La dinámica compleja no lineal en los modelos keynesianos

(Recibido: octubre/05–aprobado: junio/06)

*Edgardo Jovero**

*José Raúl Luyando Cuevas***

Resumen

El presente documento es un exhorto para devolverle a las ideas de Keynes su valor e importancia a la luz de la principal corriente macroeconómica, la neoclásica. El intento neokeynesiano, introduce en la teoría macroeconómica la dinámica compleja no lineal, con lo cual, pavimenta el camino para reforzar el renovado interés por Keynes, en particular, la visión sobre la “incertidumbre fundamental” en mercados financieros que es la base para que existan oscilaciones y fluctuaciones acíclicas en la economía agregada.

Palabras clave: caos, equilibrio, dinámica.

Clasificación JEL: 040.

* Profesor en universidades de Madrid, España (edgardojovero@yahoo.es).

** Profesor de Teoría Económica en la Maestría en Economía de la Universidad Nacional Autónoma de México (jrlc9@hotmail.com).

Introducción

Dentro de la corriente macroeconómica neoclásica, las fluctuaciones son consideradas el resultado eficiente del funcionamiento optimizador de los agentes –con perfecta previsión y expectativas racionales–. En este sentido, a largo plazo, todos los mercados se encontrarán en equilibrio, es decir, la economía estará siempre en equilibrio, enfatizándose la “estabilidad única y global”. Por otro lado, en el corto plazo, las fluctuaciones serán vistas como shocks aleatorios inevitables y se conocerán como hechos estilizados. De ahí el papel de la política económica, como herramienta para mejorar las condiciones de equilibrio de los mercados y proveer incentivos para la estabilidad de largo plazo.

De acuerdo a lo antes expuesto, el equilibrio de competencia perfecta nos llevará rápidamente a la optimalidad Pareto-Walrasiana.

Por tanto, la meta de la macroeconomía neoclásica es modelar (que sería replicar), los hechos estilizados en el modelo del ciclo económico real (*real business cycle*, RBC), sobre el funcionamiento de las variables agregadas macroeconómicas, tales como el consumo, inversión, etcétera, dentro de la teoría del Equilibrio General Competitivo estándar (CGE). En donde, los shocks políticos y las fluctuaciones serán vistos como “camino aleatorio” ruido blanco, que en promedio deberán sumar cero y por lo tanto, son de poca importancia.

Insatisfechos con la anterior postura Hahn y Solow (1997), indudablemente dos de los más importantes defensores de Keynes –recordemos que Solow ganó el premio Nobel de economía–, escribirían “(...) los impulsores de los ciclos económicos reales. Ellos no están en el negocio de teorizar la macroeconomía. Ellos creen que si un modelo ajusta más o menos a los datos, esa es su justificación”.

1. ¿Deberá el caos matar al subastador?¹

A continuación se hará una breve revisión de cómo los keynesianos en general y los neokeynesianos en particular, atendieron el desafío neoclásico.

Con la aparición de las expectativas racionales, los keynesianos, se separaron en dos importantes grupos: los post-keynesianos, quienes se apegaron estrictamente a las ideas de Keynes, en particular, a esas que aparecen en la *Teoría General*;² y los neokeynesianos, los cuales buscaron combatir a los neoclásicos en

¹ Este es el título del artículo de Carrier (1993).

² Keynes (1960).

su propio terreno, adoptando las expectativas racionales y los modelos de optimización. Entre los mismos neokeynesianos, Rosser (1990, 1998, 2000), señala que todavía es posible dividir entre, neokeynesianos, con Grandmont como cabeza visible e iniciador del desembarco, quien adoptó totalmente los supuestos de las expectativas racionales, aunque en modelos keynesianos capaces de producir un funcionamiento caótico. Y lo que se conoce como neokeynesianos débiles (por ejemplo Akerlof y Yellen, 1985), enfocados en la información imperfecta como causa primera de las rigideces en precios y salarios.

Existe ahora, un movimiento para reconciliar el enfrentamiento entre estas dos escuelas, aunque persiste una gran dificultad en este sentido, debido a la mala fe entre ellas. Tan fuerte y aparentemente irreconciliables como la que existe, en general, entre los keynesianos y los neoclásicos. La última líder importante de Cambridge en el grupo de los postkeynesianos, alguna vez etiquetó a los neokeynesianos como los “keynesianos bastardos” (Blaug, 1994). Aunque lo realmente importante es que ambos, han adoptado la teoría emergente del caos (o en general la dinámica compleja no lineal) como una nueva arma para ganar terreno a la revolución que suscitaron las expectativas racionales. En años recientes esto ha causado un renovado interés por la macroeconomía keynesiana.³

En síntesis, podríamos decir que el subastador walrasiano, en términos prácticos, es la mascota ideológica de la escuela neoclásica, justo como el caos (o más específicamente el funcionamiento caótico o la dinámica compleja no lineal), es ahora generalmente aceptada como la mascota de los keynesianos.

A continuación se discutirá, el impacto de la nueva teoría del caos (a veces conocida también como la ciencia de la no linealidad), junto con algunos de los trabajos más importantes sobre el tópico. Entre los que se encuentran Rosser (1990, 1991, 1995 y 1996); Romer (1993); Puu (1993, 2003) y Day (1994). Gleick (1998), escribió lo siguiente: “Donde el caos inicia, la ciencia clásica para (...) El lado irregular de la naturaleza, el lado discontinuo y errático, ese es un enigma para la ciencia, o peor aún, una monstruosidad”.⁴ Lo anterior, llevado a un sentido económico sería: alguna clase de estado de equilibrio único y estable sería inaceptable y no tendría valor en un estudio teórico-académico formal. Cuando los mercados no se equilibran debido a las rigideces de salarios y precios, esto se toma como un supuesto *ad hoc* que no puede ser incorporado en la corriente macroeconómica

³ Véase Woodford (1999).

⁴ Gleick (1998) resume en términos generales, el impacto de la nueva teoría del caos en las ciencias y discute algunas aplicaciones muy particulares en la economía.

principal. El equilibrio walrasiano es la regla sagrada y el equilibrio general es el único método aceptable para hacer macroeconomía, o siendo más concretos, la economía neoclásica.

El actual movimiento keynesiano, en general, enfatiza la idea inherente en Keynes del desequilibrio en los mercados (las rigideces en precios y salarios), particularmente en su visión fundamental sobre la incertidumbre.⁵ Es decir, la inseparable inestabilidad de la macroeconomía o en términos dinámicos modernos la “inestabilidad estructural”. Este supuesto provee un camino conveniente para introducir la dinámica caótica en la macroeconomía keynesiana.

La definición exacta de un suceso caótico o más generalmente un sistema dinámico complejo, en principio, es que debe ser de naturaleza determinística. En segundo lugar, deberá ser capaz de lo que se conoce como “fluctuaciones endógenas”, un funcionamiento de corto plazo errático, pero en el largo plazo, es perceptible un orden en aumento. En este caso, no hay cabida para shocks aleatorios que causen fluctuaciones aleatorias, como es el caso actual, en la modelación estocástica del ciclo económico real neoclásico.

Una lista de modelos de dinámica compleja desarrollados por postkeynesianos y nekeynesianos incluyen entre otras aplicaciones: la teoría de la catástrofe o teoría de la complejidad, la teoría determinística del caos, los sistemas de partículas interactivas, los atractores extraños, las herramientas fractales frontera y las sinergias evolutivas.⁶

La teoría de la catástrofe (más generalmente conocida, en nuestros días como la teoría de la complejidad) fue desarrollada por el biólogo matemático francés René Thom (1975 y 1977) y últimamente formalizada en análisis económico aplicado por Zeeman (1977) y Benassy (1984, 1986). En ella se involucran la aplicación de la teoría de la singularidad y la teoría de la bifurcación, para explicar la rápida pérdida de estabilidad en un sistema dinámico, debido a la rápida aparición o desaparición de los puntos de equilibrio estables.⁷ El equilibrio múltiple y las condiciones de indeterminación son las principales herramientas del análisis en esta área. Algunos de los modelos económicos desarrollados (estrictamente keynesianos), usan la teoría de la catástrofe, incluyendo la versión de Varian (1979)

⁵ Para mayores detalles, ver el capítulo 12 de la *Teoría General*, donde Keynes expone su visión sobre la inestabilidad inherente de la macroeconomía y sus variados orígenes.

⁶ Esta lista, como muchas de las explicaciones se tomaron de Rosser (1996).

⁷ La rápida pérdida de puntos de equilibrio estables se conoce como *blue sky catastrophe*, dado que un punto de equilibrio estable se pierde rápidamente en el azul (Abraham y Shaw, 1984).

sobre el modelo de Kaldor en el comercio y por Fischer y Jammernegg (1986). Una aplicación más reciente incluiría la de Barnett (2002).

La teoría determinística del caos (o simplemente la teoría del caos), fue desarrollada en sus inicios en los trabajos de Edward Lorenz (1993), aunque la investigación más famosa, fue el modelo desarrollado por Li y Yorke (1975). La idea principal detrás de la teoría del caos, es la “dependencia sensible sobre la condición inicial” (SDIC), la *ergodicity* o la entropía positiva, que indica la presencia de un exponente Lyapunov positivo, de un modo similar a un sistema estructuralmente inestable. El SDIC, indica que cerca de puntos aparentemente de equilibrios estables se pueden dar condiciones para no converger a ellos, pero aún más, divergen y pueden llevarnos a otra condición de estado estable, causando cambios erráticos y diferentes en el funcionamiento de un sistema. Un ejemplo sería, el cambio dramático en el funcionamiento de un sistema, al cambiar levemente las condiciones iniciales. En este sentido, se habla de que el aleteo de una mariposa en México puede causar huracanes y tornados en los EUA. Si el efecto del aleteo es lo suficientemente fuerte, digamos un minuto, los huracanes llegarían hasta el medio oeste de nuestro país vecino.⁸

Ergodicity y entropía positiva, por otra parte, tienen aplicaciones directas a la teoría de la información en física aplicada y particularmente en ingeniería. En síntesis, esta teoría indica que lo que aparentemente es un ruido aleatorio, puede no serlo totalmente y en vez de ello, es posible contener información que deberá dar pistas sobre la futura trayectoria del sistema. Un ejemplo, es el ruido estático que se recibe en radios y teléfonos. La claridad en la recepción de los mensajes radiofónicos y telefónicos está en función del estado actual del ruido aleatorio previo a la recepción del mensaje. El proceso de formación de ese ruido y su permanencia, pueden muy bien afectar la claridad en la recepción de los mensajes radiales y telefónicos. Algunos de los trabajos más importantes en esta área, son los de Rosser (1995), donde el SDIC es visto fundamentalmente, como aquel que destruye la posibilidad de formar expectativas racionales en un ambiente ruidoso. Benhabid y Day (1982), Grandmont (1985) muestran cómo la dinámica caótica y anticíclica, y las fluctuaciones endógenas aumentan, incluso en modelos donde los agentes económicos están dotados de expectativas racionales. Sorger (1994, 1995 y 1998) desarrolló modelos en el sentido de Ramsey y en la tradición de crecimiento endógeno,

⁸ Gleick (1998) narra que este ejemplo es bien conocido entre los meteorólogos, tanto como la otra historia acerca de alguien que estornuda en Shanghai puede ser capaz de causar tormentas de nieve en New York. Estas y otras historias muestran la importancia de un cambio minúsculo de un parámetro en un sistema dinámico complejo que es estructuralmente inestable.

pero donde se incluyen algunos rasgos keynesianos, como competencia monopólica y fijación de precios, los cuales producen una mayor dinámica caótica. Carrera y Moran (1996), de igual manera demostraron el funcionamiento caótico en un modelo de generaciones traslapadas, aplicando el modelo de Li y Yorke (1975).

Los modelos de sistemas de partículas interactuantes se basan en mecanismos estadísticos (Kac, 1968), en los cuales, el umbral crítico existe cuando se da la interacción de partículas o unidades que pueden provocar cambios discontinuos en los resultados. Estos modelos pueden representar fallos coordinados en situaciones de equilibrios múltiples, como en Broca (1993) y Rosser y Rosser (1994), en donde se considera el consecuente colapso de la economía tradicional.

Un atractor extraño, es un estado estable que cumple con las condiciones de ser estable e inestable al mismo tiempo. Esto significa que en un sistema dinámico con atractores extraños se deberán tener trayectorias que converjan asintóticamente a una región estable, después de ocurrido un cambio no predecible que transforma rápidamente la atracción en repulsión. Un atractor extraño, deberá tener dimensiones fractales, es decir, no enteras (Mandelbrot, 1983). A veces, se piensa que el atractor extraño deberá llevarnos a un funcionamiento caótico, pero esto no se cumple en todos los casos. La bifurcación Hopf es un caso donde el atractor extraño propicia el caos determinístico; y en algunas aplicaciones económicas, incluidas las de H. W. Lorenz (1993), modelo basado en Kaldor (1940), donde el atractor propicia pero no lleva al caos. Hay otras aplicaciones, como la de Benhabib y Nishimura (1979) o la de Medio (1991), para modelos de crecimiento multisectorial.

Incluso, pensando que un sistema dinámico puede no poseer un atractor extraño y no ser caótico, si ese sistema tiene múltiples atractores, estos pueden ser separados por bases de atracción y/o repulsión que por sí mismos posean dimensiones fractales. Lorenz y Lohwann (1996), estableció un modelo con la trayectoria antes descrita, sobre una base que rápidamente salta dentro de otra base. Isomaki y Kantola (1995), desarrollaron otro modelo dinámico similar, para economía ambiental. Thompson (1992), inició una discusión exhaustiva de posibilidades dinámicas en tales sistemas. Otros importantes trabajos en el área, como los de Soliman (1996, 1996b y 1997), elaboraron una estructura para analizar la geometría fractal que emergía de la dinámica de la curva de Phillips.

Las sinergias evolutivas, fueron desarrolladas por Haken (1977); Weidlich y Haag (1983); Pirigogine y Stengers (1984); y Allen (1984). Esos modelos pusieron énfasis en las fases de transición, fuera del equilibrio, con sistemas dinámicos no lineales que podían generar evolución de forma sistemática puntual. *Synergetics* es otra área donde los modelos macroeconómicos keynesianos se desarrollaron.

Arthur (1988), mostró la forma en que cumplimentaridades no lineales positivas llevan a equilibrios múltiples con mecanismos de retroalimentación positivos. En modelos *synergetics*, “las variables retardadas o lentas (las variables control o salto) dominan rápidamente a las otras variables (las variables estado)” guiándonos a algo crítico en la fase evolutiva de transición, pues de acuerdo a ello, las variables rápidas desestabilizan, convirtiéndose en las nuevas controladoras, “por una revolución de las variables esclavas”. Este tipo de dinámica también se presenta en Goodwin (1986) y Rosser y Rosser (1994), en sus modelos de lucha de clases.

En la siguiente sección, nuestra discusión versará sobre el origen de la inestabilidad caótica (la cual destaca en la macroeconomía keynesiana), por la cual, la dinámica no compleja y los modelos de funcionamiento caótico se encuentran bien situados en el estudio de la economía.

2. El origen de la inestabilidad caótica

Keynes mencionó alguna vez que en el largo plazo estaremos muertos, este famoso pasaje, propiamente resume el desafío keynesiano para las críticas neoclásicas de que en el corto plazo las fluctuaciones “nominales” no importan y nunca tendrán efectos permanentes en la macroeconomía. Por ello, existe ahora un serio desafío a los ciclos económicos reales, en la tradición neoclásica (que más tarde se convertirían en modelaciones estocásticas del ciclo económico real),⁹ que actualmente disfruta de una inmensa popularidad en los departamentos de economía del mundo entero.

En esta sección se mostrará una breve revisión de los orígenes de las rigideces keynesianas (en los mercados de productos y laboral).¹⁰ Mucha de la literatura keynesiana concuerda en agrupar las rigideces dentro de cinco grupos: 1) las que tienen que ver con costes de menú o costes de ajuste; 2) esas que tienen que ver con información imperfecta o asimétrica y problemas de principal-agente; 3) aquellas relacionadas con rendimientos crecientes en la producción; 4) las referidas con fallos de coordinación; y finalmente 5) las vinculadas con imperfecciones en los mercados o con poder de mercado. Estas condiciones no son ni exclusivas, ni exhaustivas, pues existen todavía las que interactúan unas con otras.¹¹

⁹ Esta representa la herramienta neoclásica estándar, impartida en el primer año del doctorado, con el texto de Stokey, Lucas y Prescott (1998).

¹⁰ El de Blanchard y Fisher (1989), es un texto estándar que proporciona una introducción a la macroeconomía nekeynesiana y muestra cómo ésta es superior en el nivel de teorización a la teorización estándar del equilibrio neoclásico walrasiano.

¹¹ Otro origen importante del desequilibrio en los mercados, son los mercados incompletos o la ausencia de mercados (un supuesto ausente en los modelos neoclásicos). Un buen ejemplo de lo anterior, es el modelo

Cuando alguna de esas condiciones está presente en un sistema económico, pueden surgir las indeterminaciones y la posibilidad de dinámica compleja. Si un sistema económico dinámico se encuentra indeterminado, las expectativas racionales fallan. Ello significa que el agente económico, dotado supuestamente con una habilidad computacional ilimitada para predecir el futuro auxiliado por la información que posee en el presente (la hipótesis de expectativas racionales), falla. El resultado será, que esa “racionalidad está limitada”,¹² por lo tanto, el futuro no es predecible y sólo será posible la predicción a corto plazo. En este escenario, no hay “neutralidad de la política”. El dinero no es totalmente neutral. Los shocks políticos, incluidos los monetarios pueden tener efectos reales permanentes, y la consistencia de las metas en el tiempo *versus* la discreción se vuelven rápidamente irrelevantes. Bajo estas consideraciones, pequeñas desviaciones en las condiciones walrasianas pueden producir grandes diferencias en el funcionamiento económico. En resumen, este es el actual desafío para los nuevos keynesianos.

A continuación discutiremos cada una de las condiciones para que el mercado no se equilibre. Aunque, como se estableció, habrá muchas interconexiones en la discusión de las condiciones.

2.1 Costes de menú y costes de ajuste

En la última década, se han elaborado un buen número de trabajos sobre los costes de menú, pequeños e insignificantes costes de ajuste que en el agregado, pueden producir fluctuaciones de gran escala en la economía agregada.¹³ Dichos costes existen cuando los productores no reaccionan a pequeños cambios de precios, a causa de que el coste de ajustar la nueva información es demasiado alto. Un famoso ejemplo es el del propietario de un restaurante que no estará dispuesto a cambiar los precios en el menú, cada vez que sufra un pequeño cambio en el coste de alguno de sus insumos, por decir algo, en un centavo. Ello, a causa de que el costo de imprimir el nuevo menú, para incorporar ese aumento en el precio, es mayor a los

de *overlapping generations*, donde las generaciones futuras no pueden comerciar con las actuales, por la simple razón de que la generación actual no ha nacido aún (Benhabib y Farmer, 1994). Por esta misma razón, no pueden acudir al banco o a alguna institución financiera y solicitar un préstamo que sería pagado por sus futuros descendientes. Hay otros ejemplos muy conocidos, como la falta de seguridad en la transacción y en la posibilidad de que a alguien le puedan vender un elefante rosa en Manhattan.

¹² La idea original fue pensada por Simon (1982) y más tarde adoptada por los keynesianos. Véase Priogine y Chen (1999) y el importante trabajo de Sargent (1993).

¹³ Un trabajo particularmente importante es el de Mankiw (1989 y 1990).

beneficios que podrá obtener el propietario al anunciar los nuevos precios. El agregado deberá ser la causa de la rigideces de precios y la economía fallará en la búsqueda del equilibrio walrasiano.

2.2 Información imperfecta o asimétrica

La información imperfecta o asimétrica está ampliamente relacionada al problema de principal-agente, el cual es estudiado en profundidad en las áreas de organización industrial. Ello se da, como consecuencia de la teoría de Akerlof sobre el “mercado de lemons”. La aplicación más importante es para explicar porqué los salarios son rígidos (Akerlof y Yellen, 1985). Las empresas pagan salarios superiores al producto marginal del trabajo. La diferencia entre estos mayores salarios y aquellos que equilibran el mercado laboral (iguales al producto marginal del trabajo) se denominan “salarios de eficiencia”. Estos últimos evolucionaron con los estudios de Leibenstein (1957), referentes al funcionamiento de los propietarios de plantaciones en Java. Se demostró que un pago a los trabajadores, mayor al que obtendrían en un mercado laboral de equilibrio, propiciaba un incremento en la eficiencia laboral, al incrementarse el “capital humano”. Por ejemplo, al mejorar su salud, nutrición, etcétera, lo cual, nos llevaría a un incremento en el agregado de la productividad y de este modo a una mayor ganancia para los propietarios de la plantación.

Una extensión de los modelos de salarios de eficiencia, son los que se combinan con información asimétrica (Hart, 1982; Grossman y Hart, 1983). Las empresas deberán pagar salarios mayores –a aquellos que equilibran el mercado laboral–, en el sentido de crear un coste oneroso a aquellos trabajadores que quieren dejar el puesto laboral. Ello deberá también actuar como un dispositivo para clasificar a los trabajadores entre buenos y malos. Los últimos, no pueden llevar a cabo los niveles esperados de eficiencia, podrán ser identificados y despedidos, dejando a la empresa sólo con los buenos trabajadores; lo cual deberá llevarnos a una eficiencia agregada mayor y a beneficiar por igual a trabajadores y empresas.

2.3 Rendimientos crecientes y externalidades

Los rendimientos crecientes, por otro lado, se refieren a la no convexidad en la función de producción. Es por mucho el fenómeno más estudiado y mejor aceptado, y la violación más popular en los mercados competitivos y en el tinglado neoclásico de los modelos de competencia general (CGE). El interés (o tasa de ren-

diminuto sobre el interés)¹⁴ relacionado con los rendimientos crecientes fue iniciada por Dixit y Stiglitz (1977) y más tarde revisada por Buchanan y Yoon (1994). La reintroducción de los rendimientos crecientes en las corrientes económicas principales se dio vía la organización industrial. Marris (1998) indica que esto sucedió cuando Coase (1937) señaló que: “si la competencia perfecta es tan perfecta, (...) entonces por qué pueden existir todas las grandes empresas”. Marris (1998: 221) comenta el cuestionamiento de Coase en el sentido de por qué en competencia perfecta la existencia de grandes empresas y persistencia del fenómeno, cuando la competición atomística debiera teóricamente ser la regla.

Más tarde, importantes estudios consideraron los rendimientos crecientes, incluso escritores neoclásicos como Lucas y Romer entendieron su importancia. Se debe señalar que cuando los neoclásicos intentaron incorporar las condiciones en las cuales no se equilibra el mercado a su modelo, justo como los keynesianos, la mayor diferencia se dio en el sentido de que los primeros rechazaron la indeterminación y el equilibrio múltiple y la inestabilidad global, utilizando un modelo determinístico lineal con la propiedad de poseer estabilidad global y única. Este parche se modeló y fue introducido en patrones estocásticos de ciclo económico real, con lo cual, se incorporaron los equilibrios múltiples y la indeterminación, pero tercamente rechazaron incorporar la inestabilidad global en modelos estrictamente determinísticos.

Una importante contribución en el área fueron los trabajos de trayectorias rotas de Romer y Lucas en modelos de crecimiento endógeno, usando modelos de tiempo continuo con un agente representativo. Esto, abrió la puerta a los trabajos sobre indeterminación en los modelos neoclásicos.¹⁵ La dificultad, por la cual, los resultados indeterminados pudieron extenderse en modelos de crecimiento exógenos (como los de Ramsey, Koopmans y Cass) fue señalado por Cass y Shell, en el sentido que ese tipo de modelos propician lo uniforme y determinado (Cass y Shell, 1976). Principalmente la uniformidad y determinación propias de los modelos de crecimiento neoclásicos, basados en la estricta concavidad de las funciones de utilidad y la estricta convexidad en el conjunto tecnológico de producción. De tal manera, que una secuencia de silla permite que aumente la estabilidad global y

¹⁴ Marris (1998) proporciona un estudio histórico sobre el interés teórico en los rendimientos crecientes. Él indica que la economía keynesiana jamás abandonó los rendimientos crecientes, en un sentido totalmente opuesto a la visión neoclásica, que vio en los rendimientos crecientes, una incompatibilidad con la existencia del equilibrio walrasiano.

¹⁵ Los últimos estudios (Benhabib y Perli, 1994; Rebelo, 1991, entre otros) señalan la necesidad de incrementar el número de sectores y productos en los modelos de crecimiento neoclásicos estándar, para obtener resultados indeterminados.

como resultado, obtendremos una ruta única y óptima en el tiempo. Los rendimientos crecientes (o más general, no convexos), violaran la unicidad y la ruta de estabilidad global.

Romer (1986), contribuye al incorporar el impacto de la tecnología en el crecimiento endógeno (crecimiento que no se considera en la naturaleza exponencial de la variable tecnológica) en el modelo neoclásico. En particular, su contribución a los modelos de crecimiento, es la introducción de rendimientos crecientes en la producción agregada, con lo cual, se hace posible teóricamente el crecimiento endógeno. Su trabajo se concentró en las externalidades de la producción agregada, las cuales son posibles gracias a las inversiones en investigación y desarrollo. La tecnología (pensada como el coeficiente A en la función de producción) es ahora un estado variable y su evolución puede estar influenciada por las políticas del gobierno o el sector privado. En particular, la no rivalidad y la no exclusividad que caracterizan a la investigación y el desarrollo, Romer (1986, 1987, 1990, 1990b y 1993), fue capaz de mostrar qué políticas particulares pueden tener efectos sobre estabilidad y crecimiento.

Lucas (1988) adicionó otra importante contribución, pues investigó la importancia de lograr mayores niveles de capital humano en un modelo de crecimiento endógeno a través del marco que se conoce como *learning by doing*. La diferencia entre Romer y Lucas, es que en el modelo de Lucas, las externalidades producidas por la inversión en capital humano son en mayor medida no rivales y no exclusivas. Es por ello, que las políticas gubernamentales sobre educación y todo lo relacionado a ella, tienen efectos aún más duraderos y últimos sobre el crecimiento. Por ejemplo, en el modelo de Romer, las políticas emitidas por el gobierno sobre patentes pueden reducir el efecto y dispersión de las externalidades en la producción agregada, y por lo tanto, reducir los efectos de las actividades de investigación y desarrollo sobre el crecimiento.

En la visión de Lucas sobre los modelos de crecimiento, por otro lado, el énfasis se coloca en las externalidades asociadas con la creciente adquisición de capital humano, que es el factor principal económico para que se dé el crecimiento endógeno. Se puede incluir en esta visión, el modelo de Chamley (1993), de *learning by doing* y su efecto en la política fiscal, aunque, este modelo se estructura alrededor de una economía abierta. Tanto en Romer, como en Lucas y las subsiguientes mejoras en sus modelos hubo un renovado énfasis sobre el papel que juegan las políticas gubernamentales para obtener crecimiento con pasos rápidos, aún en la tradición optimizadora neoclásica. Esto introduce el papel que jugarán las ineficiencias de coordinación y las actuaciones de la política gubernamental como

mecanismos de corrección cuando hay ineficiencias en el mercado para obtener el equilibrio walrasiano.

2.4 Ineficiencias en la coordinación

Las ineficiencias en la coordinación, como origen de la indeterminación, fueron señaladas por Silvestre, en un trabajo sobre el poder de mercado, con base en Keynes y el desequilibrio macroeconómico en los mercados. En la estructuración de Silvestre (1993), se indican todas las diferencias importantes entre neoclásicos y keynesianos, en lo referente al tratamiento de las condiciones de equilibrio y la indeterminación debida a los errores de coordinación o a los rendimientos crecientes a escala. Señala que para los neoclásicos (o los modeladores walrasianos), el agente racional se piensa, como uno que es indiferente entre, por ejemplo, alguna de dos posiciones de equilibrio. Por ello, algunos agentes económicos preferirán salarios altos y poco ocio, mientras que otros preferirán salarios bajos y más ocio en el intercambio. Por otro lado, en la visión keynesiana (es decir, en la visión oligopolística), se muestra que cada quién en la economía preferirá una y sólo una situación de equilibrio frente a otras. Por lo cual, hay espacio para la política, en el sentido de coordinar las fallas en la economía, de tal manera que se obtenga el equilibrio preferido.

2.5 Poder de mercado y competencia monopólica

Mankiw (1990), indicó que la visión keynesiana puso énfasis en la importancia de las ineficiencias, de toda clase en el mercado, como situaciones necesarias para explicar las fluctuaciones económicas. En una situación no walrasiana, los shocks aleatorios externos en los modelos económicos, no son necesarios en un largo tiempo para provocar fluctuaciones de corto plazo y movimientos en las trayectorias de crecimiento de largo plazo. En efecto, como se mostrará, la evolución del poder de mercado en manos de algunos agentes económicos (es decir, pocos vendedores actúan en competencia monopólica), disparará las fluctuaciones endógenas en la economía agregada. En este sentido, las expectativas racionales y la consecuente irrelevancia de la política se desploman, como en algunos modelos dinámicos keynesianos desarrollados y discutidos a lo largo del trabajo, incluidos varios de los más importantes como los de Dixon (1987, 1990); Hart (1982); Silvestre (1993); y Dixon y Rankin (1994). El poder del mercado y sus imperfecciones son también importantes ingredientes en los escritos de Arthur (1997) y Krugman (1979). Ellos y muchos otros escritores (Stiglitz, 1984; Puu, 1995; Bonanno, 1987; Bonanno y

Zeeman, 1988; y Furth, 1986) mostraron la importancia del subastador walrasiano para identificar las condiciones de equilibrio en una economía, donde de alguna forma existen las imperfecciones del mercado y en vez de eso, tendría más sentido describir las condiciones de equilibrio como el resultado de negociaciones no competitivas de Nash.¹⁶

3. Dinámica compleja no lineal y la macroeconomía neokeynesiana

En esta sección se discutirá el estudio de los modelos dinámicos no lineales capaces de producir comportamientos dinámicos salvajes y funcionamientos caóticos, que sólo tienen sentido en la estructura macroeconómica keynesiana. Por supuesto que la dinámica no lineal, también es muy útil en el estudio del funcionamiento de los modelos microeconómicos (Day, 1998). Sin embargo, la discusión se enfocará principalmente a la macroeconomía, en particular sobre los modelos de crecimiento.

Esta propuesta no es nueva, es una línea habitual de pensamiento desarrollada en sus inicios por Grandmont (1985, 1988) y Goodwin (1990 y 1993) y más tarde, continuada por otros escritores keynesianos, entre los que se encuentran: Rosser (2000), y Flaschel, Franke y Semmler (1997). El primero, realizó una buena investigación de cómo los economistas, en general, eran poco receptivos al avance de la ciencia no lineal. La razón inicial, mencionada antes, era el énfasis neoclásico sobre la inherente estabilidad estructural que excluye la posibilidad de funcionamiento dinámico caótico y no lineal. Pero este avance era una buena oportunidad para la macroeconomía keynesiana de reintroducir a keynes en las corrientes principales de la teorización macroeconómica.

Hay un sentimiento común entre los escritores keynesianos de que la introducción, aunque lenta, de la dinámica no lineal en los modelos, ha abierto la caja de Pandora de las monstruosidades que la escuela neoclásica ha rechazado permanentemente. Ahora existen métodos dinámicos no lineales (por ejemplo, métodos de perturbación, mapeos interactivos con ciclos caóticos en tres periodos, mapas de Poincaré, etcétera), con los que, los macroeconomistas pueden afrontar y controlar esas monstruosidades (capaces de tomar la forma de singularidades, indeterminaciones o incluso de un tipo de funcionamiento dinámico caótico salvaje con dimensiones fractales).

Es importante establecer lo siguiente, más que sustituir las herramientas estándar del análisis neoclásico (tales como, análisis de convexidad, cálculo diferencial y optimización estática), se plantea el regreso o la mejora de la macroeco-

¹⁶ Véase Rosser (2000: cap. 3).

nomía como ciencia, con la creciente aceptación y uso de las herramientas analíticas dinámicas no lineales. Sin embargo, es necesario reiterar que la herramienta analítica de la dinámica no lineal se presenta como una aportación y no como un sustituto de las herramientas tradicionales del análisis macroeconómico. Es por ello, que en la presente visión, la macroeconomía como ciencia, se beneficia con la introducción y la mayor aceptación de las herramientas dinámicas no lineales; y por supuesto, con la importancia que toman las rigideces en el mercado keynesiano.

El rechazo inicial a los modelos dinámicos no lineales cambió, y fueron aceptados por la teoría neoclásica a inicios de los años sesenta, en lo que hoy conocemos como “expectativas racionales” o más popularmente como “racionalidad Muthian” (Muth, 1961). Este autor argumentó acerca del supuesto e improbable accionar irracional de los granjeros, ante los errores sistemáticos cometidos al predecir los precios, que era el estado del razonamiento prevaleciente en el famoso modelo de la telaraña.

Antes de Muth, el modelo dinámico de la telaraña, de una ruta cíclica a un equilibrio estable, fue el principal modelo para explicar la regular ocurrencia y persistencia de los ciclos económicos. No obstante, para que se de la estabilidad del modelo (de la telaraña), se requiere que la elasticidad precio de la demanda sea mayor, en valor absoluto, a la elasticidad precio de la oferta.

Muth, rechazo esta modelo, por ser inconsistente con el supuesto funcionamiento racional de los granjeros, los cuales no eran tontos y no cometían errores sistemáticos al predecir los precios. De acuerdo a su racionalidad, Muth, explica que:

[...] expectativas, desde el momento que son predicciones informadas sobre futuros eventos, son esencialmente las mismas que se utilizan en las predicciones relevantes de la teoría económica. Con el riesgo de confundir esta hipótesis puramente descriptiva con un pronunciamiento como el que las empresas deben hacer, nosotros llamaremos a tales expectativas “racionales” (1961: 316).¹⁷

Así nació la revolución de las “expectativas racionales”, que entre los años setenta y ochenta tuvo su máximo apogeo, cuando escritores neoclásicos como Barro y Lucas, la presentaron a la manera de una teoría superior a la tradicional y supusieron *ad hoc* su superioridad sobre el modelo IS-LM. Esta tradición continuó hasta el cuestionamiento de los escritores keynesianos. Situación que se inició con

¹⁷ Más acerca del uso de las expectativas racionales, véase Sheffrin (1996).

Hahn (1966), al cuestionar la inclusión de las expectativas racionales en todas las aplicaciones e hipótesis neoclásicas. Posteriormente, los escritores keynesianos como Goodwin (1967, 1986, y 1990) entre otros; y Grandmont (1985 y 1998); este último en particular, sostuvieron que en todo modelo con la propuesta de agentes económicos dotados con expectativas racionales, los ciclos irregulares y las fluctuaciones podrán ocurrir en forma de burbujas especulativas. En cuanto a esta relación, Roser (2000), indicó que ello era como la propuesta de Hahn (1966), quien fue el primero en ofrecer un modelo formal para enfatizar la posibilidad de burbujas racionales (debidas a la exuberancia de la inversión keynesiana o “los espíritus animales”), la cual, nos lleva al “problema de Hahn, de la inestabilidad en la trayectoria de la silla de montar”, en un modelo donde los agentes económicos están dotados con predicciones perfectas y expectativas racionales.

La revolución causada por las expectativas racionales, tiene su más importante desafío y su mayor énfasis en el llamado *anything goes proposition*¹⁸ de Sonnenschein (1973); Mantel (1974); y Debreu (1974):

Para algún sistema con funciones de utilidad continuas y convexas, que cumplan con la ley de Walras, donde los precios sean diferentes de cero, tengamos muchos agentes y al menos dos productos, entonces es posible la función de exceso de demanda agregada (Rosser, 2000: 73).

Con SMD, las irregularidades en forma de indeterminaciones y equilibrio múltiple son posibles aún en modelos estrictamente neoclásicos con expectativas racionales, por ejemplo, el de los ciclos con límite simple de Scarf (1960), y como en el caos y otros donde la dinámica es más compleja (Saari, 1985, 1991, 1995, 1996; Day y Pianigiani, 1991; Day, 1994; Weddepohl, 1995). Rosser (2000: 74) establece más tarde que esto lleva a Smale (1991), a proponer el problema de la dinámica de los precios neoclásicos en el modelo Walras-Arrow-Debreu, como el noveno de los diez grandes e irresueltos problemas de dinámica.

Con lo anterior, tendría que ser un requisito para los modelos neoclásicos señalar adecuadamente las condiciones de regularidad y estabilidad, con el afán de evitar la inestabilidad estructural y las fluctuaciones cíclicas en sus modelos. El SMD no resistió, esas condiciones de regularidad enfatizan la suavidad y monotonicidad en las funciones de consumo y producción, de tal manera que se den las condiciones para un equilibrio único y estable y de acuerdo a ello, algún movimiento que

¹⁸ Los detalles sobre el SMD se pueden encontrar en Mas-Colell (1985).

distorsione este equilibrio inherente y estructuralmente estable (por ejemplo, cuando se implementan políticas) deberá ser rechazado. Este fue el nacimiento de la posición neoclásica en cuanto a la “irrelevancia de la política”. La introducción y el futuro desarrollo de los modelos macroeconómicos dinámicos no lineales, es un serio desafío a todo ello. Ahora mismo existe un movimiento para reintroducir la idea keynesiana de la “incertidumbre fundamental”, que se caracteriza por una mayor oscilación debida a los “espíritus animales” de los inversores. Lo novedoso en esta dinámica, es que el origen de las fluctuaciones en la economía no están directamente relacionadas a alguna fuerza externa o “shocks aleatorios”, debido a que la incertidumbre intrínseca en dotaciones, gustos y tecnología, causarían fluctuaciones no deseadas en el agregado económico. En el pensamiento neoclásico, las fluctuaciones se deben fundamentalmente, a lo que se conoce como *time-to-build*, los retrasos en los ajustes económicos ante shocks exógenos, sin éstos, la economía transitaría dinámicamente hacia un estado estable y único.

Aunque la visión keynesiana se enfoque sobre la importancia de las oscilaciones y los ciclos en la economía agregada, se enfatiza que es diferente a la reciente visión cíclica del pensamiento prekeynesiano, tal como los modelos referentes a los pseudo-stoks de la escuela australiana, de acuerdo con los cuales, los periodos de auge llevarán implícitos su “propia semilla de la destrucción”, en el sentido de que se impulsarán lapsos de depresión en el siguiente lapso de tiempo. En efecto, Keynes rechazo del todo la idea de ciclos regulares, además estableció que:

Algunas fluctuaciones en inversión no serán compensadas por cambios correspondientes en la propensión a consumir, con el consecuente resultado de una fluctuación en el empleo. Es por ello que el volumen de inversión esta sujeto a influencias muy complejas, es altamente improbable que todas las fluctuaciones en la misma inversión o en la eficiencia marginal del capital serán de carácter ciclico (Keynes, 314).

Más adelante no sólo vio en los “espíritus animales” la volatilidad inherente, sino también advirtió lo impredecible del hombre promedio ante un cambio de ambiente, en especial en uno caótico, éste se tornaría más y más caótico. El funcionamiento impredecible de los agentes económicos, es el fundamento básico de la visión keynesiana moderna, en el sentido que esta postura imposibilita a los agentes económicos para predecir las trayectorias de la economía agregada en el largo plazo y, como se podrá comprender, la incertidumbre básica en la economía agregada continuará (en términos dinámicos modernos, esto se refiere a la inestabilidad estructural).

En uno de sus últimos estudios, mostró cómo, al situar la visión keynesiana de inestabilidad estructural en un ambiente internacional, ello nos llevaría también a un funcionamiento caótico (las pruebas específicas demostraron una bifurcación Hopf, como una ruta hacia el caos que puede explicar la relación dinámica entre la deuda externa y el crecimiento óptimo). Por tanto, una predicción sobre una trayectoria de largo plazo de una economía abierta es virtualmente imposible y sólo podrá darse en el corto plazo. Sin embargo, una variedad de condiciones de mercados en desequilibrio (indeterminación o equilibrio múltiple), deberán ser una descripción probable de las relaciones no lineales entre la deuda externa y el crecimiento. Lo anterior se toma dentro de la perspectiva neokeynesiana, pues la visión neoclásica de una convergencia suave hacia un estado de equilibrio estable y único es totalmente rechazada.

El asunto ahora se extiende para considerar, en general, el viejo debate sobre la relevancia de la política entre neoclásicos y keynesianos, y específicamente si las fluctuaciones de corto plazo son o no relevantes. Para los primeros, las fluctuaciones de corto plazo son insignificantes, puesto que son resultados eficientes de procesos optimizadores realizados por agentes racionales dotados de predicción perfecta y expectativas racionales. Por lo tanto, alguna intervención política que intente interferir con la naturaleza inherentemente estable del proceso económico, deberá ser contraproducente. La confianza recae en el subastador walrasiano y su capacidad para corregir y guiar a la economía agregada hacia un equilibrio óptimo en el sentido de Pareto y estable.

Por el lado keynesiano se considera que el subastador es un mito. Esta visión fue formulada durante la Gran Depresión en 1930, tiempo en que se consideraba normal la existencia de una gran masa de trabajadores desempleados. Keynes renovó el análisis económico con sus trabajos, al indicar que había una inestabilidad inherente en el agregado económico y marcó la posibilidad de que la economía agregada pueda caer en prolongadas recesiones y depresiones –con toda su dramática carga de imágenes de privaciones y miseria humana. En este sentido, los keynesianos en general, refutan la política neoclásica que propugna la tradicional frase de “manos fuera”. Hay ahora un nuevo énfasis sobre el papel que juega la política (ambas, monetaria y fiscal), en propiciar salidas a los periodos prolongados de depresión. Los shocks nominales, pueden tener efectos reales permanentes y significativos que pueden ser benéficos para todos.¹⁹

¹⁹ No necesariamente en el sentido neoclásico de Pareto óptimo, sino en obtener menores fluctuaciones y mayor crecimiento de la producción. Estas ideas están incorporadas en la visión de Grandmont (1988), sobre la *General Temporary Equilibrium Theory*.

El nuevo campo de batalla se está dando en el sentido de otorgar demostraciones sobre la existencia en la economía agregada de una propiedad llamada “inestabilidad inherente”, o lo que Keynes llamó “incertidumbre fundamental” y que en terminología de la dinámica moderna se denomina “inestabilidad estructural”. Barnett y Chen (2000) lo describieron brevemente, argumentaron que si la visión neoclásica, es decir su visión sobre el proceso económico fuera correcta, entonces el mercado como institución y los hombres actuando a manera de máquinas (dotados con el subastador walrasiano), todos ellos funcionarían siempre a la perfección. Un desperfecto pequeño requeriría de las habilidades de un ingeniero-economista para afinar la máquina, que en teoría, deberá trabajar de forma ideal.

O por otro lado, debemos asumir la visión keynesiana, en la que el proceso económico y las instituciones forman en general, parte de la naturaleza y justo como cualquier parte de ella, su proceso evolutivo estará caracterizado por un funcionamiento caótico y no por uno convergente. En el estudio físico de la naturaleza, la física acepta generalmente la visión de que el proceso natural se describe de mejor manera en términos de geometría fractal (Mandelbrot, 1998), de la geometría de formas fragmentadas y no suaves. Tomada en este contexto, la inestabilidad estructural perfecta tendrá sentido, al modelarse el proceso económico, se deberá considerar la posibilidad de que existan fluctuaciones erráticas e impredecibles y la existencia de oscilaciones. Como tales, los métodos de los sistemas modernos no lineales y de dinámica compleja, deberán proveer un mejor paradigma para entender el proceso económico.

Conclusiones

El presente trabajo trata de presentar el retorno a Keynes y sus ideas, particularmente las incluidas en la *Teoría General*. Con la aparición de la no linealidad y la dinámica compleja, los modelos y herramientas macroeconómicas de la escuela neoclásica mostraron ser insuficientes para que un macroeconomista pudiera entender mejor los modelos de facetas complejas en la macroeconomía agregada, en particular muchos de los situados en el contexto internacional. Investigaciones macroeconómicas recientes, tienden a rechazar la idea walrasiana de mercados en equilibrio, en el equilibrio general competitivo (CGE) de los modelos de la escuela neoclásica.

Siempre podrá preguntarse: ¿en qué parte del mundo es posible encontrar una bendita economía, con la característica de la no intervención, de tal manera que el subastador que equilibra los mercados se encuentre funcionando perfectamente bien? Milton Friedman, mencionó alguna vez que para él, Hong Kong era el

mejor ejemplo de que el subastador existía. Esto fue cuando dicha región se hallaba bajo el protectorado Británico y su economía colonial se desarrollaba sin el intervencionismo natural. Pero la visión de Friedman sobre Hong Kong desapareció, cuando en 1997 regresó a formar parte de China, y aunque este país continuó la práctica de no intervención, esa economía impuso cada vez, más y más regulaciones. Así, Hong Kong dejó de pertenecer al paraíso del subastador walrasiano.

Es por ello, que en los tiempos modernos, donde la regla económica del día es regulación y más regulación (y más fluctuaciones y oscilaciones económicas), el subastador walrasiano no existe en tiempo real. Lo que queda, no es más que un artificio académico y los macroeconomistas que siguen creyendo en él, están sentenciados a vivir fuera de la teorización de nuestros días, en el limbo académico.

Un nuevo paradigma está exigiendo cambios en el sentido de Kuhn, en la ciencia económica con la mayor aceptación y reconocimiento de la dinámica compleja y no lineal en la modelación macroeconómica.²⁰ Los keynesianos vieron en la ciencia emergente no lineal (también conocida como teoría de la complejidad o la teoría del caos determinístico) una ruta para introducir a Keynes de regreso a la principal corriente de teoría económica.

A comienzos de 1950, con la formulación de la hipótesis de “expectativas racionales”, los neoclásicos rechazaron la idea keynesiana de rigideces en precios y salarios y la racionalidad restringida (o en el peor de los casos, la no racionalidad), dejando el camino libre al equilibrio de los mercados walrasianos o modelos de equilibrio general competitivo (CGE), como la única visión correcta de la economía agregada. El resultado motivó el desarrollo de una serie de modelos de ciclos económicos reales (RBC), que remarcaban la idea de la irrelevancia de las políticas y la convergencia global a un equilibrio estable y único, donde supuestamente encontramos un estado de bienestar en términos del óptimo de Pareto.

Pero todo cambió con el renovado optimismo de una nueva generación de neokeynesianos como Hahn (1966, 1974, 1977); Solow (1956, 1971, 1999); y Grandmont (1985, 1988, 1998), entre otros, que emergieron para defender la reintroducción de Keynes, a la luz de la revolución que causaron las expectativas racionales y los ciclos económicos reales.

La nueva generación de modelos keynesianos pone énfasis en las fluctuaciones endógenas del producto real y otras variables económicas agregadas, como la inversión y el empleo. Recordando de nueva cuenta que la visión neoclásica

²⁰ Véase Kuhn (1962).

sobre el agregado económico, es inherentemente estable y siempre se encuentra en equilibrio, las ideas sobre fluctuaciones de corto plazo son rechazadas. Esto no pasa en la visión keynesiana, pues las fluctuaciones de corto plazo son medios importantes para introducir reformas de política económicas.

En general, en los modelos keynesianos se enfatiza la inherente inestabilidad natural de la economía agregada, lo que propiciará las fluctuaciones endógenas. De acuerdo con lo anterior, las variables de política nominales (es decir, las políticas monetarias y fiscales) deberán tener, tanto impacto en el corto plazo, como impactos permanentes en el largo plazo, lo que algunas veces, nos llevará a las indeterminaciones y la multiplicidad.

Referencias bibliográficas

- Abraham, R. y C. Shaw (1984). "Dynamics the Geometry of Behavior", part. IV: *Bifurcation Behavior*, Santa Cruz, California: Aerial Press.
- Akerlof, G. A. y J. L. Yellen (1985). "Can small deviations from rationality make significant differences to economic equilibrium" en *American Economic Review*, núm. 75, pp. 708-720.
- Allen, F. (1984). "Reputation and Product Quality" *RAND Journal of Economics*, vol. 15, núm. 3 (Autumn, 1984), pp. 311-327.
- Arthur, W. B. (1988). "Self-reinforcing mechanisms in economics" en P. W. Anderson, K. J. Arrow y D. Pines (eds.), *The Economy as an Evolving Complex System*, USA: Addison-Wesley, pp. 9-31.
- Barnett, Williams y Yijun He (2002). "Stabilization policy as bifurcation selection: would stabilization policy work if the economy really were unstable?" en *Macroeconomic Dynamics*, núms. 5, 6, noviembre, pp. 713-747.
- Benassy, J. P. (1984). *The Economics of Market Disequilibrium*, New York: Academic Press.
- (1986). *Macroeconomics: An Introduction to the Non-Walrasian Approach*, New York: Academic Press.
- Benhabib, J. y K. Nishimura (1979). "The Hopf bifurcation and the existence and stability of closed orbits in multisector models of optimal economic growth" en *Journal of Economic Theory*, núm. 21, pp. 421-444.
- y R. Day. (1982). "A characterization of erratic dynamics in the overlapping generations model" en *Journal of Economic Dynamics and Control*, núm. 4, pp. 37-55.
- Benhabib, J. y R. E. Farmer (1994). "Indeterminacy and growth" en *Journal of Economic Theory*, núm. 63, pp. 19-41.

- y V. Perli (1994). “Uniqueness and indeterminacy: on the dynamics of endogenous growth” en *Journal of Economic Theory*, núm. 63, pp. 113-142.
- Blanchard, O. y S. Fischer (1989). *Lectures in Macroeconomics*, USA: MIT Press.
- Bonanno, G. (1987). “Monopoly equilibria and catastrophe theory” en *Australian Economic Papers*, núm. 26, pp. 197-215.
- y E. Zeeman (1988). “Divergence of choices despite similarity of characteristics: an application of catastrophe theory” en *European Journal of Operational Research*, núm. 36, pp. 379-392.
- Buchanan, J. M. y Y. J. Yoon (eds) (1994). *The Return to Increasing Returns*, USA: The University of Michigan Press.
- Carrier, David (1993). “Will chaos kill the auctioneer” en *Review of Political Economy*, núm. 5, pp. 299-320.
- Cass, D. y K. Shell (1976). “Introduction to Hamiltonian dynamics in economics” en *Journal of Economic Theory*, 12, 1, pp. 31-70.
- Chamley, Christophe (1993). “Externalities and dynamics in models of learning or doing” en *International Economic Review*, vol 34, núm. 3 (aug, 1993), pp. 583-609.
- Coase, R.H. (1937). “The nature of the firm” en *Economica*, vol 16.
- Day, R. H. (1994). *Complex Economic Dynamics*, vols I y II, USA: MIT Press.
- Debreu, G. (1974). “Excess demand functions” en *Journal of Mathematical Economics*, núm. 1, pp. 15-23.
- Dixit, A. y J. Stiglitz (1977). “Monopolistic competition and optimum product diversity” en *American Economic Review*, núm. 67, pp. 297-308.
- Dixon, H. (1987). “A Simple Model of Imperfect Competition with Walrasian Features” en *Oxford Economic Papers*, new series, vol. 39, núm. 1, marzo, pp. 134-160.
- y Rankin (1994). “Imperfect Competition and Macroeconomics: A Survey” en *Oxford Economic Papers*, núm. 46, pp. 171-199.
- Fischer, E. O. y W. Jammernegg (1992). “Empirical investigation of a catastrophe theory extension of the Phillips Curve” en *Review of Economics and Statistics*, núm. 68, pp. 9-17.
- Flaschel, Peter; Reiner Frank y Willi Semmler (1997). *Dynamic Macroeconomics, Instability, Fluctuations and Growth in Monetary Economics*, EUA: MIT Press.
- Furth, D. (1986). “Stability and instability in oligopoly” en *Journal of Economic Theory*, núm. 40, pp. 197-228.
- Gleick, James (1987). *Chaos: The Making of a New Science*, New York: Viking.
- Goodwin, R. M. (1990). *Chaotic Economic Dynamics*, Oxford University Press.

- (1986). “The economy as an evolutionary pulsator” en *Journal of Economic Behavior and Organizations*, núm. 7, pp. 341-349.
- Grandmont, J. M. (ed.) (1988). *Temporary Equilibrium Selected Readings*, USA: Academic Press.
- (1985). “On endogenous competitive business cycles” en *Econometrica*, núm. 53, pp. 995-1045.
- Grossman, Sanford J. y Oliver Hart (1983). “An analysis of the principal-agent problem” en *Econometrica*, núm. 51, pp 7-46.
- Hahn, F. (1966). “Equilibrium Dynamics with Heterogeneous Capital Goods”, 1966, QJE.
- (1977). “Keynesian Economics and General Equilibrium Theory: Reflections on some current debates” en Harcourt (editor), *Microeconomic Foundations of Macroeconomics*.
- y R. Solow (1997). *A critical essay on modern macroeconomic theory*, UK: Blackwell Publishers.
- Hart, Oliver (1982). “A model of imperfect competition with Keynesian features” *Quarterly Journal of Economics*, núm. 97, pp. 109-138.
- Haken, Hermann (1977). “Synergetics,” en *Nonequilibrium Phase Transitions and Social Measurement*, Springer-Verlag, Berlin.
- Kaldor, Nicholas (1940). “A model of the trade cycle” en *Economic Journal*, núm. 50, pp. 78-92.
- Keynes, John Maynard (1960). *The General Theory of Employment, Interest and Money* (paperback), UK: Palgrave Macmillan.
- Krugman, Paul R. (1979). “Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade” en *Journal of International Economics*, november, vol. 9, núm. 4, pp. 469-479.
- Kuhn, Thomas (1996). *The Structure of Scientific Revolutions*, USA: University of Chicago Press.
- Leibenstein, Harvey (1957). *Economic backwardness and economic growth*, New York: John Wiley and Sons.
- Li, Tien-Y. y James Yorke (1975). “Period three implies chaos” en *American Mathematics Monthly*, núm. 19, pp. 985-992.
- Lorenz, Edward N. (1993). *The Essence of Chaos*, Seattle: University of Washington Press.
- Lorenz, H. W. (1993). *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, Berlin: Springer-Verlag.
- y Markus Lohmann (1996). “On the role of expectations in a dynamic Keynesian macroeconomic model” en *Chaos, Solitons and Fractals*, núm. 7, pp. 2135-2155.

- Lucas, R. E. (1988). "On the mechanics of economic growth" en *Journal of Monetary Economics*, núm. 22, pp. 3-42.
- Mandelbrot, B. B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*, USA: Freeman.
- Mankiw, G. D. (1989). "Real business cycles: a new Keynesian perspective" en *Journal of Economic Perspective*, núm. 3, pp. 79-91.
- (1990). "A quick refresher course in macroeconomics" en *Journal of Economic Literature*, núm. 28, pp. 1645-1460.
- Mantel, R. (1974). "On the characterization of aggregate excess demand" en *Journal of Economic Theory*, núm. 7, pp. 348-353.
- Marris, R. (1998). "Increasing returns, constant returns and micro-macro economics" en Arrow, K. J., J. Ng y X. Yang (eds), *Increasing Returns and Economic Analysis*, UK: Macmillan.
- Mas-Colell, Andreu (1985). *The Theory of General Economic Equilibrium: A Differential Approach*, UK: Cambridge University Press.
- Medio, A. (1991). "Continuous-time models of chaos in economics" en *Journal of Economic Behavior and Organization*, núm. 16, pp. 133-151.
- Muth, John T. (1961). "Rational expectations and the theory of price movements" *Econometrica*, núm. 19, pp. 315-335.
- Prigogine, I. y I. Stengers (1984). *Order out of Chaos, Man's new Dialogue with Nature*, London: Heinemann.
- Puu, Tonu (2003). *Attractors, Bifurcations, and Chaos*, Berlin: Springer.
- Rebelo, Sergio (1991). "Long-run policy analysis and long-run growth" en *Journal of Political Economy*, vol 99, núm. 3, pp. 500-521.
- Romer, P. M. (1986). "Increasing returns and long-run growth" en *Journal of Political Economy*, vol 94, núm. 5, pp. 1002-1037.
- (1987). "Growth based on increasing returns due to specialization," *AER Papers and Proceedings*, vol 77, núm. 2, pp. 56-72.
- (1990). "Endogenous technological change" en *Journal of Political Economy*, vol 98, núm. 5, part 2, pp 71-102.
- (1990b). "Capital, labor and productivity" en *Brookings Papers on Economic Activity, Microeconomic Special Issues*, pp. 337-367.
- (1991). "Increasing returns and new developments in the theory of growth," en W. Barnett, B. Cornet, c. D' aspremont, J. Gabszewicz y A. Mas-Colell (eds.) *Equilibrium Theory and Applications, Proceedings of the Sixth International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, UK: Cambridge University Press.
- Rosser, Jr. J. Barkley (1990). "Chaos theory and the New Keynesian Economics" *The Manchester School of Economic and Social Studies*, núm. 58, pp. 265-291.

- (1996). “Chaos theory and rationality in economics” en L. Douglas Kiel and Euel Elliott, (eds.) *Chaos Theory in the Social Sciences: Foundations and Applications*, University of Michigan Press, Ann Arbor, pp. 199-213.
- (1996b). “Chaos theory and post Walrasian Macroeconomics” en D. Colander, (ed.) *Beyond Microfoundations: Post Walrasian Macroeconomics*, Cambridge University Press, pp. 87-107.
- (1998). “Complex dynamics in New Keynesian and Post Keynesian Models” en R. J. Rotheim (ed.) *New Keynesian Economics, Post Keynesian Alternatives*, UK: Routledge, pp. 288-302.
- (2000). *From Catastrophe to Chaos: A General Theory of Economic Discontinuities*, Boston: Kluwer Academic Publishers.
- y M. Rosser (1994). “Long wave chaos and systemic economic transformation” en *World Futures: The Journal of General Evolution*, núm. 39, pp. 197-207.
- Saari, D. (1985). “Iterative price mechanisms” en *Econometrica*, núm. 53, pp. 1117-1131.
- (1991). “Erratic behavior in economic models” en *Journal of Economic Behavior and Organization*, núm. 16, pp. 3-35.
- (1995). “Mathematical complexity of simple economics” en *Notices of the American Mathematical Society*, núm. 42, pp. 222-230.
- (1996). “The ease of generating chaotic behavior in economics” en *Chaos, Solitons and Fractals*, núm. 7, pp. 2267-2278.
- Sargent, T. (1993). *Bounded Rationality and Macroeconomics*, Oxford: Clarendon Press.
- Scarf, Herbert (1960). “Some examples of global instability of the competitive equilibrium” en *International Economic Review*, núm. 1, pp. 157-172.
- Sheffrin, S. (1996). *Rational Expectations*, Cambridge University Press.
- Silvestre, Joaquim (1993). “The market-power foundation of macroeconomic policy” *Journal of Economic Literature*, núm. 31, pp 105-141.
- Simon, H. (1982). *Models of Bounded Rationality*, USA: MIT Press.
- Smale, S. (1991). “Dynamics retrospective: great problems, attempts that failed” *Physica D*, núm. 51, pp. 267-273.
- Soliman, A. S. (1996). “Transitions from stable equilibrium points to periodic cycles to chaos in a Phillips curve system” en *Journal of Macroeconomics*, núm. 18, pp. 139-153.
- (1996b). “Fractals in nonlinear economic dynamics” en *Chaos, Solitons and Fractals*, núm. 7, pp. 247-256.

- (1997). “Assessing the effect of shock policies in nonlinear macroeconomic dynamic systems using fractal boundaries in parameter space” en *Chaos, Solitons and Fractals*, núm. 8, pp. 909-915.
- Solow, R. (1956). “A contribution to the theory of economic growth” en *Quarterly Economic Journal*.
- (1971). *Growth Theory, an Exposition*, USA: Oxford University Press.
- (1999). *Monopolistic Competition and Macroeconomic Theory*, Cambridge University Press.
- Sonnenschein H. (1973). “Do Walras’ identity and continuity characterize the class of community excess demand functions?” en *Journal of Economic Theory*, núm. 6, pp. 345-354.
- Sorger, Gerhard (1994). “Period three implies heavy discounting” en *Mathematics of Operations Research*, núm. 19, pp. 1-16.
- (1995). “Chaotic Ramsey equilibrium” en *International Journal of Bifurcations and Chaos*, núm. 5, pp. 373-380.
- (1998). “Imperfect foresight and chaos: an example of a self-fulfilling mistake” en *Journal of Economic Behavior and Organization*, núm. 33, pp. 363-383.
- Stokey, N. L., R. E. Lucas y E. Prescott (1989). *Recursive Methods in Economics*, Harvard University Press.
- Thom, Rene (1975). *Structural Stability and Morphogenesis*, UK: W. Benjamin.
- (1977). “Structural stability, catastrophe theory and applied mathematics” en *SIAM Review* (april).
- Varian, Hal (1979). “Catastrophe theory and the business cycle” en *Economic Inquiry*, núm. 17, pp. 14-48.
- Weddepohl, Claus (1995). “A cautious price adjustment mechanism: chaotic behavior” *Journal of Economic Behavior and Organization*, núm. 27, pp. 293-300.
- Weidlich, W. y Haag, G. (1983). *Concepts and Models of a Quantitative Sociology, The Dynamics of Interaction Populations*, Berlin: Springer-Verlag.
- Zeeman, E. G. (1977). *Catastrophe Theory, Selected Papers*, USA: Addison-Wesley.