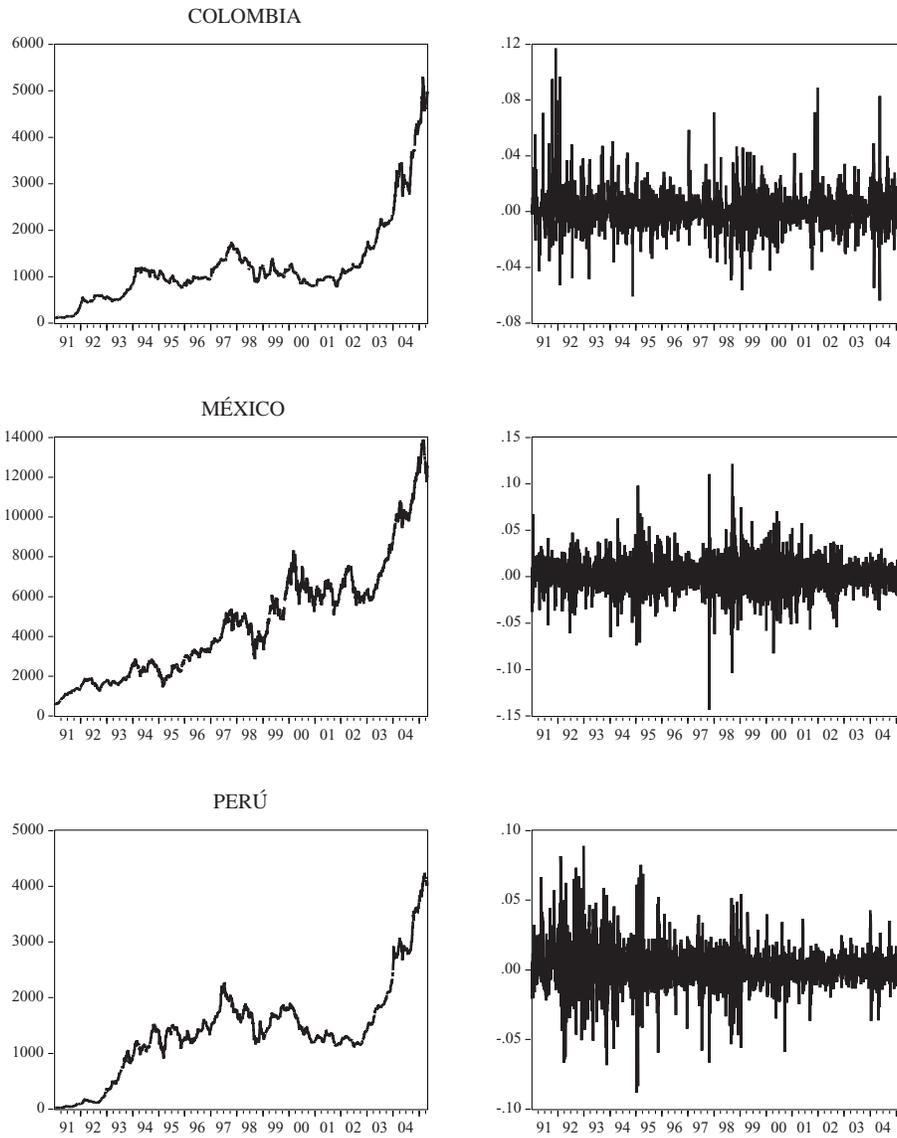
$$r_{it} = \ln P_{it} - \ln P_{it-1} \quad (4)$$

En las Gráficas 1 y 2 se representan los precios y rendimientos para cada país analizado.

**Gráfica 1**  
**Precios y rendimientos para Argentina, Brasil y Chile**



**Gráfica 2**  
**Precios y rendimientos para Colombia, México y Perú**



El Cuadro 1 presenta un resumen estadístico para cada serie de rendimiento.

**Cuadro 1**  
**Estadísticas descriptivas**

	<i>Argentina</i>	<i>Brasil</i>	<i>Chile</i>	<i>Colombia</i>	<i>México</i>	<i>Perú</i>
Media	0.000817	0.003608	0.000601	0.001116	0.000806	0.001373
Máximo	0.245917	0.288176	0.051587	0.117346	0.121536	0.089085
Mínimo	-0.147649	-0.172292	-0.042512	-0.063733	-0.143139	-0.088272
desv. estand.	0.026629	0.030565	0.007846	0.012369	0.016387	0.014082
Asimetría	0.281516	0.402471	0.198638	0.998022	-0.042843	0.381819
Curtosis	8.692723	8.258685	6.645329	12.396834	8.734578	8.553249
Observ.	3420	3392	3424	3248	3466	3440

Todas las series presentan un coeficiente de asimetría positivo (a excepción de México), lo que indica una gran proporción de rendimientos positivos grandes en comparación con los negativos. De la misma manera, todas las series presentan un exceso de Curtosis indicando la importancia de los rendimientos extremos.

A las seis series de rendimientos de los índices se le aplican las pruebas de Dickey-Fuller aumentada, Phillips-Perron y de Kwiatowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS) resultando ser estacionarias.

Antes de presentar la estimación de los modelos SETAR, se realizan las pruebas estadísticas de linealidad contra la alternativa de SETAR. Se utiliza un estadístico de razón de verosimilitud (Franses, van Dijk, 2000)

$$F(c_1, c_2) = T \left( \frac{SSR_0 - SSR}{SSR} \right)^a \sim \chi^2_{p+1} \quad (5)$$

Donde:

$T$  = es el número de observaciones.

$SSR_0$  = es la suma de los residuales al cuadrado en el modelo lineal.

$SSR$  = el equivalente en el modelo no lineal.

Hay que hacer notar que el estadístico se construye para cualquier valor de  $(c_1, c_2)$ . Al tomar los óptimos se debe considerar el supremo de la ecuación (5) sobre  $(c_1, c_2)$ , que no tiene una distribución estándar por lo que se emplean métodos de simulación (Hansen, 2000). En todos los casos se rechaza la hipótesis nula de linealidad.

El Cuadro 2 presenta los resultados de aplicar el proceso descrito en la sección anterior para construir el modelo de la ecuación (3).

**Cuadro 2**  
**Estimadores de parámetros con sus errores estándar**

	<i>Argentina</i>	<i>Brasil</i>	<i>Chile</i>	<i>Colombia</i>	<i>México</i>	<i>Perú</i>
<i>Modelos lineales</i>						
$\phi_0$	0.0005 (0.0005)	0.0036 (0.0006)	0.0006 (0.0002)	0.0012 (0.0004)	0.0008 (0.0003)	0.0015 (0.0003)
$\phi_1$	0.0967 (0.0285)	0.0564 (0.0278)	0.3511 (0.0299)	0.2953 (0.0333)	0.1191 (0.0330)	0.3895 (0.0323)
$\phi_2$	-0.0696 (0.0257)			0.0985 (0.0251)		-0.1079 (0.0280)
<i>Modelos no lineales</i>						
$\phi_0$	-0.0006 (0.0008)	0.0019 (0.0009)	0.0001 (0.0001)	0.0007 (0.0003)	0.0010 (0.0004)	0.0008 (0.0004)
$\phi_1$	0.1834 (0.0554)	0.1857 (0.0626)	0.4419 (0.0332)	0.3929 (0.0375)	0.1875 (0.0436)	0.4532 (0.0387)
$\phi_2$	-0.0408 (0.0336)			0.0699 (0.0295)		-0.0321 (0.0430)
$\theta_0$	0.0012 (0.0013)	0.0016 (0.0013)	-0.0031 (0.0016)	-0.0051 (0.0012)	-0.0034 (0.0009)	-0.0026 (0.0008)
$\theta_1$	-0.0929 (0.0679)	-0.1388 (0.0701)	-0.4075 (0.1402)	-0.4522 (0.1025)	-0.2101 (0.0743)	-0.0734 (0.0670)
$\theta_2$	-0.0477 (0.0504)			0.0544 (0.0515)		-0.2775 (0.0769)
$c_1$	-0.0042 (0.0015)	-0.0068 (0.0022)	-0.0066 (0.0034)	-0.0044 (0.0002)	-0.0030 (0.0004)	-0.0023 (0.0006)
$c_2$	0.0426 (0.0044)	0.0360 (0.0028)	0.0354 (0.0068)	0.0826 (0.0004)	0.0442 (0.0005)	0.0425 (0.0003)
$SSR_0$	2.1989	3.0135	0.1761	0.3727	0.8833	0.5470
$SSR$	2.1758	2.9521	0.1717	0.3671	0.8524	0.5183
$F(c_1, c_2)$	35.996 (0.0000)	69.147 (0.0000)	84.979 (0.0000)	48.246 (0.0000)	121.28 (0.0000)	180.31 (0.0000)

La parte superior presenta la mejor estimación del modelo lineal autorregresivo (ecuación 4). Los valores entre paréntesis son los errores estándar de los parámetros estimados. En la parte inferior se presentan los parámetros estimados del modelo no lineal representado en la ecuación (3), así como los umbrales para cada caso. Para elegir  $d$  se utilizó la metodología de Tsay (1989) resultando en uno para todos los países excepto Perú, para el cual resultó ser dos.

En los regímenes externos, positivos y negativos, se encuentra que los coeficientes autorregresivos son significativos, por lo que la predictibilidad de los rendimientos ocurre en estos casos.

El Cuadro 3 presenta una serie de criterios para comparar los modelos lineales con los no lineales. En todos los casos, el criterio de información de Akaike (AIC), el criterio de información de Schwarz (SIC) y el logaritmo de la verosimilitud (Log  $L$ ), indican que el modelo SETAR es mejor.

De la misma manera, se incluye el Error Cuadrático Medio (ECM), como medida de desempeño en ajuste (ECMDM) y en predicción (ECMFD). El rango de datos que se empleó para ECMDM va del 2 de enero de 1991 al 30 de diciembre de 2004. En este caso muestran un mejor desempeño los ajustes no lineales. Para ECMFD se tomó como rango de predicción del 3 de enero de 2005 al 27 de abril de 2005. El desempeño en la predicción es mejor en los modelos no lineales a excepción de Perú.

**Cuadro 3**  
**Especificación y pruebas sobre residuales**

Argentina			Brasil			Chile		
	Lineal	No lineal		Lineal	No lineal		Lineal	No lineal
Log L	6976.730	6998.767	Log L	6723.455	6765.458	Log L	11451.036	11480.421
AIC	-4.427765	-4.439217	AIC	-4.142653	-4.166692	AIC	-6.991778	-7.007891
SIC	-4.421999	-4.425761	SIC	-4.138903	-4.157317	SIC	-6.988056	-6.998587
ECMDM	0.000682	0.000674	ECMDM	0.000908	0.000887	ECMDM	0.000053	0.000052
ECMFD	0.000374	0.000359	ECMFD	0.000269	0.000265	ECMFD	0.000020	0.000019

Colombia			México			Perú		
	Lineal	No lineal		Lineal	No lineal		Lineal	No lineal
Log L	8524.780	8585.501	Log L	9030.663	9091.389	Log L	9307.345	9325.330
AIC	-6.084812	-6.125313	AIC	-5.399918	-5.434443	AIC	-5.831617	-5.840382
SIC	-6.078453	-6.110474	SIC	-5.396261	-5.425300	SIC	-5.825912	-5.827071
ECMDM	0.000130	0.000127	ECMDM	0.000259	0.000250	ECMDM	0.000172	0.000170
ECMFD	0.000189	0.000157	ECMFD	0.000142	0.000140	ECMFD	0.000043	0.000047

### Conclusiones

Los modelos no lineales capturan el comportamiento característico de los inversionistas no informados en el sentido de que incorporan un comportamiento distinto para rendimientos extremos, resultando en un riesgo de pérdida para los inversionistas que buscan oportunidades de arbitraje. Estos modelos presentan un mejor desempeño en los ajustes y predicciones que los modelos lineales ampliamente utilizados. Los resultados muestran, en el caso latinoamericano, que la intervención con propósitos de arbitraje ocurre más pronto para las desviaciones positivas que para las desviaciones negativas. Esto sugiere que este comportamiento se inhibe cuando el mercado tiende a la baja. En este caso los inversionistas no informados son cautos al tomar sus decisiones presentando un comportamiento conservador.

### Bibliografía

- Brock, W. A., & Hommes, C. H. (1998). "Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model" en *Journal of Economic Dynamics and Control*, núm. 22, pp. 1235-1274.
- Brock, W. A., & LeBaron, B. L. (1996). "A dynamic structural model for stock return volatility and trading volume" en *Review of Economics and Statistics*, núm. 78, pp. 94-110.
- Cootner, P. H. (1962). "Stock prices: Random versus systematic changes" en *Industrial Management Review*, núm. 3, pp. 24-45.

- DeLong, J. B., Shleifer, A., Summers, L. H., & Waldmann, R. J. (1990). "Noise trader risk in financial markets" en *Journal of Political Economy*, núm. 98, pp. 703-738.
- Franses, P. H. and van Dijk, D. (2000) *Non-linear time series models in empirical finance*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Hansen, B. E. (2000). "Sample splitting and threshold estimation", *Econometrica*, núm. 3, pp. 575-603.
- Jansen, E. S. & Teräsvirta, T. (1996). "Testing parameter constancy and super exogeneity in econometric equations", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, núm. 58, pp. 735-763.
- Kanas, A. (2001). "Neural network linear forecasts for stock returns", *International Journal of Finance and Economics*, núm. 6, pp. 245-254.
- Lux, T., (1995). "Herd behavior, bubbles and crashes", *Economics Journal*, núm. 105, pp. 881-896.
- McMillan, D. G. (2005). "Non-linear dynamics in internacional stock market returns", *Review of Financial Economics*, núm. 14, pp. 81-91.
- Qi, M. (1999). "Nonlinear predictability of stock returns using financial and economic variables", *Journal of Business & Economic Statistics*, núm. 17, pp. 419-429.
- Sarantis, N. (2001). "Nonlinearities, cyclical behavior and predictability in stock markets: International evidence" en *International Journal of Forecasting*, núm. 17, pp. 459-482.
- Schaller, H., & van Norden, S. (1997). "Regime switching in stock market returns" en *Applied Financial Economics*, núm. 7, pp. 177-191.
- Shively, P. A. (2003). "The nonlinear dynamics of stock prices" en *The Quarterly Review of Economics and Finance*, núm. 43, pp. 505-517.
- Tong, H. (1990). *Non-linear time series: a dynamical system approach*, Oxford: Oxford University Press.
- Tsay, R. S. (1989). "Testing and modeling threshold autoregressive processes" en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 84, pp. 231-240.
- van Dijk, D., Teräsvirta, T. & Franses, P. H. (2002). "Smooth transition autoregressive models—a survey of recent developments" en *Econometrics Reviews*, núm. 21, pp. 1-47.