Análisis Económico Núm. 51, vol. XXII Tercer cuatrimestre de 2007

# Valor en riesgo: modelos econométricos contra metodologías tradicionales

(Recibido: octubre/06–aprobado: abril/07)

Elías Ramírez Ramírez\* Pedro Alejandro Ramírez Ramírez\*

#### Resumen

En este artículo se evalúa el comportamiento de diferentes métodos (paramétricos y de simulación) para estimar el valor en riesgo de portafolios compuestos por instrumentos de renta variable. También se incorpora el uso de diferentes modelos econométricos que incorporan condicionalidad en la varianza, y se comparan contra los métodos tradicionales de estimación del valor en riesgo. La estimación se realizó para dos periodos: uno con crisis financiera y volatilidad grande, y otro con estabilidad económica y volatilidad menor. En general se encontró que el valor en riesgo estimado es mayor en los periodos de crisis económica que en los periodos de estabilidad y que, según la clasificación del Banco Internacional de Pagos, todas las metodologías de estimación usadas se encuentran en la zona de aceptación de 99% de confianza. Los resultados muestran que cada modelo obtiene diferentes medidas de valor en riesgo, no obstante la metodología de simulación histórica consistentemente fue la que dio mayores estimados, con lo cual se encuentra que los métodos que incorporan condicionalidad en la varianza (exceptuando al EGARCH) permitirían al administrador de riesgos obtener estimados menores a las técnicas tradicionales.

**Palabras clave:** Valor en riesgo, modelos econométricos, condicionalidad en la varianza. **Clasificación JEL:** C10, C15, G11, G13.

<sup>\*</sup> Profesores de la Escuela de Graduados en Administración y Direción de Empresas del ITESM (eliasr@interacciones.com).

#### Introducción

En los últimos años se ha dado un desarrollo importante en la administración de riesgos, convirtiéndose en uno de los temas preponderantes para diferentes instituciones financieras, ya sea del sector público o del sector privado.

El objetivo de la administración de riesgos es evitar que una institución o inversionista sufra pérdidas económicas inaceptables, y como consecuencia mejorar el desempeño financiero de dicho agente económico basado en límites conocidos de riesgo.

En un inicio, los modelos de riesgo se orientaron a medir el riesgo de mercado en los portafolios de inversión. Las instituciones financieras motivadas por el incentivo de reducir los requerimientos de capitalización impuestos por las autoridades regulatorias buscaron desarrollar sus metodologías para cubrir sus riesgos de mercado.

Uno de los sistemas más conocidos hasta la fecha fue el publicado por Morgan (1994), el cual sirvió como referencia para medir cuantitativamente el "valor en riesgo" en instrumentos financieros o portafolios con varios tipos de instrumentos.

Jorion (1997) y Crouhy, Galai y Mark (2001) definen el valor en riesgo (VaR) como la pérdida máxima esperada (o peor pérdida) a lo largo de un horizonte de tiempo objetivo en un intervalo de confianza dado.

El VaR es una de las herramientas más empleadas para la medición de riesgo. Algunas de las razones de su popularidad son la sencillez y versatilidad al aplicarse a todas las posiciones de riesgo o carteras de inversión en cualquier nivel de una institución financiera.

El objetivo de este trabajo es estimar el VaR mediante varios métodos de cálculo para portafolios, con ponderaciones iguales compuestos por acciones que forman parte del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) en dos periodos; el primero de ellos durante una crisis económica caracterizado por una alta volatilidad en los precios, y el segundo en un periodo de estabilidad con volatilidades menores. En la siguiente sección se presenta el marco teórico, definiendo las diferentes metodologías para el cálculo del VaR, en la segunda sección se explica la metodología del trabajo, en la tercera sección se discuten los resultados, y finalmente se presentan las conclusiones.

#### 1. Marco teórico

Para calcular el VaR se cuenta con tres metodologías generales. Las primeras dos se basan en simulaciones: simulación Monte Carlo y simulación histórica, en donde el objetivo de ambas es simular el valor del factor de riesgo. La otra incluye a las metodologías paramétricas que comprenden el cálculo de una matriz de varianza-covarianza.

El VaR se define como la máxima pérdida esperada dado un nivel de confianza y un horizonte de tiempo N. De esta forma, el VaR es la distancia que se tiene del percentil (1-c) a la media de la distribución del cambio en el valor del portafolio  $\Delta p$ . En su forma más general, el VaR puede derivarse de la distribución de probabilidad del valor futuro del portafolio f(w). Dado un nivel de confianza c, se encuentra la peor realización posible w tal que la probabilidad de exceder dicho valor sea c:

$$c = \int_{w}^{\infty} f(w)dw \tag{1}$$

Visto de otra forma, se busca que la probabilidad de un valor inferior al cuantil W,  $p = P(w \le W)$ , sea 1-c:

$$1 - c = \int_{\infty}^{W} f(w)dw = P(w \le W) = p$$
 (2)

#### 1.1 Simulación histórica

Consiste en generar escenarios de los factores de riesgo sobre la información observada en un determinado número de días. Para aplicar esta metodología se deben identificar primero los componentes de los activos de los portafolios, y reunir los datos de los precios diarios históricos considerando un periodo que oscila entre 250 y 500 días. A partir del histograma de frecuencias de los rendimientos simulados se calcula el cuantil correspondiente de dicho histograma.

Para esta aproximación no se emplea ningún supuesto sobre la distribución de los rendimientos, tampoco algún tipo de comportamiento de los parámetros. Para calcular el VaR se busca el percentil empírico de los rendimientos históricos, o cambios porcentuales. Por el hecho de que no supone ninguna distribución en específico, este método tiene en cuenta posibles distribuciones no-nor-

males y colas pesadas. Dado que no se basa en modelos de valuación, no está propenso al riesgo del modelo. Además permite no linealidades y captura los riesgos gamma y vega así como las correlaciones.

Por otro lado, al utilizar el supuesto de que el pasado representa acertadamente el futuro inmediato, no toma en cuenta la predecible variación en el tiempo omitiendo situaciones con volatilidad temporalmente elevada.

#### 1.2 Simulación Monte Carlo

La simulación Monte Carlo<sup>1</sup> consiste en obtener de manera repetida los valores de los precios o rendimientos de un activo o portafolio de activos a partir de la distribución de probabilidad conocida que gobierna el comportamiento de un activo subyacente. Cada valor generado aleatoriamente, conocido como intento, paso o escenario, nos da un valor posible para nuestro activo o portafolio de activos en el horizonte establecido. El propósito es generar una cantidad "suficientemente" grande de escenarios, de manera tal que la distribución simulada de los valores del activo o portafolio converja hacia su distribución de probabilidad real. Una vez inferida la distribución del activo o portafolio, el paso siguiente es calcular el VaR.

La simulación Monte Carlo tiene la ventaja de que se puede utilizar cualquier distribución de probabilidad para los factores de riesgo, incluyendo sus dependencias, lo cual posibilita modelar cualquier portafolio compuesto por instrumentos no lineales. Sin embargo, su desventaja principal radica en el uso intensivo de los recursos de cómputo para realizarla.

# 1.3 Modelos paramétricos

Realizan la estimación del VaR con ecuaciones que especifican parámetros como la volatilidad y la correlación, además implican suponer una determinada función de distribución.

Para calcular el VaR de un portafolio se utilizan técnicas de estadística para portafolios de activos:

$$[\Sigma] = [\sigma][C][\sigma] \tag{3}$$

Donde:

 $\Sigma$  = es la matriz de Varianza- Covarianza que incluye las correlaciones entre los factores que afectan el valor del portafolio ( $n \times n$ );

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Usada la primera vez por Boyle (1977) para valuar opciones.

 $\sigma$  = es la matriz diagonal de desviaciones estándar de los cambios porcentuales de los factores de riesgo; y

C =es la matriz de correlaciones.

Con lo cual la desviación estándar del cambio porcentual del valor del portafolio es:

$$\sigma_p = \sqrt{[w]^T [\Sigma][w]} \tag{4}$$

Donde:

 $\sigma_p$  = es la volatilidad del cambio porcentual del valor del portafolio (1 x 1);  $w^T$  = es la vector transpuesto de los pesos de las posiciones del portafolio (1 x n); y [w = es la vector de los pesos de las posiciones del portafolio (n x 1).

Una vez conocida la desviación estándar del cambio porcentual del valor del portafolio, el VaR es simplemente una constante que depende del nivel de confianza c, multiplicada por la desviación estándar del portafolio,  $\sigma_p P$ .

$$VaR(c) = -z_{1-c} \sigma_p P \tag{5}$$

Donde:

 $z_{1-c}$  = corresponde al cuantil apropiado de la distribución normal estándar.

A pesar de que el supuesto de normalidad simplifica los cálculos del VaR, esto implica un costo relativamente alto pues las rentabilidades diarias poseen colas pesadas (Alonso y Arcos, 2005)

De esta manera al analizar precios y rendimientos a través del tiempo para la estimación del VaR, comúnmente se encuentra que existen colas anchas, asimetría en los rendimientos, formación de *clusters* de volatilidad y correlación negativa entre el rendimiento y la volatilidad. No obstante que las series de tiempo financieras son heteroscedásticas a través del tiempo, bajo algunos supuestos puede pronosticarse la volatilidad de manera eficiente.

Los modelos GARCH han tenido éxito al modelar la volatilidad en retornos financieros (Bollerslev, 1986), además existen diversos estudios que muestran que hay mejoras en la estimación del VaR asociados con modelos GARCH (Mittnik y Paolella, 2000).

Estimar el valor de la volatilidad de los factores de riesgo es fundamental para la administración de riesgo en los portafolios de instrumentos financieros, para ello se utilizan comúnmente varias metodologías para calcular la volatilidad entre las que se encuentra el promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA, por sus siglas en inglés) utilizado entre otros por *RiskMetrics*, donde se da más peso a las observaciones recientes. También se usan los modelos *Generalized Autorregresive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) y sus derivaciones las cuales suponen que la volatilidad es un proceso estocástico. A continuación se hará una breve descripción de estos modelos:

# 1.3.1 GARCH (1,1)

El modelo GARCH (Engle, 1982, y Bollerslev, 1986) tiene como propósito estimar la varianza no condicional de los rendimientos de los activos financieros. Estos modelos son procesos autorregresivos generalizados con heteroscedasticidad condicional, es decir que suponen que la varianza cambia a través del tiempo:

$$r_{t} = \mu_{t} + a_{t}$$

$$a_{t} = \sigma_{t} \mathcal{E}_{t}$$

$$\sigma_{t}^{2} = \beta_{0} + \beta_{1} a_{t-1}^{2} + \beta_{2} \sigma_{t-1}^{2}$$
(6)

Con:  $\varepsilon_t \approx IID[0,1]$  y  $\beta_1 + \beta_2 < 1$ .

La primera ecuación se usa para estimar los rendimientos, de la cual la media de los rendimientos puede estimarse como un ARMA (p,q), la segunda muestra como se comportan las perturbaciones, y la tercera ecuación sirve para modelar la varianza.

La varianza se explica sólo por un valor rezagado de la varianza y un valor rezagado de los residuales. La distribución de los rendimientos es normal y el pronóstico de largo plazo incluye al valor de la varianza no condicional.

## 1.3.2 Mean GARCH

El modelo Mean GARCH (MGARCH) es similar a los procesos GARCH al estimar la varianza de los datos, sin embargo introduce un premio al riesgo en la estimación de los rendimientos. Para estimar los rendimientos puede tomarse la media como un ARMA (p,q):

$$r_{t} = \mu_{t} + c\sigma_{t}^{2} + a_{t}$$

$$a_{t} = \sigma_{t}\varepsilon_{t}$$

$$\sigma_{t}^{2} = \beta_{0} + \beta_{1}a_{t-1}^{2} + \beta_{2}\sigma_{t-1}^{2}$$
(7)

Con  $\varepsilon_t \approx IID[0,1]$ 

#### 1.3.3 IGARCH

Es un caso particular del GARCH donde el pronóstico no converge al nivel de equilibrio de largo plazo, la distribución es normal, y bajo ciertas condiciones, el modelo es parecido al EWMA.

$$r_{t} = \mu_{t} + a_{t}$$

$$a_{t} = \sigma_{t} \varepsilon_{t}$$

$$\sigma_{t}^{2} = \beta_{0} + \beta_{1} a_{t-1}^{2} + (1 - \beta_{1}) \sigma_{t-1}^{2}$$
(8)

Con  $\varepsilon_t \approx IID[0,1]$ 

La varianza condicional es una función decreciente en forma geométrica. Los modelos IGARCH se calculan de forma similar que los GARCH.

#### 1.3.4 EGARCH

La volatilidad se estima mediante un modelo logarítmico de tal forma que no se requiere que el valor de los coeficientes sea positivo. El modelo supone que la distribución de los errores es normal. Este modelo es similar a los AGARCH en donde se incorpora la asimetría en la volatilidad en condiciones a la baja o a la alza en los mercados.

$$r_{t} = \mu_{t} + a_{t}$$

$$a_{t} = \sigma_{t} \varepsilon_{t}$$

$$\ln(\sigma_{t}^{2}) = \beta_{0} + \beta_{3} \left| \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \beta_{4} \left| \frac{a_{t-k}}{\sigma_{t-k}} \right| + \beta_{5} \ln(\sigma_{t-1}^{2})$$

$$(9)$$

Con  $\varepsilon_t \approx IID[0,1]$ 

#### 1.3.5 Power ARCH

Ding, Granger y Engle (1993) propusieron un modelo más general llamado Power ARCH (PARCH) donde se hace endógena la potencia de los parámetros por lo cual  $\beta_6$  introduce un término de asimetría en respuesta a los shocks pasados, y  $\delta$  corresponde a la óptima potencia estimada de los datos:

$$r_{t} = \mu_{t} + a_{t}$$

$$a_{t} = \sigma_{t} \varepsilon_{t}$$

$$\sigma_{t}^{\delta} = \beta_{0} + \beta_{1} a_{t-1}^{\delta} + \beta_{2} \sigma_{t-1}^{\delta} + \beta_{6} |a_{t-1}|$$

$$(10)$$

Con  $\varepsilon_t \approx IID[0,1]$ .

Se propone modelar un valor potencial de la desviación típica que aproxime al máximo de la función de autocorrelación del valor absoluto del proceso.

Teóricamente al hacer endógena la potencia y al introducir un parámetro de asimetría, la dinámica de la estimación de este modelo mejora significativamente la estimación de la volatilidad.

#### 1.3.6 EWMA

Si las ponderaciones decrecen exponencialmente conforme nos movemos hacia observaciones más lejanas en el pasado –en específico  $\alpha_i = \lambda \alpha_{i-1}$ , con  $\lambda$  una constante entre cero y uno–, se tiene el modelo conocido como EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*):

$$\sigma_t^2 = \lambda a_{t-1}^2 + (1 - \lambda)\sigma_{t-1}^2 \tag{11}$$

Esta fórmula puede interpretarse en el sentido de que el valor estimado para la varianza en la fecha *t*, se puede calcular usando la información de la varianza en la fecha *t*-1 y el rendimiento obtenido en la fecha *t*.

Este modelo permite darle seguimiento a los cambios en la volatilidad del factor de mercado. El parámetro  $\lambda$  da la sensibilidad de respuesta del estimado de la volatilidad diaria a la nueva información disponible, es decir determina el grado de reacción de la volatilidad a los eventos de mercado; mientras que el coeficiente de la varianza del tiempo anterior  $(1-\lambda)$  determina la persistencia en

volatilidad. Un alto valor  $\lambda$  (cercano a uno) produce estimados que responden rápidamente a la nueva información de los cambios relativos del factor, en cambio cuando  $\lambda$  es cercana a cero produce estimados de volatilidad que responden lentamente a la nueva información.

# 1.4 Verificación del modelo

El comité de Basilea recomienda realizar pruebas de *backtesting* con el fin de verificar si el modelo de VaR es adecuado, y en su caso realizar ajustes y calibrarlo; es importante para la institución y las autoridades regulatorias verificar periódicamente que el riesgo se esté midiendo adecuadamente. Para realizar un *backtesting* es necesario comparar el VaR observado con las pérdidas y ganancias reales y contar las observaciones de pérdidas y ganancias que fueron mayores al VaR.

Uno de los métodos más utilizados es el desarrollado por Kupiec (1995), el cual consiste en contar las veces que las pérdidas y ganancias exceden el VaR durante un periodo, se asume que N es el número de observaciones que exceden la pérdida o ganancia. Para un nivel de confianza dado (c) se prueba si el N observada es estadísticamente diferente a la probabilidad de error (p) que se considera para el cálculo del VaR. Kupiec desarrolló unas regiones de confianza con base en una distribución  $\chi^2$  con un grado de libertad, las cuales presentó en una tabla de región de no rechazo para el número de observaciones que excedan el VaR (véase Cuadro B1 en el Anexo B).

# 2. Metodología

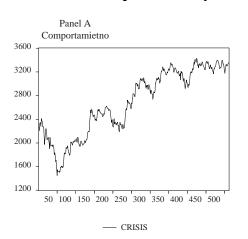
# 2.1 Conformación del portafolio

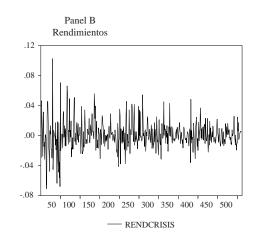
Siguiendo los resultados de Elton y Gruber (1977), se analizan portafolios con ponderaciones iguales conformado por ocho acciones y con valor de \$10,000, con lo cual se diversifica aproximadamente 83% de la desviación estándar respecto del máximo.

Respecto a la información histórica, se analizaron los datos en dos épocas: una del 20 de diciembre de 1994 al 31 de diciembre de 1996, de la cual se obtuvieron 511 datos de precios diarios de 19 acciones que conforman el IPC y la segunda del 22 de abril del 2004 al 20 de abril del 2006 con 511 datos diarios de precios de 27 acciones del IPC, siendo la razón de escoger estas dos fechas la disponibilidad de los datos; y la otra, y más importante, la crisis ocurrida en México en 1995 comparada contra un periodo de estabilidad económica en México, dichos

datos fueron obtenidos a partir de la base de datos de Economática omitiendo los fines de semana y días festivos. El comportamiento y los rendimientos del IPC pueden verse en las gráficas 1 y 2, en el Anexo A se presentan los histogramas y los datos estadísticos.

Gráfica 1 Comportamiento y rendimientos del IPC, 1994-1996

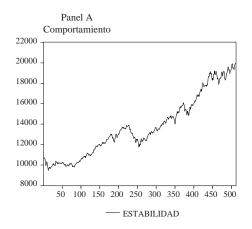


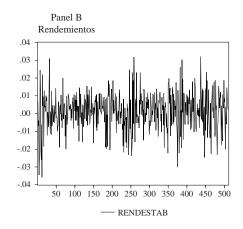


Fuente: Elaboración propia.

En el Panel A de la Gráfica 1 puede verse que el IPC está creciendo de una forma irregular, mientras que en el de la Gráfica 2 también lo hace pero de manera regular. En el Panel B de la Gráfica 1 se aprecia que los rendimientos del IPC para el periodo de crisis económica los cuales, aunque estacionarios, son heteroscedasticos, es decir hay lapsos con baja volatilidad y periodos con muy alta. En el periodo estable también son los rendimientos estacionarios y heteroscedásticos (véase Panel B de la Gráfica 2), sin embargo los rangos de la volatilidad son menores comparados con los de la época de crisis. La mayor volatilidad de los rendimientos durante el periodo de crisis económica está dada por una desviación estándar de 0.018702 (véase Gráfica A.3 en el Anexo A) mientras que la del periodo de estabilidad económica está dada por una desviación estándar de 0.010309 (véase Gráfica A.4 en el Anexo A).

Gráfica 2 Comportamiento y rendimeintos del IPC, 2004-2006





Fuente: Elaboración propia.

Para llevar a cabo la simulación de los portafolios de acciones compuestos por ocho acciones con ponderaciones iguales, se diseñó un programa en *Mathematica 5*, en el cual para cada paso de simulación se seleccionaban aleatoriamente ocho acciones del conjunto de acciones disponibles en los datos históricos, y entonces se aplicaban las diferentes metodologías de VaR a ese portafolio.

#### 2.2 Modelos

Con la finalidad de analizar las diferentes metodologías de VaR aplicadas a las acciones mexicanas, se eligieron las siguientes: Método de Simulación Histórica, y los Métodos de Varianza-Covarianza basados en ponderaciones iguales para cada una de las observaciones pasadas; y de los métodos de actualización de la matriz de varianza-covarianza: GARCH (1,1), MGARCH, PARCH, EGARCH y EWMA.

El parámetro que se utilizó para analizar el modelo de Varianza-Covarianza con EWMA es el que recomienda RiskMetrics para rendimientos diarios:  $\lambda$  = 0.94; los parámetros de los modelos econométricos se obtuvieron mediante estimaciones de máxima verosimilitud con EViews 5.0 aplicándolo a los datos del IPC para los periodos mencionados.

Además se realizó el *backtesting* contando el número de excepciones sobre los resultados de VaR obtenidos de cada paso, comparados con los cambios reales en el valor del portafolio seleccionado.

### 3. Resultados

En los cuadros 1 y 2 se muestran los parámetros de las medias y varianzas correspondientes a los modelos para los dos periodos. También se presentan el índice de Schwarz, el criterio de Akaike y máxima verosimilitud, los cuales dan una idea para seleccionar cuál modelo puede ajustarse mejor a las series de rendimientos.

Cuadro 1 Parámetros de los modelos econométricos, 1994-1996

	GARCH (1.1)	MGARCH	EGARCH	PARCH	
Parámetros de la media					
	0.171996	0.170363	0.144202	0.154636	
Constante: $\alpha_0$	(4.1460)	(4.0084)	(4.0623)	(4.0122)	
		0.076705			
Sensibilidad: $\alpha_1$		(1.4361)			
	Pa	rámetros de la Varian	za		
	5.82xE(-6)	5.39xE(-6)	-0.03775	3.62xE(-9)	
Constante: $\beta_0$	(3.3061)	(3.0946)	(-3.6751)	(0.2669)	
	0.082854	0.08265		-0.6508	
Parámetro: $\beta_1$	(4.829290)	(4.9961)		(0.9248)	
	0.901403	0.902123		0.951769	
Parámetro: $\beta_2$	(52.2515)	(55.1270)		(109.7479)	
			0.03264		
Parámetro: $\beta_3$			(3.1680)		
			-0.09398		
Parámetro: $\beta_4$			(-8.4801)		
			0.998297		
Parámetro: $\beta_5$			(599.2006)		
				0.012476	
Parámetro: $\beta_6$				(0.6280)	
				3.278018	
Exponente: δ				(3.5514)	
Criterio de Schwarz	-5.322099	-5.313609	-5.358633	-5.349707	
Criterio de Akaike	-5.352719	-5.351884	-5.396908	-5.395636	
Log likelihood	1521.496	1522.259	1535.023	1535.66	

Cuadro 2		
Parámetros de los modelos econométricos, 20	04-2006	

	GARCH (1.1)	MGARCH	EGARCH	PARCH
	1	Parámetros de la medio	ı	
Constante: $\alpha_0$	0.115884	0.100259	0.11276	0.108436
	(3.7669)	(3.2364)	(4.0589)	(3.8672)
Sensibilidad: α <sub>1</sub>		0.142813		
		(4.6247)		
	Pa	rámetros de la Varian	za	
Constante: $\beta_0$	6.26xE(-6)	9.61xE(-6)	-0.761642	0.00215
	(3.5296)	(3.3507)	(-6.1498)	(1.2784)
Parámetro: $\beta_1$	0.070969	0.102325		-1
	(5.3278)	(5.3615)		(141.0789)
Parámetro: $\beta_2$	0.881102	0.826356		0.8649
	(41.6652)	(23.2911)		(36.6081)
Parámetro: $\beta_3$			0.110294	
			(3.7476)	
Parámetro: $\beta_4$			-0.154268	
			(-7.8099)	
Parámetro: $\beta_5$			0.923941	
			(71.9207)	
Parámetro: $\beta_6$				0.08256
				(6.7689)
Exponente:				0.84824
-				(4.7392)
Criterio de Schwarz	-6.120157	-6.122179	-6.167621	-6.163633
Criterio de Akaike	-6.135709	-6.141619	-6.18706	-6.18696
Log likelihood	4105.721	4110.672	4141.05	4141.983

Para ambas series, y según los criterios de Schwarz y de Akaike, el modelo que más se ajusta es el EGARCH; sin embargo el criterio de máxima verosimilitud indicaría que el modelo PARCH es el que mejor estima la volatilidad.

El cálculo del VaR por las diferentes metodologías se presenta en el Cuadro 3, donde todos los VaR para el periodo de crisis económica están en un rango que va desde 354.75 (Varianza Covarianza con actualización MGARCH) hasta 506.84 pesos (Varianza Covarianza con actualización EGARCH) con un VaR promedio de 422.7 pesos (véase Cuadro 3). Para el periodo de estabilidad económica el rango va de 121.3965 (Varianza Covarianza con actualización EWMA) a 244.9881 pesos (Varianza Covarianza con actualización GARCH) con un promedio de 178.6.

Cuadro 3 Resultados del VaR de un portafolio por las diferentes metodologías

Metodología	Media del VaR 1994-1996	Media del VaR 2004-2006
Simulación histórica	456.172	175.148971
Varianza Covarianza pesos iguales	451.484	175.5703015
Varianza Covarianza con actualización GARCH	388.108	244.9881928
Varianza Covarianza con actualización MGARCH	354.754	126.595
Varianza Covarianza con actualización PARCH	413.425	169.020519
Varianza Covarianza con actualización EGARCH	506.84	237.214
Varianza Covarianza con actualización EWMA	388.222	121.3965

Para el periodo 1994-1996 el mayor número de excesos 11.02 (Varianza Covarianza con actualización MGARCH) (véase Cuadro 4), el cual al compararlo con la tabla de Kupiec (véase Cuadro B.1 en el Anexo B) se encuentra por encima del valor crítico, por lo que este método se rechazaría al nivel de confianza de 99%. Los excesos de las demás metodologías no exceden el valor crítico de Kupiec, por tanto no se pueden rechazar. Al comparar los excesos con la clasificación del Banco Internacional de Pagos (BIS) (véase Cuadro B.2 en el Anexo B) todos los métodos se encontrarían en la zona verde, es decir no tendrían problemas de calidad y no requieren alguna modificación.

Cuadro 4
Excesos del VaR con respecto al *backtesting*, 1994-1996

Metodología	Promedio de excesos
Simulación histórica	4.67533
Varianza Covarianza pesos iguales	4.65
Varianza Covarianza con actualización GARCH (1,1)	5.686
Varianza Covarianza con actualización MGARCH	11.026
Varianza Covarianza con actualización PARCH	7.502
Varianza Covarianza con actualización EGARCH	4.74
Varianza Covarianza con actualización EWMA	7.584

Por otra parte, para 2004-2006 el mayor número de excesos fue 9.9 (método de simulación histórica) (véase Cuadro 5), y al contrastarlo con la tabla de Kupiec ninguno de los métodos se rechazarían a un nivel de confianza de 99%, sin embargo las metodologías GARCH y MGARCH estarían sobreestimando el VaR al tener menos de una excepción en promedio; y al usar la clasificación del BIS, de

igual manera que en el periodo de crisis económica, todos los métodos se encontrarían en la zona verde por lo cual no tendrían problemas de calidad y no requieren alguna modificación.

Cuadro 5
Excesos del VaR con respecto al *backtesting*, 2004-2006

Metodología	Promedio de excesos
Simulación histórica	9.9
Varianza Covarianza pesos iguales	4.12
Varianza Covarianza con actualización GARCH (1,1)	0.442
Varianza Covarianza con actualización MGARCH	0.8
Varianza Covarianza con actualización PARCH	4.272
Varianza Covarianza con actualización EGARCH	4.058
Varianza Covarianza con actualización EWMA	4.312

## **Conclusiones**

Se calculó el VaR de un portafolio de inversión conformado por ocho acciones para un periodo con una alta volatilidad de los rendimientos y otro donde la volatilidad fue menor, mediante varias metodologías tanto paramétricas como de simulación. También se incorporaron algunas alternas como modelos econométricos que incorporan condicionalidad en la varianza, los cuales necesitan algunos parámetros calculados a partir de los datos históricos y mediante de estimaciones de Máxima Verosimilitud.

El modelo EGARCH es el que mejor estima el comportamiento de los rendimientos según los criterios de Schwarz y de Akaike para ambos periodos, sin embargo el criterio de Máxima Verosimilitud indica que el PARCH es el que describe mejor estos comportamientos. Tal como se esperaba, en promedio el VaR para el periodo de crisis es mayor que para el periodo de estabilidad económica, siendo la máxima pérdida esperada en el primer periodo 2.3 veces mayor que en el segundo.

Al analizar la efectividad de cada una de las metodologías para el cálculo del VaR se usaron dos criterios: el de Kupiec y la clasificación del BIS. Contrario a lo que se esperaba para el periodo de crisis económica, uno de los métodos que incorpora actualización de la matriz de varianza covarianza (MGARCH) es rechazado de acuerdo al criterio de Kupiec, sin embargo de acuerdo a la clasificación del BIS todos los modelos pueden ser usados y no necesitan calibración para este periodo. En el periodo de estabilidad todos los métodos usados son aceptados de acuerdo al criterio de Kupiec, y clasificados en la zona verde de la clasificación del BIS.

En general, los modelos que incluyen la heteroscedasticidad de la varianza tienen menos excesos en el periodo de estabilidad económica que en periodos de crisis.

Un punto importante en la práctica es que consistentemente el VaR calculado por simulación histórica arroja mayores estimaciones sin importar la volatilidad, lo cual debe preocupar a las instituciones que utilizan dicha metodología para calcular su VaR. Además, se encontró que los métodos que incorporan condicionalidad en la varianza (exceptuando al EGARCH) permitirían al administrador de riesgos obtener estimados menores que con las técnicas tradicionales. Como consecuencia, una alternativa lógica a la utilización de la simulación histórica sería utilizar la metodología de EWMA, la cual funciona mejor en épocas de tranquilidad y obtiene estimados que no difieren mucho a los que incorporan volatilidad estocástica.

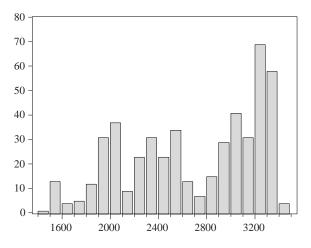
# Referencias bibliográficas

- Alonso C. y Arcos A. (2005). "4 Hechos Estilizados de las series de rendimientos: Una ilustración para Colombia", mimeo.
- Bams D., Lehnert T. y Wolff C. (2005). "An evaluation framework for alternative VaR-models", *Journal of International Money and Finance*, núm. 24, pp. 944-958.
- Basle Committee on Banking Supervision (2003). *The New Basle Capital Accord*, Bank For International Settlements, julio.
- ————(1996). "Supervisory Framework for the use of backtesting in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements", Bank for International Settlements, enero.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.
- Boyle, P. P. (1977). "Options: A Monte Carlo Approach", *Journal of Financial Economics*, 4, pp. 323-338.
- Campbell J., Lo A. y MacKinlay A. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*, EUA: Princeton.
- Crouhy M, Galai D. y Mark R. (2001). *Risk Management*, Nueva York: McGraw Hill. De Lara, A. (2001). *Medición y Control de Riesgos Financieros*, México: Limusa.
- Ding Z., Granger W. y Engle R. (1993). "A long memory property of stock market returns and a new model", *Journal of Empirical Finance*, 1, pp. 83-106.
- Elton E. y Gruber M. (1977). "Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution", *The Journal of Business*, 50, 4, 415.
- Engle, R. (2001). "GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics", *Journal of Economic Perspectives*, 15 (4), pp. 157-168.

- Jorion, P. (1999). Valor en Riesgo, México: Limusa.
- Kim, D. y Kon, S. (1994) "Alternative models for the condicional heteroscedasticity of stock returns", *Journal of Business*, 67, pp. 563-598.
- Kupiec, P. (1995). "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models", *Journal of Derivatives*, vol. 2, pp. 73-84.
- Mina, J. y Xiao J. (2001). "Return to Riskmetrics: The Evolution of a Standard", *Riskmetrics*.
- Longerstaey, J. y Spencer M. (1996). *Riskmetrics- Technical Document*, New York: JP Morgan/Reuters.
- Ramírez E. (2005). "Valor en Riesgo no lineal", tesis doctoral.
- Statman M. (1987). *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 22, núm. 3, pp. 353-363.
- Thierry A. (2005). "Do Power GARCH Models Really Improve Value-At-Risk Forescasts?", *Journal of Economics and Finance*, vol. 29, núm. 3.

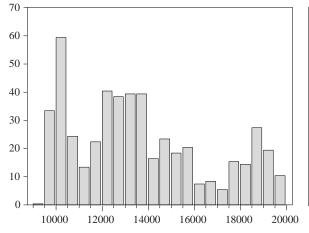
Anexo A Gráficas del IPC en los periodos de estudio

Gráfica A.1 Histograma y estadísticos del IPC para 511 datos, 1994 1996



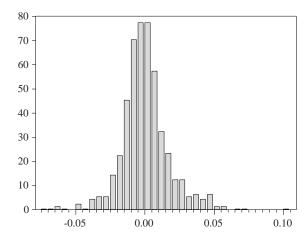
Series: CRISIS Sample 1 511 Observations 5	
Mean	2681.760
Median	2778.470
Maximum	3433.750
Minimum	1447.520
Std. Dev.	547.6458
Skewness	-0.370298
Kurtosis	1.846691
Jarque-Bera	39.99859
Probability	0.000000

Gráfica A.2 Histograma y estadísticos del IPC para 511 datos, 2004-2006



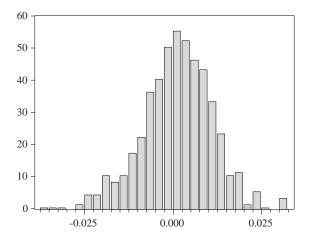
Series: ESTABILIDAD Sample 1 511 Observations 511		
Mean	13731.31	
Median	13152.64	
Maximum 19979.54		
Minimum	9440.570	
Std. Dev.	2967.983	
Skewness	0.512511	
Kurtosis	2.167025	
Jarque-Bera	37.14365	
Probability 0.000000		

Gráfica A.3 Histograma y estadísticos de los rendimientos del IPC para 510 datos, 1994-1996



Series: RENDCRISIS Sample 1 511 Observations 510		
Mean	0.000942	
Median	-0.000283	
Maximum	0.102733	
Minimum	-0.071449	
Std. Dev.	0.018702	
Skewness	0.440661	
Kurtosis	6.561342	
Jarque-Bera	286.0225	
Probability	0.000000	

Gráfica A.4 Histograma y estadísticos de los rendimientos del IPC para 510 datos, 2004-2006



Series: RENDESTAB Sample 1 511 Observations 510		
Mean	0.001288	
Median	0.001751	
Maximum	0.032076	
Minimum	-0.035790	
Std. Dev.	0.010309	
Skewness	-0.276543	
Kurtosis	3.676167	
Jarque-Bera	16.21596	
Probability	0.000301	

# Anexo B Cuadros para backtesting

Cuadro B.1

Tabla de Kupiec: región de no rechazo para el número de observaciones fuera del VaR

(1-c)	T=255	T=510	T=1000
0.010	N<7	1 <n<11< td=""><td>4<n<17< td=""></n<17<></td></n<11<>	4 <n<17< td=""></n<17<>
0.025	2 <n<12< td=""><td>6<n<21< td=""><td>15<n<36< td=""></n<36<></td></n<21<></td></n<12<>	6 <n<21< td=""><td>15<n<36< td=""></n<36<></td></n<21<>	15 <n<36< td=""></n<36<>
0.050	6 <n<21< td=""><td>16<n<21< td=""><td>37<n<65< td=""></n<65<></td></n<21<></td></n<21<>	16 <n<21< td=""><td>37<n<65< td=""></n<65<></td></n<21<>	37 <n<65< td=""></n<65<>
0.075	11 <n<28< td=""><td>27<n<51< td=""><td>59<n<92< td=""></n<92<></td></n<51<></td></n<28<>	27 <n<51< td=""><td>59<n<92< td=""></n<92<></td></n<51<>	59 <n<92< td=""></n<92<>
0.100	16 <n<36< td=""><td>38<n<65< td=""><td>81<n<120< td=""></n<120<></td></n<65<></td></n<36<>	38 <n<65< td=""><td>81<n<120< td=""></n<120<></td></n<65<>	81 <n<120< td=""></n<120<>

El Cuadro B.2 muestra la clasificación del BIS, la cual clasifica el número de excepciones en tres zonas: la verde indica que el modelo no tiene problemas de calidad y no se requiere modificación alguna; la amarilla que se puede concluir algo acerca del modelo, por lo que podría o no calibrarse; y la roja precisa que es necesario modificar el modelo ya que presenta problemas de calidad y precisión.

Cuadro B.2 Clasificación del BIS

Zona	Número de Excepciones	
Verde	0-19	
	20-39	
	40-59	
	60-79	
	80-99	
Amarilla	100-119	
	120-139	
	140-159	
	160-179	
	180-199	
Roja	200 o más	