Análisis Económico
Núm. 48, vol. XXI
Tercer cuatrimestre de 2006

El Premio Nobel de Economía y la Teoría de juegos: un encuentro más

(Recibido: abril/06–aprobado: mayo/06)

*Jorge Fernández Ruiz**

Resumen

En este trabajo se revisan algunas de las líneas de trabajo de los economistas que han recibido el Premio Nobel de Economía debido a sus aportaciones realizadas a través del análisis de la Teoría de juegos. Se discute el método de análisis de la Teoría de juegos en Economía y se ubican algunas de las aportaciones de Nash, Selten y Harsanyi (los primeros galardonados), y de manera más extensa las de Aumann y Schelling (los más recientes premiados).

Palabras clave: Teoría de juegos, Nobel de Economía, equilibio.
Clasificación JEL: C70, C71, C72.

* Profesor-Investigador del Centro de Estudios Económicos de El Colegio de México (jfernan@colmex.mx).

Introducción

El año 2005 fue la segunda ocasión en la cual se concedió el Premio Nobel de Economía haciendo mención explícita que tal hecho era debido a las aportaciones realizadas mediante el análisis de la Teoría de juegos. Hagamos un poco de historia. Si quisiéramos establecer un año de nacimiento para la Teoría de juegos, seguramente elegiríamos 1944, cuando fue publicado el libro de John Von Neumann y Oskar Morgernstern *Theory of Games and Economic Behavior*. El entusiasmo que ellos mostraban por esta aproximación a la realidad y en cuanto a su aportación a la economía, tardó tiempo en probar que tenía sustento. Todavía a mediados de los setenta sus aplicaciones en la economía eran muy escasas. Pero gradualmente la situación cambió y en 1994, cincuenta años después de lo que podría considerarse el nacimiento de la Teoría de juegos, la Real Academia Sueca de las Ciencias decidió otorgar el premio Nobel de Economía a John Nash, John Harsanyi y Reinhard Selten por su papel pionero en los análisis de los equilibrios en el marco la Teoria de juegos. Para entonces, y según el comunicado oficial de la academia, era evidente que esta teoría se había convertido en una herramienta dominante en el análisis de problemas económicos.

Una década más tarde, se vuelve a otorgar el Premio Nobel de Economía a dos investigadores de esta rama de estudio: Robert J. Aumann[1] y Thomas C. Schelling.[2] El comunicado oficial establece como motivo “haber aumentado nuestra comprensión del conflicto y la cooperación a través del análisis de la Teoría de Juegos”.

En este sentido, podríamos argumentar, que si consideramos que muchos elementos de la Teoría de juegos se han convertido en material tan común en el análisis económico moderno, al grado que su lenguaje, visión y enseñanzas no se consideran ya como algo separado o siquiera distinguible de otras forma de análisis económico, sino que forman parte de las herramientas de uso cotidiano del economista; existen otras aportaciones galardonadas con el Premio Nobel de Economía apoyadas fuertemente en la Teoría de juegos. Así, podemos sostener que entre 1994 y 2005 en realidad ha habido otros premios Nobel cuyas investigaciones están basadas, o al menos estrechamente vinculadas, con el enfoque de la Teoría de juegos. Tal es el caso de Joseph Stiglitz, George Akerlof y Michael Spence, galardonados en 2001 por sus investigaciones referentes a que los agentes económicos toman decisiones e interactúan en entornos donde cuentan con información distin-

[1] Center for Rationality, Hebrew University of Jerusalem, Israel.
[2] Department of Economics and School of Public Policy, University of Maryland, College Park, MD, USA.

ta. Lo mismo puede decirse en el caso de William Vickrey, a quien se le concedió, junto con James Mirrlees, el Premio Nobel de Economía 1996 por sus trabajos sobre la teoría económica de los incentivos bajo información asimétrica. En efecto, los trabajos de Vickery sobre la teoria económica de la subastas descansan de manera fundamental en el uso de conceptos desarrollados por la Teoría de juegos. Pero aquí no proseguiremos esa línea de análisis y nos limitaremos a analizar a los primeros autores mencionados.

1. La Teoría de juegos, un ejemplo

¿Qué es la Teoría de juegos? En esencia, es un instrumento que nos permite analizar situaciones en que existe un conjunto de jugadores, cada uno con ciertas preferencias definidas, los cuales tienen que tomar una decisión entre varias estrategias posibles bajo la siguiente premisa central: el bienestar de cada jugador depende no solamente de la decisión que tome, sino también de lo que haga el resto de los jugadores. En su forma más sencilla, la Teoría de juegos examina qué hará un jugador racional (entendido como aquél que realiza las acciones que cree que resultarán en su beneficio) en este tipo de contextos. Vale la pena resaltar que estas decisiones dependerán tanto de la información que posea el jugador al momento de tomarlas como de sus conjeturas sobre lo que harán los demás. Para formular un juego (en realidad aquí hablamos de un juego en forma estratégica) se necesita entonces definir con precisión tres cosas: 1) quiénes son los jugadores, 2) qué estrategias tiene a su disposicion cada jugador, y 3) "qué tan bien le va" a cada jugador para cada combinación de estrategias posibles, es decir, sus preferencias representadas por una función de pagos (o de utilidad). En realidad la combinación de estrategias definirá un cierto resultado, y es a este resultado al que los jugadores asignarán cierta utilidad.

Utilicemos el célebre ejemplo del "dilema del prisionero" para ilustrar esta situación. En este ejemplo, dos prisioneros acusados de cometer un crimen son puestos en una situación que los induce a confesar su crimen. Si ningún prisionero confiesa el crimen, el fiscal sólo podrá acusarlos de un delito menor, por el que ambos pasarán seis meses en la cárcel. Si los dos confiesan el crimen, se tendrán elementos suficientes para sentenciarlos a cuatro años de prisión. Finalmente, si solamente uno de los dos confiesa, se le promete que en lugar de los cuatro años de prisión que le corresponderían sólo purgará tres meses, pero hará posible que a su cómplice lo sentencien por cinco años . La siguiente matriz de doble entrada sintetiza lo que acabamos de decir.

El dilema del prisionero

		II	
	Prisionero I / *Prisionero II*	*Confesar*	*No confesar*
I	*Confesar*	4 años, 4 años	3 meses, 5 años
	No Confesar	5 años, 2 años	6 meses, 6 meses

En este ejemplo concreto los jugadores son los dos acusados, las estrategias a disposición de cada uno de ellos son solamente confesar o no hacerlo, y las preferencias de cada jugador son simplemente pasar el menor tiempo posible en la cárcel.

En este sencillo esquema, si cada jugador hace lo que más le conviene (confesar) ambos terminarán pasando cuatro años en la cárcel: la peor situación posible para los dos. Para ver por qué, fijémonos por ejemplo en el jugador I. Él se da cuenta que si el jugador II confiesa, pasará menos tiempo en la cárcel si confiesa (cuatro años) que si no lo hace (cinco años). Lo mismo ocurrirá si el jugador II no confiesa: confesar lo conduce a una menor condena (tres meses) que no hacerlo (seis meses). De esta manera, el jugador I decidirá confesar. El jugador II razonará de la misma manera, y terminarán en la casilla superior izquierda.

2. Los premios Nobel

2.1 El primer Nobel

En el ejemplo de la sección anterior hemos recurrido implícitamente a un concepto de equilibrio, el cual nos ha permitido seleccionar una combinación de estrategias considerada como aquélla que efectivamente elegirán dos jugadores racionales. En 1994 se otorgó el Premio Nobel de Economía a John Nash, John Harsanyi y Reinhard Selten precisamente por "su papel pionero en el análisis de los equilibrios en la Teoría de Juegos No Cooperativos".

Empecemos con Nash, puesto que su nombre está vinculado tanto a la idea de equilibrio como al concepto de juegos cooperativos y no cooperativos. De hecho, a él se debe la distinción entre juegos cooperativos, en donde los jugadores pueden establecer acuerdos que posteriormente se pueden hacer cumplir incluso aunque no resulte en interés de ellos hacerlo, y juegos no cooperativos, en los cuales sólo se respetan acuerdos porque a cada jugador le conviene hacerlo. Por otra parte, existe más de un concepto de equilibrio en la Teoría de Juegos, pero el más empleado es, sin duda, el equilibrio de Nash. En nuestro ejemplo anterior, aunque en nuestro razonamiento no recurrimos a la idea de equilibrio de Nash, resulta que la combinación de estrategias en que los dos acusados confiesan su crimen también es un equilibrio (el único) de Nash del juego. Un equilibrio de Nash se caracteriza porque a) cada jugador hace lo que más le conviene, dada una cierta conjetura sobre lo que harán los demás, y b) las conjeturas son correctas. Otra forma de ver lo anterior, es decir que en un equilibrio de Nash ningún jugador tiene incentivos a desviarse unilateralmente, lo cual es fácil de verificar en nuestro ejemplo. Supongamos que el jugador II confesará su crimen, lo que más le conviene hacer al jugador I es confesar. Recíprocamente, suponiendo que el jugador I confesará su crimen, lo que más le conviene hacer al jugador II también es confesar. Podemos observar que este razonamiento no se puede aplicar para ninguna de las otras tres combinaciones posibles, por lo que efectivamente el equilibrio de Nash es único.

El que hayamos encontrado un equilibrio de Nash no es casualidad, este autor demostró que todo juego finito en forma estratégica tiene al menos un equilibrio (de Nash) si se admiten estrategias mixtas (Nash, 1950, 1951).

Pasemos ahora a Harsanyi. En el ejemplo anterior supusimos que los dos jugadores conocían perfectamente toda la estructura del juego. Este tipo de situaciones se conocen como juegos con información completa. Sin embargo, los jugadores pueden desconocer alguna parte de la estructura del juego, como las estrategias de los otros jugadores, o sus preferencias, o la información que otros tengan sobre ellos mismos. Cuando ocurre esto tendremos un juego con información incompleta, y es posible demostrar que cualquier falta de información se puede reducir a falta de información sobre las preferencias de los jugadores. Es decir, tendremos un juego con información incompleta cuando no todos los jugadores conocen la totalidad de las llamadas funciones de pago (que representan las preferencias de los jugadores). En general, no podremos utilizar los razonamientos que usamos anteriormente al analizar el dilema del prisionero para predecir cómo actuarán los jugadores racionales cuando no están seguros de las preferencias de los demás. En una serie de tres artículos clásicos, publicados en *Management Science* entre 1967 y 1968, títulados “Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players”, con los subtítulos “I. The Basic Model”, “II: Bayesian Equilibrium Points” y “III: Basic Probability Distribution of the Game”; Harsanyi analizó los juegos con información incompleta y mostró cómo se podían transformar en juegos con información completa (pero imperfecta) y ser entonces analizados con las herramientas ya conocidas. Esto posibilitó el análisis de muchas situaciones relevantes en la economía donde las asimetrías de información juegan un papel central en la determinación de las acciones de los jugadores.

Finalmente, mencionemos a Selten. En el ejemplo anterior, cada jugador toma una decision sin conocer aún la decision del otro, y nunca más interactúan. No hay posibilidad de reacción posterior a las decisiones previas de los demás. Sin duda, en muchos casos estas reacciones son importantes. Saber que una decisión presente será conocida por otro jugador cuando éste tome una decisión en el futuro altera ambas decisiones en muchos juegos. Selten estudió este tipo de situaciones e introdujo un refinamiento del equilibrio de Nash, el equilibrio perfecto en subjuegos (Selten, 1965). Este concepto captura el concepto central de credibilidad y de esta manera nos permite desechar aquellos equilibrios de Nash que descansan en acciones futuras que, llegado el momento y la circunstancia en que deberían realizarse, no resultarían en interés de los jugadores llevarlas a cabo.

2.2 El segundo Nobel

En octubre de 2005 la Real Academia Sueca de las Ciencias anunció que nuevamente otorgaba el Nobel por trabajos que usaban intensamente la Teoría de juegos. Es interesante observar que en esta ocasión se reprodujo una característica presente en los autores de “The Theory of Games and Economic Behavior”: un autor es matemático y el otro economista. En efecto, en el caso de Robert Aumann y Thomas Schelling tenemos algo similar, mientras que Aumann abordó el estudio de la Teoría de juegos después de haber realizado un doctorado en el MIT (y haber realizado investigación en Matemáticas); Schelling estudió un doctorado en economía en la Universidad de Harvard y tiene un estilo más literario y menos matemáticamente orientado que su colega.

3. La intuición de Schelling

El estilo de Schelling, contrario al de muchas aportaciones en Teoría de juegos, no es enunciar y demostrar teoremas, sino desarrollar ideas que tiempo después probaron ser importantes y rearan líneas de investigación y fueron formalizadas por otros autores. La elaboración de estas ideas se facilitó por el uso de las herramientas desarrolladas previamente bajo la Teoría de juegos y de hecho –de acuerdo a la Real Academia– un gran mérito de Schelling fue emplear los conceptos de equilibrio previos a juegos que recogían aspectos esenciales de interacciones económicas y sociales relevantes. Cabe mencionar también una característica típica de sus escritos señalada por su alumno Michael Spence –quien también ganó el Premio Nobel de Economía, al formalizar la idea de que ciertas acciones se realizan fundamentalmente por el valor que tienen como “señales” en situaciones con información asimétrica–, la presentación de ejemplos que hacen resaltar los elementos centrales de problemas mucho más complejos.

Gran parte de la intución y de las aportaciones de Schelling se pueden encontrar en su libro *The Strategy of Conflict* (1960). Un capítulo de ese libro (publicado primero como artículo) recoge su análisis pionero sobre las negociaciones bilaterales, en donde en lugar de limitarse a las particularidades de algún tipo concreto de negociaciones, se busca de captar lo que hay de común en todas ellas. Así, desarrolla la idea de capacidad de compromiso (commitment), entendido como la realización de acciones que no serán revertidas porque es costoso hacerlo, o como la promesa creíble de realizar acciones bajo determinadas circunstancias. Schelling enfatiza la idea de que a un jugador le puede convenir cancelar de manera irreversible algunas alternativas de acción para fortalecer su capacidad negociadora. Es la idea de "quemar las naves" antes de una batalla, acción que puede tener como audiencia objetivo tanto los soldados del general que lo ordena como el ejército enemigo. Desde luego en ambos casos, para que surta efecto, es indispensable que la audencia en cuestión se entere y esté convencida de que efectivamente se quemaron las naves. Es una forma de "comprometerse" a no retroceder, a no volver a casa huyendo de la batalla. Esta concepción de compromiso, acciones que son costosas de revertir y que por ese motivo otros jugadores encuentran creíbles, permite explicar comportamientos que a primera vista carecen de sentido.

El comunicado oficial de la Academia Sueca en que se habla de los méritos de Schelling menciona dos ejemplos clásicos de estas ideas. El primero es el de la inversión estratégica en mercados oligopólicos, sobre el que han trabajado, entre otros, Spence (1977) y Dixit (1980). Un fenómeno interesante, es el de una empresa que instala una planta mayor a la justificada por la demanda para hacer creíble ante sus rivales un alto volumen de producción y de esta manera generar en ellos un comportamiento menos agresivo. En este caso la estructura de costos de corto plazo de la empresa no es aparentemente óptima, pero da credibilidad –ante los ojos de sus rivales– a ciertos comportamientos que de otra forma no lo serían. El segundo es la idea, en el contexto de conflictos bélicos, es el del "Segundo golpe", que se refiere a que un país establece un mecanismo fuera de su propio control para que, en caso de ser atacado, devuelva el ataque. La idea es que este mecanismo disuade al atacante y genera un equilibrio sin guerra. Ahora, en un contexto en donde existan errores de interpretación, es decir que un país crea erróneamente que ha sido atacado, esto es peligroso. De cualquier forma, aun introduciendo aleatoriedad en el análisis, en equilibrio el país que implementa el mecanismo del "Segundo golpe" establece un mecanismo para que, con una probabilidad suficientemente alta, se devuelva el ataque. Nuevamente, la idea es disuadir al atacante, y esto desde luego genera lo que en el contexto de la Guerra fría, en el cual se desarrollaron las ideas de Schelling, se conocía como el “equilibrio del terror”.

Otro fenómeno en la misma línea sería el del gasto en publicidad. Es difícil argumentar que los niveles observados de publicidad se justifican por la necesidad de informar sobre las características de los productos anunciados, como también es debatible qué tanto efecto pueda tener sobre las preferencias de los consumidores. Una línea de argumentación distinta descansa sobre la idea de “compromiso” discutida anteriormente, en el sentido de que un alto gasto en publicidad hace creíble la intención de la empresa por permanecer en el mercado. Este compromiso de permanencia en el mercado es importante por distintos motivos. Mencionemos dos de ellos. Primero, si se trata de bienes que requieren mantenimiento posterior a su venta, los compradores serán perjudicados en el servicio si la empresa desaparece. Segundo, una empresa que no piensa estar mucho tiempo en el mercado no estará muy interesada en producir bienes de alta calidad, lo cual es importante en la medida en que la calidad del bien no sea perfectamente detectable por el comprador en el momento de la compra. De acuerdo a esta línea de argumentación, el gasto en publicidad hace creíble el compromiso de la empresa de permanecer en el mercado, con todas las consecuencias que esto implica.

Relacionado con lo anterior –actuando en la dirección opuesta– se encuentra el argumento de que un endeudamiento excesivo debilita el compromiso de permanencia en el mercado de la empresa endeudada. En efecto, cuando una empresa está altamente endeudada, al grado de tener una alta probabilidad de bancarrota, encontrará más difícil, por los motivos mencionados anteriormente, convencer a los clientes potenciales de que les conviene comprar sus productos. Este fenómeno ha sido analizado por Titman (1984) y Maksimovic y Titman (1991).

Otra línea de argumentación que Schelling desarrolló de manera temprana, y que posteriormente sería confirmada de manera más formal (especialmente por Aumann), es la idea de que la cooperación es más fácil de sostener en relaciones duraderas. Más aún, Schelling argumentó –tal como indica el comunicado oficial de la Academia Sueca– que incluso cuando se trata de relaciones que naturalmente no se presentan de manera repetida, es posible aumentar la cooperación creando una cierta continuidad en la forma en que interactúan los agentes, es decir, descomponiendo la cooperación en pequeñas cooperaciones. Esta intuición tardaría más de cuarenta años en ser formalizada.

4. Las aportaciones de Aumann

La Academia Sueca reconoció las aportaciones de Aumann a los juegos repetidos. En verdad, su desarrollo formal de los juegos repetidos infinitamente estableció rigurosamente las condiciones en que la cooperación se puede sostener en las relaciones de largo plazo. Conviene mencionar que esto se modela naturalmente en los llamados juegos repetidos infinitamente, las cuales capturan la esencia de relaciones que tienen una duración indefinida, en contraste con aquéllas cuya fecha de terminación está claramente establecida. Conviene también mencionar que este tipo de literatura no solamente permite establecer que efectivamente la cooperación es más fácil de lograr en relaciones duraderas, sino que también aporta luz sobre qué condiciones facititan esta cooperación. Como ejemplo de estas condiciones, mencionemos que un número de jugadores más reducido y una detección más pronta de las posibles infracciones a un acuerdo de cooperación son características que facilitan la existencia de cooperación.

Aumann hizo otras aportaciones importantes a la Teoría de juegos. En lugar de tratar de revisar todas ellas aquí, vamos a optar por examinar con más detalle una de sus aportaciones más famosas. Nos referimos al concepto de equilibrio correlacionado (*correlated equilibrium*).

4.1 Equilibrio correlacionado

Nos basaremos en algunos de los ejemplos que el mismo Aumann presenta en su artículo “Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies” publicado en 1974 en el *Journal of Mathematical Economics*.

Consideremos primero el caso más sencillo e intuitivo. Es el ejemplo de “la batalla de los sexos” (que aparece como ejemplo 2.4 en Aumann, 1974). Tenemos la situación representada por la siguiente matriz de pagos:

La batalla de los sexos

Mujer

		Fútbol	*Ballet*
Hombre	*Fútbol*	2,1	0,0
	Ballet	0,0	1,2

Una pareja tiene la opción de ir al fútbol o al ballet. El hombre prefiere ir al fútbol y la mujer prefiere ir al ballet; pero, sobre todo, los dos prefieren ir juntos. Esto se refleja en los pagos al interior de cada casilla: si van al fútbol, el hombre tiene un pago de dos y la mujer solamente de uno. Si los dos van al ballet, es ahora la mujer quien tiene un pago de dos y el hombre el que obtiene uno. Si van a lugares separados, los dos obtienen cero. Este juego tiene tres equilibrios de Nash. Dos de ellos son en estrategias puras: que ambos vayan al fútbol y que ambos vayan al ballet. Y también tiene un equilibrio en estrategias mixtas, en que el hombre va al fútbol con probabilidad 2/3 y la mujer lo hace con probabilidad 1/3. Notemos que, puesto que eligen sus estrategias de manera independiente, existe una probabilidad positiva de que vayan a lugares diferentes: la probabilidad de que el hombre vaya al fútbol y la mujer vaya al ballet es de (2/3)(1/3) = 2/9 (por lo que la probabilidad de que terminen en sitios distintos es de 4/9). La utilidad esperada para cada jugador es de 2/3.

Consideremos ahora el concepto de estrategias correlacionadas que este ejemplo permite ilustrar de una manera extremadamente sencilla. Se lanza una moneda al aire: si el resultado es águila, los dos van al fútbol, si es sol, los dos van al ballet. Al igual que en el equilibro en estrategias mixtas, el resultado final es aleatorio, pero en este caso nunca terminan en lugares distintos. Al permitir que jueguen estrategias correlacionadas, los jugadores obtienen una utilidad esperada de (1/2)(1)+(1/2)(2)=(3/2). Notemos que tal como ocurría con los tres equilibrios de Nash, ningún jugador tiene incentivos a desviarse unilateralmente. Por ejemplo, si el resultado es águila y la mujer espera que el hombre vaya al fútbol, ella también preferirá hacerlo; recíprocamente (y con mayor razón) el hombre tampoco tendrá incentivos a seguir la recomendación. Notemos también que, aunque se obtienen pagos mayores que en el equilibrio de Nash en estrategias mixtas, estos pagos son una combinación convexa de los que obtienen los jugadores en los equilibrios de Nash en estrategias puras: (3/2,3/2) = (1/2)(2,1) + (1/2)(2,1).

Aumann enfatiza el hecho de que se pueden incluso obtener pagos que no pertenecen a la envoltura convexa de los pagos de equilibrios de Nash. El siguiente ejemplo lo muestra:

Mejorando la envoltura convexa

		II	
		Izquierda	*Derecha*
I	*Arriba*	6,6	2,7
	Abajo	7,2	0,0

Este último ejemplo también tiene dos equilibrios en estrategias puras y uno en estrategias mixtas. Los equilibrios en estrategias puras son: 1) I elige abajo y II elige izquierda, y 2) I elige arriba y II elige derecha. En el equilibrio en estrategias mixtas, I elige arriba con probabilidad 2/3 (y abajo con probabilidad 1/3) y II elige izquierda con probabilidad 2/3 (y derecha con probabilidad 1/3). Por lo tanto, cada jugador obtiene un pago esperado igual a 14/3. Así, los equilibrios de Nash nos conducen a pagos de (7,2), (2,7) y (14/3,14/3).

Consideremos ahora estrategias correlacionadas. Supongamos que mediante un mecanismo aleatorio se elige una de tres tarjetas que indican una estrategia recomendada para el jugador I y otra para el jugador II que indican (abajo, izquierda), (arriba, derecha), y (arriba, izquierda), siendo la probabilidad de elegir cada tarjeta 1/3. Supongamos además que al jugador I se le informa solamente si la tarjeta seleccionada indica que debe jugar abajo o arriba, sin especificar si la tarjeta dice izquierda o derecha. De la misma manera, al jugador II se le informa solamente si la tarjeta dice izquierda o derecha, sin especificar si dice arriba o abajo. Podemos comprobar que cada jugador tiene efectivamente incentivos para apegarse a lo indicado en las tarjetas, suponiendo que el otro jugador lo haga. Veamos por ejemplo el caso del jugador I (por simetría, el caso del jugador II sera igual):

–Si al jugador I se le notifica que se eligió una tarjeta que dice abajo, podrá inferir que se seleccionó la tarjeta (abajo, izquierda), y, dado que II va a elegir izquierda, efectivamente lo que más le conviene es elegir abajo.
–Si al jugador I se le notifica que se seleccionó una tarjeta que dice arriba, sabrá que se seleccionó o bien (arriba, derecha) o bien (arriba, izquierda), con igual probabilidad, por lo asignará una probabilidad de ½ a que II juegue derecha (y ½ a que juegue izquierda). Por lo tanto, si elige arriba, obtendrá (1/2)(6) + (1/2) (2) = 4, mientras que si elige abajo obtendrá (1/2)(7) + (1/2) (0) = 3.5. Entonces, efectivamente elegirá arriba.

Los pagos esperados de seguir estas estrategias correlacionadas son (1/3)(6,6) +(1/3)(7,2)+(1/3)(2,7)= (5,5) que, además de ser mayores que los obtenidos con la estrategia mixta , (14/3,14/3), están fuera de la envolvente convexa de (7,2), (2,7) y (14/3,14/3).

La forma en que se correlacionan las estrategias es distinta al caso anterior. No es que en ocasiones jueguen (abajo, izquierda), y en ocasiones (arriba, derecha). Esto produce un pago fuera de la envolvente convexa de los equilibrios de Nash.

Finalmente, consideremos el siguiente ejemplo en donde se aprecia que bajo estrategias correlacionadas se puede incluso obtener un pago mayor.

Mejorando a los Equilibrios de Nash

		II		
		Izquierda	*Centro*	*Derecha*
	Arriba	6,6	0,0	2,7
I	*Centro*	0,0	4,4	3,0
	Abajo	7,2	0,3	0,0

Este caso se deriva del anterior, al agregar una estrategia (centro) para cada uno de los jugadores. Examinemos los equilibrios de Nash de este juego. Así, al agregar el par de estrategias centro, las combinaciones (abajo, izquierda) y (arriba, derecha) dejan de ser equilibrios. En efecto, si II espera que I juegue abajo, ya no le conviene (como en el ejemplo anterior) jugar izquierda, sino la nueva estrategia centro. Así mismo, si I espera que II juegue derecha, ahora le conviene jugar centro en lugar de arriba.

No obstante, sigue siendo un equilibrio (en estrategias mixtas) que I elija arriba con probabilidad 2/3 (y abajo con probabilidad 1/3) y II elija izquierda con probabilidad 2/3 (y derecha con probabilidad 1/3), obteniendo cada uno un pago esperado de 14/3. Pero aparecen además dos nuevos equilibrios. Uno, el cual es fácil de encontrar es el equilibrio (en estrategias puras) en que los dos jugadores eligen la nueva estrategia centro. En el otro (en estrategias mixtas), el jugador I elige arriba con probabilidad 8/23, centro con probabilidad 11/23 y abajo con probabilidad 4/23. Análogamente, el jugador II elige izquierda con probabilidad 8/23, centro con probabilidad 11/23 y derecha con probabilidad 4/23. Se puede comprobar que dada la estrategia del jugador II, el jugador I es indiferente entre sus tres estrategias puras y, por lo tanto, encuentra óptimo seguir la estrategia mixta enunciada. Lo mismo se puede decir de la estrategia del jugador I dada la estrategia del jugador II. Este nuevo equilibrio en estrategias mixtas genera una utilicad esperada de 56/23 a ambos jugadores. En suma, en este ejemplo existen tres equilibrios de Nash, de los cuales el que genera el mayor pago (14/3 para cada jugador) es el equililbrio en estrategias mixtas que ya existía en el ejemplo anterior.

Consideremos ahora estrategias correlacionadas. Se puede comprobar que el mecanismo aleatorio descrito en el ejemplo anterior, es decir, sigue siendo cierto que cada jugador tiene incentivos para apegarse a la recomendación sugerida en la tarjeta. Por lo tanto, continúa cumpliéndose que las estrategias correlacionadas permiten obtener un pago de 5 para cada jugador, estrictamente superior al alcanzable con los equilibrios de Nash.

Conviene retomar varios hechos que Aumann enfatiza relacionados con lo anterior. Uno lo es la distinción entre juegos cooperativos y no cooperativos, siendo los primeros aquéllos en que se supone que existe la posibilidad de que los jugadores lleguen a acuerdos que se pueden hacer cumplir incluso aunque no resulte en interés de ellos hacerlo, mientras que en los segundos sólo se consideran aquellos acuerdos que se respetan porque a cada jugador le conviene hacerlo. Los ejemplos que hemos presentado aquí se refieren a los segundos, a los juegos no cooperativos. Los equilibrios analizados se pueden ver como acuerdos entre los jugadores, mismos que se respetan porque así les conviene hacerlo y no porque estén obligados a hacerlo por alguna autoridad externa. Al permitir estrategias correlacionadas continúa siendo posible emplear esta interpretación.

Por otra parte, está la cuestión de la comunicación. Cuando se interpretan los equilibrios continúa a manera de acuerdos, como lo estamos haciendo, es natural pensar que exista comunicación entre los jugadores. Y entonces la comunciación ocurrirá tanto en los juegos cooperativos como en los no cooperativos. Pero existen otras interpretaciones de los equilibrios distintas a los acuerdos, por ejemplo, la de que son combinaciones de estrategias sugeridas a los jugadores, recomendaciones acerca de cómo deben jugar. Bajo esta interpretación, los equilibrios proporcionan una condición necesaria para que la recomendación sea aceptada, es decir no es necesaria la comunicación. En este caso, Aumann argumenta que lo único que se necesita si se va a lanzar una moneda al aire, el resultado sea comunicado a los jugadores antes de que lleven a cabo sus acciones. No obstante, el que haya otro tipo de comunicación entre ellos no es ni más ni menos exigible que para alcanzar equilibrios de Nash.

En el artículo utilizado, también aparece la cuestión de las probabilidades subjetivas, que da lugar a la posibilidad de que los jugadores involucrados en un juego asignen probabilidades distintas a ciertos eventos. Esta idea está más desarrollada en artículos posteriores, sobre todo en uno aparecido en *Annals of Statistics* en 1976, con el título “Agreeing to disagree” en el cual se introduce el concepto de conocimiento común, y se prueba que si las probabilidades que dos personas asignan a cierto evento son conocimiento común para ambas, entonces son necesariamente iguales. Finalmente, se vuelve a retomar la idea de estrategias correlacionadas, esta vez incorporando el concepto de conocimiento común, en el artículo publicado en *Econometrica* en 1987 con el título “Correlated Equilibrium as an Expression of Bayesian Rationality”.

Referencias bibliográficas

Aumann R. J. (1964). ”Markets with a continuum of traders” en *Econometrica* 32.

——— (1966). “Existence of competitive equilibria in markets with a continuum of traders” en *Econometrica* 34.

——— (1974). “Subjectivity and correlation in randomized strategies” en *Journal of Mathematical Economics*, 1.

——— (1976). ”Agreeing to disagree” en *The Annals of Statistics* 4.

——— (1981). “Survey of repeated games” en *Essays in Game Theory and Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern*, pp. 11-42, Wissenschaftsverlag (Mannheim).

Banco de Suecia (2005). Comunicado de Prensa, octubre 10, (nobelprize.org)

Harsanyi, J. (1967a). “Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, I: The Basic Model” *Management Science*, 14 (3).

——— (1967b). “Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, II: Bayesian Equilibrium Points” en *Management Science*, 14 (5).

——— (1968). “Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, III: Basic Probability Distribution of the Game” en *Management Science*, 14 (7).

Maksimovic, V. y S. Titman (1991). “Financial policy and reputation for product quality” en *Review of Financial Studies*, 4.

Nash J. (1950). “Equilibrium points in n-person games” en *Proceedings of the National Academy of Sciences*, núm. 36.

——— (1951). “Non-cooperative games”, en *Annals of Mathematics*, núm. 54, pp. 286-295.

Royal Swedish Academy of Science (2005). “Robert Aumann’s and Thomas Schelling‘s Contributions to Game Theory: Analyses of Conflict and Cooperation”, Stockholm: Nobel Foundation.

Schelling T. C. (1956). “An essay on bargaining” en *American Economic Review*, núm. 46.

——— (1960). *The Strategy of Conflict*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

——— (1966). *Arms and Influence*, New Haven: Yale University Press.

——— (1971). “Dynamic models of segregation” en *Journal of Mathematical Sociology* núm. 1, pp. 143-186.

——— (1978). *Micromotives and Macrobehavior*, Cambridge MA: Harvard University Press.

Selten, R. (1965). Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragetragheit, Zeitschrift für die gesamte Staatrwissenschaft, 121, 301-24, 667-89.

Spence, M. (1977). “Entry, investment, and oligopolistic pricing” en *Bell Journal of Economics*, núm. 8.

——— (2002). “Autobiography” enTore Frängsmyr, *Les Prix Nobel. The Nobel Prizes 2001*, (editor) Stockholm: Nobel Foundation.

Titman, S. (1984). “The effect of capital structure on a firm’s liquidation decision” en *Journal of Financial Economics*, núm. 13.