

Análisis Económico
Núm. 45, vol. XX
Tercer cuatrimestre de 2005

Trilogía luminosa

*Martín Puchet Anyul**

Elvio Accinelli (2005), *Elementos de topología y de la teoría de conjuntos en la teoría del equilibrio general*, México: UAM–Azcapotzalco/Eón Sociales.

El libro de Accinelli posee tres méritos indudables respecto a la bibliografía en español relativa a la teoría del equilibrio general (TEG):

- 1) Constituye un curso sucinto de la TEG demostrando las propiedades de existencia y unicidad del equilibrio, los dos teoremas del bienestar, y la genericidad de las economías regulares en el conjunto de economías caracterizadas por sus dotaciones iniciales,
- 2) Recorre las matemáticas necesarias para demostrar los teoremas fundamentales de la TEG señalando las conexiones principales entre resultados matemáticos cruciales de forma tal que dichos teoremas dependan lo menos posible de supuestos matemáticos *ad hoc* y sean generalizables a economías con infinitos bienes.
- 3) Muestra la importancia de los conceptos matemáticos definidos en diferentes espacios, desde los compuestos por n -uplas de números reales hasta los topológicos, y exhibe cómo el razonamiento deductivo riguroso es decisivo en la construcción lógica y sustantiva de la TEG.

* Profesor de la Facultad de Economía de la UNAM, Coordinador del Programa de Posgrado en Economía de la UNAM (anyul@servidor.unam.mx).

Los usos del libro son muchos pero sugeriría los siguientes de carácter didáctico:

Microeconomía avanzada. Los estudiantes de economía que hayan realizado un curso de maestría con los textos típicos de Varian, nivel avanzado, Kreps, o Más–Colell, Whinston y Green¹ tienen la posibilidad de realizar un repaso de dichos libros, y efectuar una ampliación hacia versiones más generales de la teoría mediante un curso que utilice puntos referidos a los temas principales de microeconomía ya señalados.

Matemáticas para la TEG. Para aquellos estudiantes de matemáticas con los cursos básicos de la maestría respectiva cubiertos, tienen la posibilidad de integrar la red de resultados matemáticos para la TEG mediante una revisión de los siguientes teoremas contenidos en el libro: de representación de relaciones entre conjuntos por medio de funciones, de compacidad, de punto fijo, de Hahn–Banach y de separación, de la función inversa, de la función implícita, y de transversalidad, usando, en cada caso, las referencias indicadas en un curso comprensivo.²

Metodología y filosofía de la TEG. Los estudiantes de filosofía de la ciencia que hayan tomado un curso de maestría de historia y metodología de la TEG tendrán la posibilidad de revisar la primera parte del libro en un seminario que la considere a la luz de las formalizaciones de Edgeworth–Pareto del intercambio puro y de Walras–Cassel del exceso de demanda.³

La intención general del libro se logra de manera positiva porque muestra a los matemáticos que los temas y el orden habitual de los cursos de matemáticas que se ofrecen al nivel de la licenciatura en economía no son los adecuados para comprender el núcleo de la TEG, la cual constituye el tronco de la economía dominante. A la vez, enseña a los economistas los requerimientos de matemáticas que

¹ Varian, Hal R. (1992), *Microeconomic Analysis*, Nueva York: W. W. Norton, 3a. edición, traducción al español de Antoni Bosch Editor, 1993; Kreps, David M. (1990), *A Course in Microeconomic Theory*, Princeton: Princeton University Press, traducción al español de Mac Graw–Hill/Interamericana de España, 1995; Mas–Colell, A., M. D. Whinston y J. Green (1995), *Microeconomic Theory*, Nueva York: Oxford University Press.

² Deberán verse: Green, J. y W. P. Heller (1981), “Mathematical Analysis and Convexity with Applications to Economics” en Arrow K. J. y M. D. Intrilligator, *Handbook of Mathematical Economics*, Ámsterdam: North – Holland, vol. 1; Aliprantis, C. D., D. J. Brown y O. Burkinshaw (1990), *Existence and Optimality of Competitive Equilibria*, Nueva York: Springer – Verlag; Kelley, J. L. (1955), *General Topology*, Nueva York: Van Nostrand; Suppes, P. (1968), *Teoría axiomática de conjuntos*, Madrid: Editorial Norma; Milnor, J. W. (1965), *Topology from the Differentiable Viewpoint*, Princeton: Princeton University Press; Guillemin, V. y A. Pollack (1974), *Differential Topology*, Prentice – Hall.

³ Véanse las páginas: (<http://cepa.newschool.edu/het/essays/paretian/paretocont.htm>) y (<http://cepa.newschool.edu/het/essays/get/walcass.htm>).

deben adquirir si quieren tener una formación básica en la teoría económica contemporánea.

Desde un punto de vista más específico deben considerarse dos características expositivas del libro que son importantes para matemáticos y economistas.

Los temas de espacios métricos, convexidad y topología general –en particular, el tratamiento de los conjuntos ordenados y de las relaciones entre conjuntos: cadenas, reticulados, redes– aparecen al inicio y son relevantes para formular la teoría elemental del comportamiento del consumidor. Esta forma de introducir temas que, por lo general, los matemáticos estudian al comienzo del curso de análisis matemático o, incluso, de análisis funcional es un desafío en relación al enfoque y la formulación de dichos temas para quienes se interesan por la economía matemática y por las matemáticas para la economía. Al mismo tiempo, plantean las diferencias importantes que tienen las matemáticas utilizadas en economía respecto a las que se requieren en otras ramas de las ciencias naturales y sociales.

La formulación general de la teoría de la elección sin depender, en principio, de la utilidad junto con la introducción de las funciones de demanda, desde el punto de vista general de la maximización de las preferencias, obligan a los economistas a ubicar el mundo neoclásico y marginalista en el cual están habituados a vivir, en el universo más amplio y plural de los diversos mundos de la teoría económica. En ese sentido las cadenas de razonamiento económico, que conducen en el libro desde la teoría de la elección hasta el teorema de existencia del equilibrio competitivo y los dos teoremas del bienestar, son un reto para el economista estándar que todos llevamos dentro, en la medida que nos cuesta mucho prescindir fácilmente de las ecuaciones de Slutsky.

Los economistas matemáticos que se dedican a algunos aspectos de la TEG encontrarán dos contribuciones interesantes que, hasta donde conozco, no se encuentran en otro lado.

La primera es la aplicación del teorema de Hawkins–Simon, extraordinario resultado obtenido por un filósofo y un economista con un conocimiento cumplido en matemáticas y que siempre disfrutamos quienes hemos sido “chicos lineales”, para demostrar la unicidad del equilibrio general en el caso de consumidores neoclásicos con utilidades separables mediante el enfoque de Negishi de la función de exceso de utilidad (véanse las pp.127–129).

La segunda es la aplicación de las funciones y del lema de Morse, que se refiere a la caracterización de los puntos críticos no degenerados, al carácter *raro* –en el sentido de no denso– de las economías singulares degeneradas (o con conjuntos de equilibrios no aislados) de dos agentes (véanse las pp. 140–142).

Estas aplicaciones matemáticas de Accinelli están referidas a teoremas cuyos creadores no son de amplio conocimiento entre matemáticos y, menos aún, entre economistas. Morse, aunque fue discípulo de Birkhoff y pasó la parte fundamental de su carrera en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, hoy es una referencia sólo para quienes se dedican al análisis global, la topología diferencial o ciertos aspectos de los sistemas dinámicos. Hawkins, fue filósofo y también pasó por el instituto en Princeton, es conocido entre los economistas que se dedicaron al insumo-producto, a la programación lineal y a los modelos económicos lineales por el teorema citado, aunque sus contribuciones principales estuvieron en el campo de la filosofía de la ciencia. No es extraño que Accinelli formado entre matemáticos cultos reivindique para la economía matemática el uso de estas proposiciones que no son de gran popularidad profesional entre matemáticos.⁴

El tratamiento de las condiciones para la existencia y la unicidad del equilibrio mediante el recurso de la función de exceso de utilidad que, como es sabido, se deriva de una función de bienestar social, coloca al libro en una encrucijada que será interesante para el futuro. Las propiedades de eficiencia y de equidad del equilibrio competitivo fueron reconciliadas por Negishi en el artículo citado por Accinelli.⁵ El costo de esa reconciliación es admitir una función de bienestar social que surge de la agregación utilitarista de las funciones individuales de utilidad.

De allí se abren dos sendas que han sido recorridas de forma distinta y creativa por el autor: una, integrada por los usos metodológicos de la función de exceso de utilidad para demostrar la unicidad del equilibrio competitivo en diferentes condiciones o para mostrar diferentes casos de economías singulares; otra, es el camino que marcan las preguntas sustantivas acerca de las relaciones entre eficiencia microeconómica y equidad en la economía del bienestar desde, un punto de vista que asuma las críticas provenientes de la teoría de la elección social.

Méritos, contribuciones y sendas abiertas auguran nuevas ediciones del libro. Estas deberían hacerse a partir de un texto procesado en *TEX* para evitar la cantidad de erratas que posee la transcripción del original. A la vez, tendrían que cuidarse algunos aspectos editoriales y de citación no resueltos en esta primera edición. Ambos aspectos deben tomarse en cuenta para desarrollar ediciones universitarias de libros que comprendan temas altamente formalizados.

⁴ Marston Morse (1892–1977) publicó la contribución donde está la teoría que lleva su nombre en 1925 con el título *Relations between the critical points of a real function of n independent variables*. El teorema de David Hawkins (1913–2002) y Herbert Simon (1916–2001) apareció en 1949 en *Econometrica* bajo el título de “Some Conditions of Macroeconomic Stability”.

⁵ Véase Negishi, T. (1960). “Welfare economics and existence of an equilibrium for a competitive economy”, *Metroeconomica*, núm. 12, pp. 92–97.

Este libro es una trinidad formada por la teoría de conjuntos, la topología y la teoría del equilibrio general. De ella debiéramos decir los economistas, como dijo Isidoro Ducasse, conde de Lautréamont, coterráneo de nacimiento de Accinelli y también como él, connacional de muchas naciones, de otra trinidad: “¡Aritmética! ¡Álgebra! ¡Geometría! ¡Trinidad grandiosa! ¡Triángulo luminoso! Insensatos son aquellos que os desconocen”.⁶

⁶ Véase Ducasse, Isidoro, Conde de Lautréamont, “Los Cantos de Maldoror”, en *Obras completas. Los Cantos de Maldoror—Poesía—Cartas*, Barcelona: Editorial Argonauta, p. 123.