Análisis Económico
Núm. 48, vol. XXI
Tercer cuatrimestre de 2006

Volatilidad del IPC, Nasdaq y S&P500: un modelo Garch multivariado

(Recibido: noviembre/05–aprobado: enero/06)

*Jorge Ludlow**
*Beatriz Mota***

Resumen

La volatilidad de los mercados financieros ha mostrado ser una variable que influye profundamente en el ánimo de los inversionistas, por lo que el objetivo del trabajo es la comparación de volatilidades entre los índices IPC, Nasdaq y S&P500. Para ello, se lleva a cabo una estimación simultánea a través del modelo multivariado GARCH.

Palabras clave: modelo simétrico M-GARCH, rendimiento, volatilidad.
Clasificación JEL: C32, G11, G14.

* Profesor-Investigador del Departamento de Economía de la UAM-Azcapotzalco (jlw@correo.azc.uam.mx).
** Profesora-Investigadora del Departamento de Economía de la UAM-Iztapalapa.

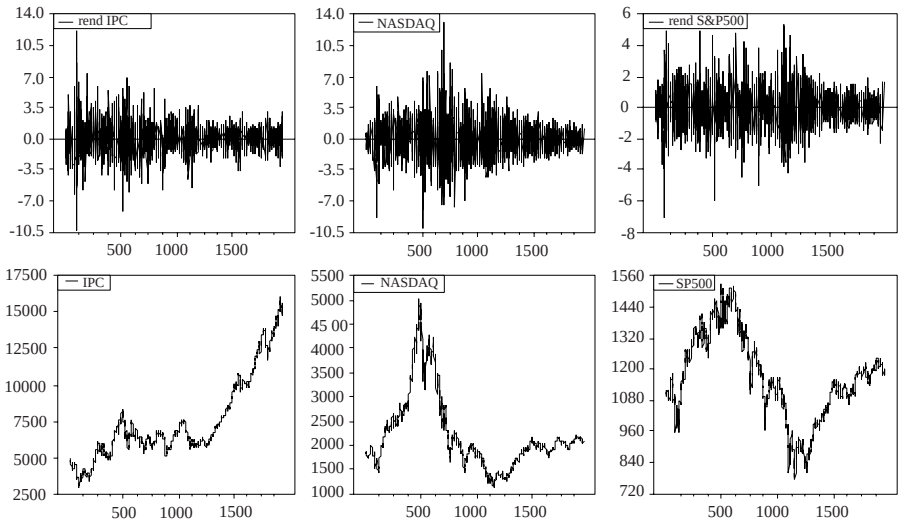
Introducción

La volatilidad de los mercados financieros ha mostrado ser una variable que los inversionistas toman en cuenta para fijar sus decisiones, usualmente se utiliza un modelo GARCH univariado, sin embargo la comparación entre mercados es lo que permite al inversionista llegar a su decisión, y es sabido que si aplicamos la misma técnica, mercado por mercado, se obtiene un resultado ineficiente si no es que sesgado. El objetivo principal de este trabajo es la comparación de volatilidades, razón por la cual se lleva a cabo una estimación simultánea.

Para llevar a cabo este análisis vamos a basarnos en tres importantes series: el IPC, índice del mercado financiero mexicano, y los índices Nasdaq y S&P500, que son índices de mercados financieros de EUA.[1]

Las gráficas de estas series son:

Gráfica 1
Mercados de México y EUA



[1] Los datos son de http://www.finsat.com.mx, correspondientes al periodo del lunes 4 de mayo de 1998 hasta el viernes 28 de octubre de 2005, siendo 1,955 datos diarios.

¿Cómo se afectan entre sí los rendimientos de estos mercados? Es bien sabido que los acontecimientos generados en los mercados financieros de EUA impactan al mercado mexicano en máximo un día de retraso, se puede formalizar esta idea con una prueba muy conocida: la prueba de causalidad de Granger.

En el Cuadro 1, los P-values en negritas corresponden a las entradas en las cuales la hipótesis nula se rechaza con un nivel de significación de 10%. Al tomar la alternativa pasamos a la idea de que sí hay causalidad de Granger.

Cuadro 1
Pruebas de causalidad de Granger

Panel A

Hipótesis Nula: Nasdaq does not Granger Cause IPC

Lags	*F-Statistic*	*P-Value*
Lag1	4.43551	**0.03533**
Lag2	3.27333	**0.03809**
Lag3	2.90671	**0.03351**
Lag4	2.35190	**0.05206**
Lag5	1.9234	**0.08435**

O sea, el Nasdaq sí afecta al mercado mexicano.

Panel B

Hipótesis Nula: IPC does not Granger Cause Nasdaq

Lags	*F-Statistic*	*P-Value*
Lag1	0.76520	0.38182
Lag2	2.04239	0.13000
Lag3	1.43538	0.23060
Lag4	1.81923	0.12243
Lag5	1.59002	0.15958

O sea, el IPC no afecta al Nasdaq.

Panel C

Hipótesis Nula: S&P500 does not Granger Cause IPC

Lags	*F-Statistic*	*P-Value*
Lag1	3.05345	**0.06139**
Lag2	2.19199	0.11197
Lag3	2.03684	0.10673
Lag4	1.79504	0.12714
Lag5	1.63058	0.14858

O sea, el IPC es afectado por el S&P500 sólo por un día de retraso.

Panel D

Hipótesis Nula: IPC does not Granger Cause S&P500

Lags	*F-Statistic*	*P-Value*
Lag1	0.96687	0.32558
Lag2	0.71942	0.48717
Lag3	0.68405	0.56176
Lag4	0.66183	0.61854
Lag5	0.78051	0.56366

O sea, el IPC no afecta al S&P500.

Panel E

Hipótesis Nula: S&P500 does not Granger Cause Nasdaq

Lags	*F-Statistic*	*P-Value*
Lag1	0.70844	0.03533
Lag2	0.56055	0.03809
Lag3	0.40372	0.03351
Lag4	1.61821	0.05206
Lag5	1.37117	0.08435

O sea, el S&P500 no afecta al Nasdaq.

Panel F

Hipótesis Nula: Nasdaq does not Granger Cause S&P500

Lags	*F-Statistic*	*P-Value*
Lag1	0.04067	0.84020
Lag2	021397	0.80740
Lag3	0.36253	0.78008
Lag4	1.60548	0.17025
Lag5	1.35518	0.23837

O sea, el Nasdaq no afecta al S&P500.

Fuente: Elaboración propia.

Resumiendo, tenemos que Nasdaq y S&P500 afectan al IPC, pero no al revés, y los dos índices de EUA son autónomos entre sí. Es decir, el mercado financiero mexicano es el que recibe afectaciones de ambos mercados estadounidenses, lo cual nos lleva a la pregunta básica del trabajo: ¿cómo estas afectaciones repercuten en la volatilidad conjunta?

1. Modelos GARCH

Los modelos ARCH y GARCH, impulsados por Robert Engle (1982) y Tim Bollerslev (1986), están diseñados para capturar el fenómeno de periodos de alta volatilidad. A partir de ellos ha surgido una familia alternativa de especificaciones que buscan modelar la volatilidad, los más importantes son: IGARCH, ARCH-M, EGARCH, TARCH.[2]

En las series financieras univariadas el GARCH(1,1) es un caso muy usado en la práctica, el cual se describe a continuación:

$$h_t = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot h_{t-1}$$

Donde:

$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} \cdot v_t$; y

$v_t \approx iid$.

La varianza condicional es:

$$h_t = w + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot h_{t-1}$$

Donde:

$w \rangle 0;\ \alpha_1 \rangle 0;\ \beta_1 \geq 0;$ y $\alpha_1 + \beta_1 \langle 1$.

La curtosis (*colas gordas*) es:

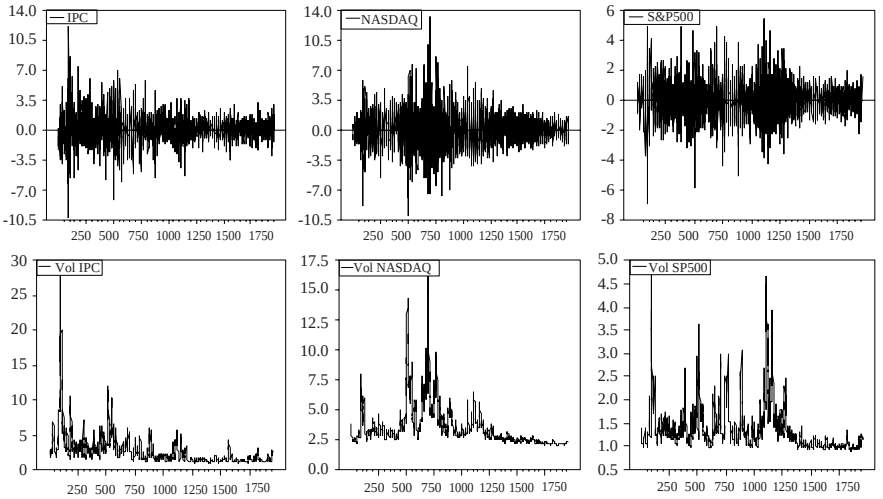
$$K_\varepsilon = \frac{3\left[1-(\alpha_1+\beta_1)^2\right]}{1-(\alpha_1+\beta_1)+2\alpha_1^2} \rangle 3$$

[2] Véase el articulo de Bollerslev, Chou y Kroner (1992).

Se presentan las gráficas de cada índice y su respectiva volatilidad:

Gráfica 2
Mercados de México y EUA

rend del IPC y su var cond, rend del Nasdaq y su var cond, rend de S&P y su var cond



2. Garch multivariado

Debido a que un objetivo principal del trabajo es la comparación de volatilidades, las estimaciones aisladas no son el camino adecuado, es necesario hacer una estimación simultánea así como para el caso multivariado. Para llevar esta a cabo seguiremos la ruta mostrada por Baba *et al.* (1987), quienes propusieron el modelo MV-GARCH en el cual, como es usual, se hace la descomposición:

$$r_t = E\left[r_t \middle| \psi_{t-1}\right] + \varepsilon_t$$
$$Var\left[\varepsilon_t \middle| \psi_{t-1}\right] = h_t$$

La primera relación nos dice que el rendimiento, $r_t = 100 * \{Log(P_t) - Log(P_{t-1})\}$, donde P_t es el valor del índice de mercado en el día t, tiene una componente esperada, dada la toda información disponible ψ_{t-1} hasta el tiempo t-1 y una innovación $\varepsilon_t = (\varepsilon_{it})$, donde i=1,...,n, que no es observable directamente. Por los segundos mo-

mentos está la varianza condicional, h_t, obtenida al utilizar toda la información disponible ψ_{t-1} hasta el tiempo t-1.

La innovación ε_t es la parte ligada a la varianza condicional, que depende del tiempo, ya que al incorporar nueva información las expectativas se modifican.

Estimación de la volatilidad con el modelo MV-GARCH
Para la media condicional se toma:

$$r_{IPC} = \mu_1 + \varepsilon_t$$

$$r_{NASDAQ} = \mu_2 + \varepsilon_t$$

$$r_{S\&P500} = \mu_3 + \varepsilon_t$$

Para la varianza/covarianza condicional se tiene:

$$\begin{pmatrix} h_{11t} & h_{12t} & h_{13t} \\ h_{21t} & h_{22t} & h_{23t} \\ h_{31t} & h_{32t} & h_{33t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11}\varepsilon_1^2(t-1) & a_{12}\varepsilon_1(t-1)\varepsilon_2(t-1) & a_{13}\varepsilon_1(t-1)\varepsilon_3(t-1) \\ a_{21}\varepsilon_2(t-1)\varepsilon_1(t-1) & a_{22}\varepsilon_2^2(t-1) & a_{23}\varepsilon_2(t-1)\varepsilon_3(t-1) \\ a_{31}\varepsilon_3(t-1)\varepsilon_1(t-1) & a_{32}\varepsilon_3(t-1)\varepsilon_2(t-1) & a_{33}\varepsilon_3^2(t-1) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} b_{11}h_{11}(t-1) & b_{12}h_{12}(t-1) & b_{13}h_{13}(t-1) \\ b_{21}h_{21}(t-1) & b_{22}h_{22}(t-1) & b_{23}h_{23}(t-1) \\ b_{31}h_{31}(t-1) & b_{32}h_{32}(t-1) & b_{33}h_{33}(t-1) \end{pmatrix}$$

Como se puede notar, este modelo requiere que la matriz de varianza/ covarianza condicional sea simétrica y definida positiva, por lo cual la matriz C es simétrica, es decir $C_{ij} = C_{ji}$. Las estimaciones se presentan en el Anexo 1, note que todas las entradas son significativas al 5%.

3. ¿ARCH o Garch Multivariado?

Una pregunta usual es: ¿debemos estimar el modelo Multivariado GARCH(1,1) o el correspondiente modelo multivariado ARCH(1)? Para contestarla debemos tomar la varianza residual de cada modelo y calcular el estadístico de la razón de verosimilitud:

$$R = T(\log(\det(\Sigma_{res})) - \log(\det(\Sigma_{unres})))$$

De lo cual se obtiene:

$$\log(\det(\Sigma_{res})) = 4.103766;$$

$$\log(\det(\Sigma_{unres})) = 2.215566; \text{ y}$$

$$R(9) = 3687.652999$$

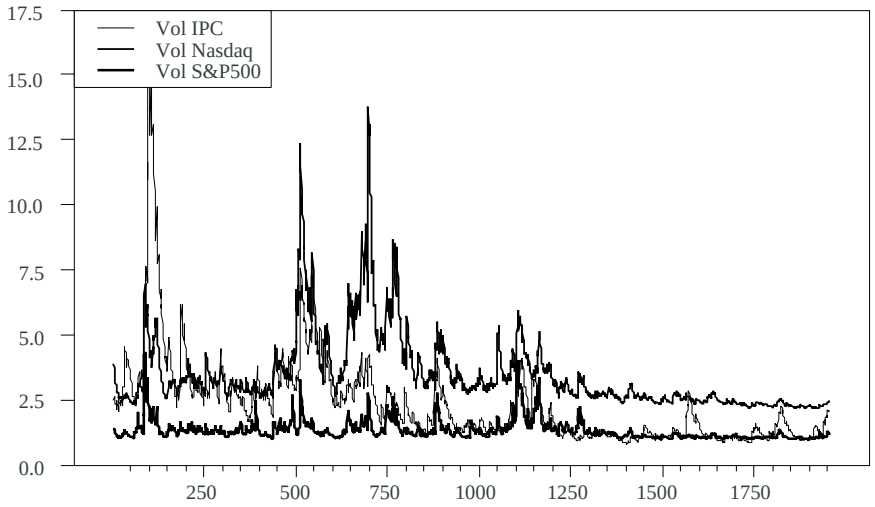
La distribución de la razón de verosimilitud tiene como distribución asintótica a la x^2 con gl=9, de las tablas se obtiene un valor crítico de 1.735, por lo cual se toma el modelo multivariado GARCH(1,1).

Es claro que el modelo bajo la restricción es:

$$\begin{pmatrix} h_{11t} & h_{12t} & h_{13t} \\ h_{21t} & h_{22t} & h_{23t} \\ h_{31t} & h_{32t} & h_{33t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11}\varepsilon_1^2(t-1) & a_{12}\varepsilon_1(t-1)\varepsilon_2(t-1) & a_{13}\varepsilon_1(t-1)\varepsilon_3(t-1) \\ a_{21}\varepsilon_2(t-1)\varepsilon_1(t-1) & a_{22}\varepsilon_2^2(t-1) & a_{23}\varepsilon_2(t-1)\varepsilon_3(t-1) \\ a_{31}\varepsilon_3(t-1)\varepsilon_1(t-1) & a_{32}\varepsilon_3(t-1)\varepsilon_2(t-1) & a_{33}\varepsilon_3^2(t-1) \end{pmatrix}$$

El interés está en mostrar las varianzas condicionales en un sólo gráfico, Gráfica 3, en el eje vertical se grafica la volatilidad condicional día a día y en el eje horizontal el día observado.

Gráfica 3
Volatilidad conjunta



"Mayor volatilidad implica mayor riesgo, por lo que un inversionista con aversión al riesgo elude un mercado con alta volatilidad cuando este riesgo no sea premiado por el mercado" (Brealey y Myers, 1993). La gráfica con las varianzas condicionales muestra que si la volatilidad del IPC está por debajo de la volatilidad de otro índice, nuestro mercado es relativamente más atractivo, y, al mismo tiempo, si el índice esta por arriba, el mercado nacional es relativamente menos atractivo.

El día 100 es el 18 septiembre de 1998, fecha en la cual había una volatilidad muy elevada, fue natural que se presentara una fuga de capitales. Para el día 450, 21 enero de 2000, el mercado mexicano ya reiteradamente se mostraba con una volatilidad menor que el NASDAQ; para el día 600, 18 de agosto de 2000, México se encontraba de lleno dentro de la banda de seguridad que permite hablar de un mercado sólido que ayuda a la estabilidad general.

Esta última gráfica concentra los resultados buscados, observe que cuando la volatilidad del IPC está por debajo de la del NASDAQ, el mercado es relativamente más atractivo, y, al mismo tiempo, al estar por arriba de la volatilidad del S&P500, es relativamente menos atractivo.

En suma las dos volatilidades, del NASDAQ y del S&P500, marcan una banda donde está contenida la volatilidad del IPC; de tal suerte que, debido a su volatilidad, el mercado S&P500 es el más atractivo para los inversionistas pero el de menor rendimiento. Con un leve incremento en el riesgo pasamos al mercado mexicano y aquellos inversionistas de sangre caliente podrán optar por el mercado automatizado NASDAQ.

4. La Curva de noticias del IPC, NASDAQ y S&P500

Vamos ahora a estudiar los tres índices de mercado desde otro ángulo: ¿las malas noticias repercuten en la volatilidad con mayor fuerza que las buenas noticias? Una mala noticia es un rendimiento negativo que contribuye más intensamente a la volatilidad que una buena noticia (un rendimiento positivo), ambos choques iguales en valor absoluto.

El efecto apalancamiento, conocido también como volatilidad asimétrica, se hace presente en los mercados de capital. En su estudio sobre índices accionarios, Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) observaron que la volatilidad se incrementa cuando el precio de las acciones desciende (los rendimientos son negativos), entonces se incrementan los rendimientos requeridos sobre el capital, haciendo que la acción tenga mayor riesgo e incrementando el apalancamiento financiero.

Los choques positivos se refieren a las buenas noticias y los choques negativos a las malas noticias, la asimetría se refiere a la volatilidad que es mayor cuando ocurre un choque negativo que cuando ocurre uno positivo. Para French, Schwert y Stambaugh (1987) los shocks causados por la información, simplemente reflejan la existencia de un cambio parcial en la prima de riesgo.

Por su parte, Engle y Ng (1993) presentaron la curva del impacto de las noticias sobre la volatilidad, en la cual proponen pruebas de diagnóstico para observar la asimetría de la volatilidad. El modelo GARCH(p,q) no captura la dinámica asimétrica ya que la varianza condicional está únicamente ligada a las varianzas condicionales pasadas y a las innovaciones cuadradas, entonces el signo de los rendimientos no juega un papel importante que afecte las volatilidades. Esta limitante en las formulaciones de los modelos ARCH estándar es una de las motivaciones principales para el desarrollo de otras propuestas de extensión de los modelos GARCH, entre otros el GARCH de umbral (TARCH) de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993), otro caso es el modelo EGARCH de Nelson (1991). En este tipo de modelos la volatilidad depende de la magnitud en los rendimientos pasados y de sus signos correspondientes.

El modelo GARCH asimétrico de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993), captura exitosamente la asimetría, éste estima la asimetría de la volatilidad del modelo GARCH como:

$$h_t = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-i}^2 \text{ para } \varepsilon_{t-1} \rangle 0$$

$I(x\langle 0)$ es una variable indicador que se activa cuando hay malas noticias. Así la ecuación de noticias es:

$$h_t = A + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 \text{ para } \varepsilon_{t-1} \rangle 0$$

$$h_t = A + (\alpha + \gamma)\, \varepsilon_{t-1}^2 \text{ para } \varepsilon_{t-1} \langle 0$$

Donde:
$A = \omega + \beta \cdot \sigma^2$.

Las estimaciones se muestran en el Cuadro 2, a partir de ellas es posible construir la curva de noticias para cada mercado.

Cuadro 2
Estimaciones de las curvas de noticias

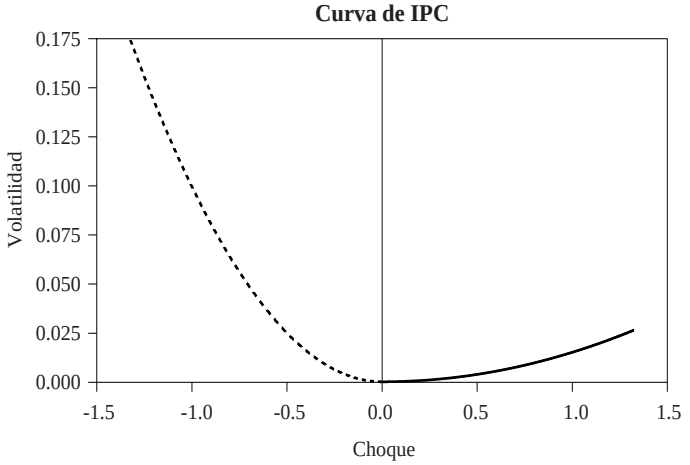
Mercado	*A*	*Media*	*Cte*	α	β	γ	σ^2
IPC	0.000	0.001	0.000	0.015	0.935	0.084	0.000
t-Student		2.561	351.730	9.834	641.252	21.964	
NASDAQ	0.000	-0.003	0.000	0.076	0.167	4.662	0.001
t-Student		-9.781	34.782	6.584	20.963	165.504	
S&P500	0.000	-0.003	0.000	0.025	0.033	9.634	0.001
t-Student		-14.161	37.453	1.879	5.542	169.492	

Fuente: Elaboración propia.

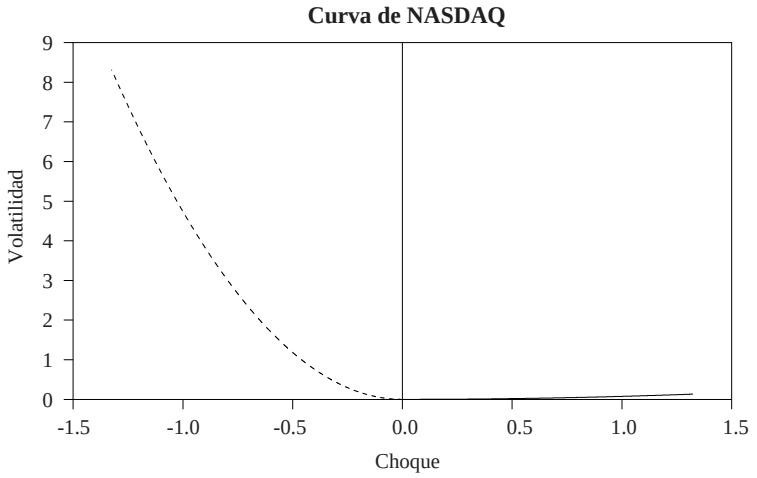
Es interesante ver como un choque unitario de malas noticias afecta con mayor intensidad que un choque unitario de buenas noticias. Por otra parte, este valor de malas noticias en el IPC toma una volatilidad de 0.050, mientras que en NASDAQ es de 4.5 y en S&P500 es de 10. Es decir, un choque unitario de malas noticias repercute con más fuerza en el mercado más profundo.

Enseguida mostramos las gráficas 4, 5 y 6, en ellas presentamos las curvas de apalancamiento de los tres índices en estudio, IPC, NASDAQ y SP&500 respectivamente. En el eje *y* graficamos la varianza condicional y en el eje *x* los choques de la información provocados por las buenas y las malas noticias.

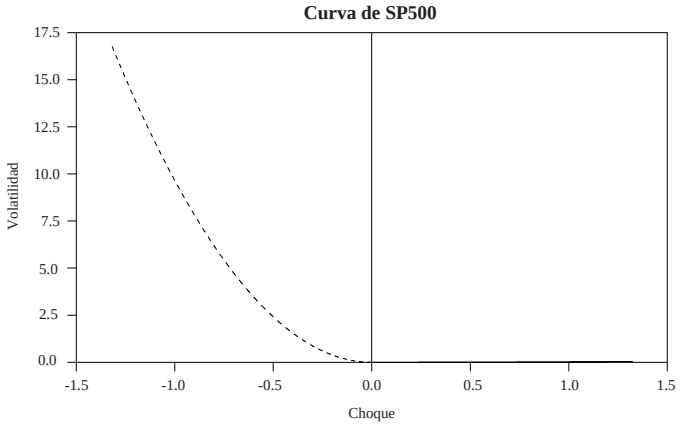
Gráfica 4
Curva de apalancamiento del IPC



Gráfica 5
Curva de apalancamiento de NASDAQ



Gráfica 6
Curva de apalancamiento del S&P500



Como observamos, las Gráficas 5 y 6 muestran un comportamiento similar ya que ambas son representativas de los mercados de EUA, y el impacto de las noticias es casi de igual magnitud. Mientras que la Gráfica 4, en la que se representa al mercado financiero mexicano, muestra un comportamiento distinto por las razones explicadas anteriormente.

Conclusiones

Observamos una clara persistencia en el tiempo de los choques de la varianza (una característica importante del mercado de capital) en los rendimientos del IPC, del NASDAQ y del S&P500.

La afirmación teórica de: "La volatilidad del mercado se incrementa con las malas noticias y decrece con las buenas noticias" se muestra en las Gráficas 4, 5 y 6, donde el parámetro γ origina el cambio asimétrico en respuesta a las noticias. Particularmente, en el mercado mexicano es común observar que crece el nerviosismo cuando hay caídas en los precios.

Referencias bibliográficas

Baba, Y, R. Engle, D, Kraft, y K. Kroner (1987). "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH", Discussion paper, University of California at San Diego.

Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity" en *Journal of Economics*, 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T., R. F. Engle, y J.M. Wooldridge (1988). "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances" en *Journal of Political Economy*, 96, pp. 116-131.

Brealey, R. A. y S. C. Myers (1993). "Cómo se reduce el riesgo mediante la diversificación" en *Principios de Finanzas Coorporativas*, McGraw Hill.

Engle, R. (1982), "Autorregresive Conditional Heteroscedasticity whit Estimates of the Variance of United Kingdom Inflations" en *Econometrica*, 50, pp. 987-1008.

Engle, R. y Victor, Ng (1993), "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility" en *Journal of Finance*, 48, pp. 1,749-1,179.

Frech, K. R., G. W., Schwert y R.F. Stambaugh (1987) en "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of Political Economy*, 99, pp. 385-415.

Glosten, L. R., R. Jagannathan, y D. E. Runkle (1993). "On the Relation Between the Expect Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks" en *Journal of Finance*, 48, pp. 1,779-1,801.

www.finsat.com.mx

Anexo
Resultados de las estimaciones del modelo GARCH(1,1)

Observaciones usadas: 1,953

Log Likelihood: -8502.59113804
Cuadro base de la Gráfica 2

	Variables	*Coeff*	*Sid Error*	*T-Stat*	*Signif*
1	Mean(1)	0.1133444077	0.0251677577	4.50356	0.00000668
2	Mean(2)	0.0520230748	0.0119459964	4.35485	0.00001332
3	Mean(3)	0.0276726584	0.0108166632	2.55834	0.01051744
4	C(1,1)	0.0408618227	0.0072288428	5.65261	0.00000002
5	C(2,1)	0.0721088735	0.0002786615	258.76873	0.00000000
6	C(2,2)	0.2248278713	0.0041143789	54.64443	0.00000000
7	C(3,1)	0.0686078686	0.0002122569	323.23040	0.00000000
8	C(3,2)	0.4686308065	0.0099854601	46.93132	0.00000000
9	C(3,3)	0.1998898659	0.0034637652	57.70884	0.00000000
10	A(1,1)	0.0462531272	0.0060606637	7.63169	0.00000000
11	A(2,1)	0.0162324077	0.0006142721	26.42544	0.00000000
12	A(2,2)	0.0370585813	0.0000666560	555.96774	0.00000000
13	A(3,1)	0.0286418849	0.0007607184	37.65110	0.00000000
14	A(3,2)	0.0504704655	0.0002242451	225.06828	0.00000000
15	A(3,3)	0.0521037329	0.0002584941	201.56642	0.00000000
16	B(1,1)	0.9334613503	0.0090580062	103.05373	0.00000000
17	B(2,1)	0.9268119065	0.0019661260	471.38989	0.00000000
18	B(2,2)	0.8933953730	0.0015193730	588.00265	0.00000000
19	C(3,1)	0.8948482561	0.0019719962	453.77787	0.00000000
20	C(3,2)	0.6770922786	0.0048128907	140.68308	0.00000000
21	C(3,3)	0.7962648362	0.0035183481	226.31781	0.00000000