

Comportamiento caótico en los mercados bursátiles latinoamericanos utilizando *Visual Recurrence Analysis*

(Recibido: marzo/07–aprobado: octubre/07)

Christian Espinosa Méndez*

Resumen

Este artículo evidencia un comportamiento caótico en las series de retornos de índices bursátiles latinoamericanos empleando *Visual Recurrence Analysis*. Utilizando la evolución diaria de los índices accionarios IPSA, Merval, BOVESPA e IPC, y luego de aplicar distintas técnicas y métodos como Análisis Gráfico, Análisis de Recurrencia y Entropía de Espacio Temporal, los resultados apoyan la hipótesis de que los mercados bursátiles latinoamericanos se comportan de forma caótica, en contra de la hipótesis de mercados eficientes. Esta conclusión valida el uso de herramientas predictivas de retornos accionarios en los mercados de renta variable latinoamericanos.

Palabras clave: teoría de caos, análisis de recurrencia, entropía de espacio temporal.

Clasificación JEL: G10, G14, G15.

* Académico Escuela de Ingeniería Comercial, Universidad Santo Tomás, Santiago, Chile. (christian.espinosa@santotomas.cl).

Introducción

En finanzas, determinar el cambio en el precio de las acciones es un tema que apasiona a inversionistas institucionales, individuales y académicos, entre muchos otros. Sin embargo, hasta ahora, ninguno puede dar una respuesta certera acerca de por qué se producen dichos cambios.

El cambio en el precio de las acciones puede ser explicado por el análisis fundamental, no obstante, las causas claves de los aumentos y disminuciones en dichos precios suelen ser desconocidas o indescifrables (crisis rusa en 1998, por ejemplo) o bien, la información puede ser falsa (Enron). Así, a este tipo de análisis le faltan piezas y el resultado, habitualmente, es subjetivo y criticado. Para mejorar el pronóstico surgió el análisis técnico. La aplicabilidad de este tipo de análisis es simple, no obstante “todos saben” que “todos saben” cuáles son los puntos de corte (compra-venta) y apuestan en consecuencia para obtener ganancias. Dado esto, predecir el precio futuro a veces puede funcionar, pero no es un cimientito para gestionar portafolios.

El análisis moderno, que nace con la tesis doctoral de Bachelier (1900) y sigue con la hipótesis de mercados eficientes de Fama (1970), manifiesta que un inversionista puede construir un portafolio eficiente para obtener un retorno específico asociado a un nivel de riesgo deseado. Ahora, existe abundante evidencia acerca de que los cambios en los precios no son mutuamente independientes y no se distribuyen de forma normal, como lo plantean los supuestos de este análisis. Por tanto, las bases de esta corriente son refutadas. Así, hoy no sabemos bien por qué cambian los precios, sin embargo, sabemos que no son bien explicados por los análisis precedentes. Además, es necesario agregar nuevos hallazgos: mercados fractales, dependencias de largo plazo y la existencia de un comportamiento caótico.¹ Una teoría que incorpora estas características es la llamada teoría de caos, no obstante, su aplicabilidad en los mercados bursátiles es aún incipiente. En síntesis, dicha teoría estudia lo complicado, lo impredecible, lo que no es lineal y, básicamente, consiste en que en determinados sistemas, pequeños cambios en las condiciones iniciales conducen a enormes divergencias en los resultados finales (efecto mariposa).

La contrastación de comportamiento caótico en series económicas y financieras se inició en los años ochenta para variables macroeconómicas como el PIB y agregados monetarios. En dichas series se encontró poca evidencia de caos, no obstante se demostró la existencia de una estructura no lineal (Le Barón, 1994).

¹ Espinosa, Parisi y Parisi (2007).

Desde entonces, se han realizado diversos estudios en la búsqueda de comportamiento caótico en series financieras y económicas (Di Matteo, Aste y Dacorogna, 2005; Los, 2004; Los y Yu, 2005, entre otros). Así, lo habitual es encontrar investigaciones que utilizan técnicas y herramientas tales como el Coeficiente de Hurst, el Exponente de Lyapunov y la Dimensión de Correlación para la contrastación de comportamiento caótico en dichas series.

Una herramienta distinta a las anteriores corresponde a los gráficos de recurrencia. El gráfico de recurrencia es un conjunto de puntos en un cuadrado de dimensión $M \times M$, donde los ejes o los lados del cuadrado (M), representan la secuencia cronológica de los vectores en el espacio reconstruido.² Una ventaja importante de esta herramienta consiste en que es adecuada para todo tipo de series con la única condición de que los datos se encuentren igualmente espaciados. De esta forma, es posible analizar series de tiempo estacionarias y no estacionarias, lineales y no lineales (Casdagli, 1997).

Desde una perspectiva teórica, la implicación de contrastar un comportamiento caótico en los mercados accionarios latinoamericanos radica en el hecho que, a diferencia de la hipótesis de mercados eficientes, la información (o nueva información) agregada a la serie de precios accionarios (cambio de directores, anuncio de aumento de dividendos, entre otros) no es externa sino que es propia de la dinámica interna del mercado. Desde el punto de vista práctico, justifica la búsqueda de técnicas predictivas a la hora de invertir en los mercados accionarios latinoamericanos y confirma la utilidad de éstas técnicas para lograr una mayor eficiencia en la administración de portafolios de inversión.

El presente trabajo analiza la existencia de un comportamiento caótico en las series de retornos de los índices accionarios IPSA, Merval, BOVESPA e IPC empleando *Visual Recurrence Analysis*. En resumen, los resultados de aplicar distintas técnicas y métodos como el Análisis Gráfico, Análisis de Recurrencia y Entropía de Espacio Temporal apoyan la hipótesis de que los mercados bursátiles latinoamericanos se comportan de forma caótica.

Esta investigación se estructura de la siguiente forma: en el primer apartado se muestran los datos y series a utilizar, además se analizan las características de los retornos de los índices bursátiles en estudio. El segundo describe el funcionamiento de *Visual Recurrence Analysis*. La tercera parte corrobora el comportamiento caótico en las series analizadas. Finalmente, se presentan las principales conclusiones.

² López, Martínez, García y Romero (2001).

1. Datos y características de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos

Los datos seleccionados corresponden al valor de cierre diario de los índices bursátiles IPSA, Merval, BOVESPA e IPC correspondientes a Chile, Argentina, Brasil y México, para los días que existen datos. Por tanto, se excluyeron los días con valor nulo, cero y/o aquellos en que la Bolsa del país en cuestión no operó. La elección del número de datos se ajustó a los requerimientos de los diversos cálculos estimados y a la disponibilidad de los mismos. La fuente de información fue Económica.

Algunas herramientas que permiten corroborar comportamiento caótico en series de tiempo, son sensibles a los procesos estocásticos en los cuales existen dependencias entre las variables. Por este motivo, lo habitual, es realizar un filtro para eliminar dichas dependencias a través de un modelo ARMA. De acuerdo a esto, la contrastación de un comportamiento caótico se aplicará a las series originales, las de rendimientos y a las de residuos de los modelos estimados.³

A continuación se presentan algunas características de las series de retornos de los índices bursátiles latinoamericanos.

1.1 No normalidad

El Cuadro 1 muestra los cuatro primeros momentos de la distribución de los retornos diarios de los índices bursátiles en estudio. El retorno promedio diario es de 0.035%, 0.042%, 0.060% y 0.060% para los índices IPSA, Merval, BOVESPA e IPC, lo cual implica un retorno anualizado de 8.50%, 10.02%, 14.38% y 14.49%, respectivamente.

El coeficiente *skewness* para IPSA, Merval, BOVESPA e IPC genera un estadístico *z* de 21.32, -3.08, 63.08 y 11.43 respectivamente, ello permite rechazar la hipótesis nula de que sea cero. Por su parte, el coeficiente de kurtosis genera un estadístico *z* de 254.19, 194.26, 655.54 y 186.13, respectivamente. Es decir, se rechaza que los retornos de los índices bursátiles puedan ser representados por una función con coeficientes de kurtosis de 3. Esta característica es observada habitualmente en retornos de activos financieros (leptokurtosis).

³ AR(24), AR(10), AR(15) y AR(14) para los índices bursátiles IPSA, Merval, BOVESPA e IPC respectivamente.

Cuadro 1
Datos y estadísticas de los retornos diarios de índices
bursátiles latinoamericanos

	<i>IPSA</i>	<i>MERVAL</i>	<i>BOVESPA</i>	<i>IPC</i>
Datos	2,013	2,081	2,085	2,118
Fecha inicio	02-01-98	02-01-98	02-01-98	02-01-96
Fecha término	31-05-06	31-05-06	31-05-06	31-05-06
Max.	8.371%	16.117%	28.818%	12.154%
Mín.	-7.666%	-14.299%	-17.229%	-10.341%
Media	0.035%	0.042%	0.060%	0.060%
Desv. estándar	1.10%	2.39%	2.29%	1.59%
Skewness	0.265	-0.038	0.784	0.142
Kurtosis	9.316	7.827	19.289	7.625
JB	3,518.72	2,019.92	23,254.24	1,894.08

La prueba de Jarque-Bera complementa los hallazgos y sus resultados muestran, claramente, que la probabilidad de que los retornos de índices bursátiles latinoamericanos provengan de una distribución normal es casi nula. Así, la no normalidad y la elevada kurtosis suelen ser indicios de que la serie ha sido generada por un proceso no lineal.

En resumen, los rendimientos de los índices bursátiles latinoamericanos no están bien descritos por una distribución normal.

1.2 No linealidad

Para verificar la no linealidad se emplea la prueba BDS (desarrollada por Brock, Dechert y Scheinkmann en 1987, e implementada junto con LeBaron en 1996) ésta es no paramétrica con la hipótesis nula de que una determinada serie temporal es independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.).

De acuerdo a Brock (1986) la prueba se aplica sobre los residuos de un modelo ajustado con el mejor retardo de un proceso autorregresivo. Lo anterior, para evitar posibles rechazos de la hipótesis nula debido a la dependencia lineal. Así, se propone dicha prueba como un método indirecto de analizar la no linealidad.

La prueba BDS sigue asintóticamente una distribución normal con media cero y varianza unitaria. Además, es relativamente eficiente para muestras superiores a 200 observaciones (Granger y Terasvirta, 1993) y tiene potencia para detectar dependencia no lineal determinista y dependencia no lineal estocástica.

Siguiendo a Brock (1986) la prueba BDS se aplicó a los residuos de los modelos estimados AR(24), AR(10) AR(15) y AR(14) y a las series de retornos diarios correspondientes a los índices IPSA, MERVAL, BOVESPA e IPC respecti-

vamente. Con el fin de maximizar su veracidad, se estimó para dimensiones de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10. Los resultados están resumidos en el Cuadro 2 y rechazan la hipótesis de independencia en las series originales y de residuos de los modelos estimados.

Cuadro 2
Resultados del estadístico BDS

		<i>m=2</i>	<i>m=3</i>	<i>m=4</i>	<i>m=5</i>	<i>m=6</i>	<i>m=7</i>	<i>m=8</i>	<i>m=9</i>	<i>m=10</i>
IPSA	$\sigma/2$	10.6423	13.5862	16.1227	18.4546	21.3869	25.8829	30.8050	36.5464	44.3193
	σ	12.3580	14.8653	16.7536	18.1813	20.1660	22.6198	25.3990	28.8571	33.0614
	1.5σ	14.6089	17.0294	18.5477	19.6023	20.8106	22.0979	23.4667	24.9364	26.6231
	2σ	15.9281	18.2380	19.2787	20.1058	20.7394	21.3502	22.0006	22.5404	23.1542
MERVAL	$\sigma/2$	5.6679	8.3318	10.2519	11.6753	12.7978	14.4857	16.6831	19.5360	23.2561
	σ	7.4482	10.3158	12.2934	13.6121	14.9548	16.4531	18.1322	19.8312	21.9148
	1.5σ	9.2220	11.9587	13.7811	14.7991	15.9365	17.0177	18.0894	19.1950	20.4405
	2σ	9.8811	12.5248	14.0548	14.7176	15.6315	16.3962	17.0776	17.7338	18.3918
BOVESPA	$\sigma/2$	7.0394	8.2860	10.3023	11.6274	13.1190	14.2058	16.4371	16.4712	16.0073
	σ	7.6142	8.7905	18.8562	12.2859	13.5229	14.8310	16.2962	17.4829	18.7984
	1.5σ	10.1027	11.4556	13.5340	14.8975	15.8625	16.9934	18.0791	18.9245	19.8232
	2σ	12.1621	13.7690	15.5848	16.7179	17.3741	18.2778	19.0502	19.5732	20.1310
IPC	$\sigma/2$	9.9288	12.6376	15.7737	19.0642	21.8771	26.0876	31.6117	37.7019	46.6253
	σ	9.8383	12.6328	15.5656	18.1514	20.7188	24.0199	27.8349	32.1935	37.6203
	1.5σ	8.8142	11.4810	14.1980	16.0229	17.6101	19.5584	21.4646	23.2707	25.3838
	2σ	7.7191	10.0923	12.6121	13.8773	14.8068	16.0066	19.9724	17.5778	18.4725
<i>Prueba BDS aplicada a los residuos de los modelos estimados AR(24), AR(10), AR(15) y AR(14)</i>										
IPSA	$\sigma/2$	7.7719	10.5761	12.3662	14.2343	16.9244	20.1812	24.5139	30.4016	39.1815
	σ	9.2498	11.9775	13.7433	15.2393	16.9936	19.0255	21.3735	24.2618	27.6580
	1.5σ	11.1615	13.9658	15.6471	16.8174	18.0041	19.2746	20.6016	22.0079	23.5326
	2σ	12.2285	15.2423	16.7920	17.7850	18.5109	19.1861	19.9144	20.5687	21.2497
MERVAL	$\sigma/2$	6.0012	8.6406	10.4800	11.8263	12.9059	14.4076	16.5215	19.6592	22.8463
	σ	7.5721	10.3755	12.2945	13.5858	14.8646	16.3273	17.9784	19.6246	21.6785
	1.5σ	9.2074	12.0291	13.8135	14.7702	15.8320	16.8668	17.9087	19.0168	20.2544
	2σ	10.0297	12.7213	14.1428	14.7224	15.5615	16.2976	16.9438	17.5877	18.2366
BOVESPA	$\sigma/2$	6.6345	7.8716	9.4036	10.5540	11.9651	13.5304	15.5693	17.1526	19.0406
	σ	7.4898	8.4488	10.3155	11.5565	12.5097	13.5748	14.8565	15.9036	16.9645
	1.5σ	9.8800	10.8646	12.8837	14.1394	14.9042	15.9069	16.8971	17.6471	18.4392
	2σ	11.8981	12.9901	14.9141	16.0242	16.4876	17.3058	17.9868	18.4063	18.8918
IPC	$\sigma/2$	8.5215	11.2109	14.2840	17.5760	20.3566	24.3256	30.0243	37.9012	51.2834
	σ	9.0386	11.7515	14.8082	17.4925	20.0502	23.2042	26.8803	31.0092	36.0154
	1.5σ	8.3812	10.9389	13.6874	15.6468	17.2852	19.2776	21.2753	23.1350	25.2813
	2σ	78.4291	10.0925	12.5856	13.9231	14.8063	16.0176	17.0496	17.6785	18.6023

2. Visual Recurrence Analysis

Visual Recurrence Analysis (VRA) es un programa diseñado por Eugene Kononov, basándose en la definición de gráfico de recurrencia de Eckmann, Kamphorst y Ruelle (1987) y en el RQA de Zbilut y Webber (1992) para analizar series de tiempo financieras.

En dicho programa se pueden detectar gráficamente patrones y cambios estructurales ocultos en datos. La idea fundamental de VRA es que una serie de tiempo observable es la realización de un cierto proceso dinámico y la interacción, en un cierto plazo, de las variables relevantes del sistema. En este contexto, encajan perfectamente las series de índices bursátiles en las cuales su comportamiento es determinado por muchos factores tales como el ciclo económico, la estabilidad política, las expectativas de los inversionistas, entre otros.

VRA utiliza la técnica llamada inmersión en coordenadas de retraso, la cual crea un retrato del espacio de fases del sistema dinámico bajo estudio que es topológicamente equivalente al sistema original. Así, para expandir una señal unidimensional en un espacio de fases m -dimensional, se sustituye cada observación en la señal original $X(t)$ con el siguiente vector:

$$y(i) = \{x(i), x(i - T), x(i - 2T), \dots, x(i - (m-1)T)\} \quad (1)$$

Donde i es el tiempo i que toma valor el índice, m corresponde a la dimensión de inmersión y T al tiempo de retardo

Por consiguiente, se tiene una serie de vectores:

$$Y_t = \{y(1), y(2), y(3), \dots, y(N-(m-1)T)\} \quad (2)$$

Aquí, N es el tamaño de la serie original.

La idea central de la reconstrucción es capturar los estados originales del sistema cada vez que se tenga una observación de salida. De esta manera, cada estado desconocido $S(t)$ en el tiempo t es aproximado por un vector de coordenadas retrasadas:

$$Y(t) = \{x(t), x(t - T), x(t - 2T), \dots, x(t - (m-1)T)\} \quad (3)$$

Una vez que el sistema dinámico está reconstruido, el gráfico de recurrencia puede ser utilizado para mostrar que tan cerca o lejos están uno del otro los vectores. Específicamente, VRA calcula las distancias euclidianas entre todos los pares de vectores.

Las distancias calculadas denotan la evolución de la órbita dentro del espacio de fases. Así, el gráfico de recurrencia de un sistema con comportamiento caótico será más estructurado, intercalando la intensidad de sus colores (entre más fuerte y débil), indicando contracción y expansión del sistema en algunos instantes del tiempo. Esto a diferencia de sistemas aleatorios que presentan una estructura

más uniforme sin un patrón reconocible, con escasa intercalación de la intensidad de colores, lo cual muestra que las distancias calculadas son mayoritariamente homogéneas.

En el Anexo 1 se muestran los gráficos de recurrencia para una serie aleatoria de 3,841 datos, generada en una planilla Excel la cual toma valores entre 1 y 1,000 y una con comportamiento caótico (atractor de Lorenz), para establecer la diferencia gráfica entre una y otra.⁴

Se observa una señal de determinismo en el atractor de Lorenz (más estructurado) a diferencia de la serie aleatoria (más uniforme). Además, la presencia de líneas horizontales denotan la existencia de órbitas periódicas inestables.

En la práctica, la construcción de los gráficos de recurrencia requieren obtener la dimensión de inmersión y el tiempo de retardo. VRA utiliza la técnica Función de Información Mutua (AMI, Mutual Information Function, por sus siglas en inglés) para determinar el tiempo de retardo y el método de Falsos Vecinos Cercanos (FNN, False Nearest Neighbours, por sus siglas en inglés) para la dimensión de inmersión.

2.1 Función de Información Mutua (AMI)

La información mutua estima el valor óptimo de tiempo de retardo (T) para la reconstrucción del espacio de fases (Fraser y Swinney, 1986). La idea central de esta técnica es que un buen tiempo de retardo T es aquel que dado un estado del sistema $X(t)$ provea una información nueva máxima acerca del estado $X(t+T)$. Por ejemplo, si se consideran dos mediciones $x(n)=x_n$ y $x(n+T)=x_{n+T}$ la información mutua entre la medición x_n y la medición x_{n+T} es la cantidad aprendida de x_{n+T} acerca de x_n para algún n .⁵ Se sugiere que cuando el tiempo de retardo $I(T)$ alcance su primer mínimo, éste se utilice para la reconstrucción del espacio de fase.

El Anexo 2 muestra los resultados del programa *Visual Recurrence Analysis* al calcular la información mutua para las series de retornos diarios de los índices bursátiles IPSA, Merval BOVESPA e IPC. En este caso, se observa que el mínimo local se encuentra alrededor de $T=2$ para las series de retornos.

⁴ El atractor de Lorenz fue reconstruido utilizando una dimensión de inmersión de 3 y un tiempo retardo de 17.

⁵ Para una descripción más detallada véase Abarbanel (1995).

2.2 Falsos Vecinos Cercanos (FNN)

La base teórica de este método es que, para los sistemas determinísticos, los puntos cercanos en el espacio de fases reconstruido permanecen de esta forma bajo iteraciones posteriores en espacios de mayor dimensión.⁶ En términos simples, este método encuentra el vecino más cercano de cada punto en una dimensión dada y luego comprueba si estos puntos siguen siendo vecinos cercanos en una dimensión más alta. Por ejemplo, al dejar que la distancia entre X_n y X_i sea ϵ_i , el punto X_i se marca como un falso vecino cercano, si la distancia entre estos puntos en el espacio de dimensión $m+1$ es mayor que $s*\epsilon_i$, donde s es un determinado factor. De esta manera, la fracción de falsos vecinos cercanos indica entonces si el proceso es determinístico en m dimensiones o no. Se sugiere que cuando el porcentaje de vecinos cercanos alcance su primer mínimo se utilice la dimensión de inmersión correspondiente para la reconstrucción del espacio de fase.

El Anexo 3 muestra los resultados del programa *Visual Recurrence Analysis* al calcular Falsos Vecinos Cercanos para las series de retornos diarios de los índices bursátiles latinoamericanos. En este caso se observa que el mínimo local se encuentra alrededor de $m=14$ para las series de retornos.

Utilizando esta metodología se encontraron los valores óptimos para el tiempo de retardo (información mutua) y la dimensión de inmersión (falsos vecinos cercanos) para reconstruir el espacio de fase, dichos resultados se resumen en el Cuadro 3.

Cuadro 3
Valores óptimos para el tiempo de retardo (AMI) y dimensión de inmersión (FNN) para las series originales y los modelos seleccionados

	<i>Serie-Modelo</i>	<i>AMI</i>	<i>FNN</i>
IPSA	Original	28	8
	Retornos	3	14
	Residuos AR(24)	4	7
MERVAL	Original	25	9
	Retornos	1	16
	Residuos AR(10)	1	5
BOVESPA	Original	43	8
	Retornos	2	11
	Residuos AR(15)	2	9
IPC	Original	26	19
	Retornos	2	14
	Residuos AR(14)	2	13

⁶ Vease Kennel, Brown y Abarbanel (1992).

3. Detección de comportamiento caótico

3.1 Análisis Gráfico

Peters (1994) señala que las series de precios de los activos financieros tienen gráficamente la misma estructura, en cualquier escala temporal a estudiar.

Las gráficas de la evolución de los índices bursátiles IPSA, Merval, BOVESPA e IPC revelan la complicación para encontrar diferencias entre éstas. Lo anterior hace difícil establecer cuál es el horizonte temporal correspondiente a cada una. El Anexo 4 muestra, a modo de ejemplo, la evolución de los índices IPSA e IPC.

El hecho de que estas series tengan la misma apariencia en distintas escalas es concordante con la Hipótesis del Mercado Fractal. Sin embargo, esta característica observada en las series de índices latinoamericanos no es garantía definitiva de estar ante un proceso caótico.

3.2 Gráfico de Recurrencia

Una señal de determinismo será cuando más estructurado sea el gráfico de recurrencia y una señal de aleatoriedad cuando más uniforme y no exista un patrón identificable.

El Anexo 5 muestra los gráficos de recurrencia para las series original, de retornos diarios y de residuos de los modelos estimados para los índices IPSA, Merval, BOVESPA e IPC. Se observa que los gráficos de recurrencia de las series originales son bastante parecidos al de una serie aleatoria en donde no hay un patrón definido, esto denota las dependencias lineales que existirían en dichas series. En contraparte, los gráficos de recurrencias aplicados a las series de rendimientos y de residuos de los modelos estimados son más estructurados, asemejándose al del atractor de Lorenz, esto denota un comportamiento determinista en dichas series. A su vez, se observa cómo la dinámica del sistema se contrae en algunos puntos para luego expandirse (nótese el cambio en la intensidad de los colores y su estructura), esto es una característica de los sistemas con comportamiento caótico.

Los hallazgos a través de la utilización de los gráficos de recurrencia no son concluyentes y deben, por tanto, complementarse con otro tipo de técnicas.

3.3 Entropía de Espacio Temporal

La Entropía de Espacio Temporal (STE, por sus siglas en inglés) compara la distribución de colores sobre el gráfico completo de recurrencia con la distribución de

colores sobre cada línea diagonal del gráfico de recurrencia. Cuanto mayores sean las diferencias entre la distribución global y las distribuciones sobre las líneas diagonales individuales, más estructurada es la imagen.

Matemáticamente, compara las distancias entre todos los pares de vectores en el espacio reconstruido, con las distancias entre las diversas órbitas que se desarrollan durante el tiempo. El resultado se normaliza y se presenta como porcentaje.

Porcentajes cercanos a 100 indicarán aleatoriedad en la serie mientras que porcentajes cercanos a 0 representarán series periódicas. Por último, porcentajes entre 0 y 100 indicarán series con comportamiento caótico.

Para calcular la Entropía de Espacio Temporal es necesario haber obtenido la dimensión de inmersión y el tiempo de retardo (véase Cuadro 1). Utilizando el programa *Visual Recurrence Analysis* se procedió a calcular la STE, los resultados se resumen en el Cuadro 4.

Como se observa en dicha cuadro, se infiere un comportamiento caótico en las series de retornos y residuos de los modelos estimados con un promedio de 81% para la serie de retornos accionarios, 80% para las series de residuos y 12% para las series originales.

Cabe señalar que el cómputo de la Entropía de Espacio Temporal no es significativa para series que no sean estacionarias, por tal motivo nada podríamos concluir acerca de los resultados de las series originales. No obstante, los resultados de las series de retornos y residuos de los modelos en estudio, es un indicio de estar en presencia de series con comportamiento caótico.

Cuadro 4
**Entropía de Espacio Temporal para las series originales,
de rendimiento y modelos estimados**

	<i>Serie-Modelo</i>	<i>STE%</i>
IPSA	Original	8
	Retornos	85
	Residuos AR(24)	83
MERVAL	Original	14
	Retornos	74
	Residuos AR(10)	82
BOVESPA	Original	9
	Retornos	81
	Residuos AR(15)	83
IPC	Original	18
	Retornos	82
	Residuos AR(14)	70

Conclusiones

Luego de analizar las series de retornos de los índices accionarios IPSA, Merval, BOVESPA e IPC y emplear distintas técnicas y métodos como Análisis Gráfico, Análisis de Recurrencia y Entropía de Espacio Temporal, se encuentra evidencia a favor de la hipótesis de que los mercados bursátiles latinoamericanos se comportan de forma caótica. Además, se confirma que las series de retornos de índices bursátiles latinoamericanos no se comportan de forma lineal ni normal.

Evidenciar este comportamiento en series financieras justifica que Bancos de inversiones, Administradoras de fondos de pensiones, Hedge Funds y otros inversionistas busquen técnicas y modelos, basados en este nuevo paradigma, que les permitan obtener una mayor eficiencia en la administración de sus portafolios.

Los resultados de esta investigación deben ser considerados como evidencia complementaria a otras técnicas y herramientas para detectar comportamiento caótico en series financieras tales como el exponente de Lyapunov, el coeficiente de Hurst, dimensión de correlación y entropía de Kolmogorov, entre otros.

Referencias bibliográficas

- Bai Lin H. (1990). *Chaos II*, Singapore: World Scientific Publishing Company.
- Box, G. E. P. y G. M. Jenkins (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, San Francisco: Holden Day Inc.
- Brock, W. A. y D. W. Dechert (1991). "Non-linear dynamical systems: instability and chaos in economics", W. Hildenbrand and H. Sonnenschein, (eds.), *Handbook of Mathematical Economics IV*, Amsterdam: North-Holland, pp. 2209-2235.
- Brock, W., W. Dechert y J. Scheinkman (1987). "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension", *Working Paper*, University of Wisconsin at Madison, Department of Economics.
- Brock, W.A., W.D. Dechert, J.A. Scheinkman y B. LeBaron (1996). "A test for Independence Based on the Correlation Dimension", *Econometric Reviews*, vol.15, num. 3, pp. 197-235.
- Casdagli, M. (1989). "Nonlinear prediction of chaotic time series", *Physica D* 35, vol. 35, pp. 335-356.
- (1997). "Recurrence plots revisited", *Physica D* 108, pp.12-44.
- Conrad J. y G. Kaul (1988). "Time-variation in expected returns", *Journal of Business*, vol. 61, pp. 409-425.

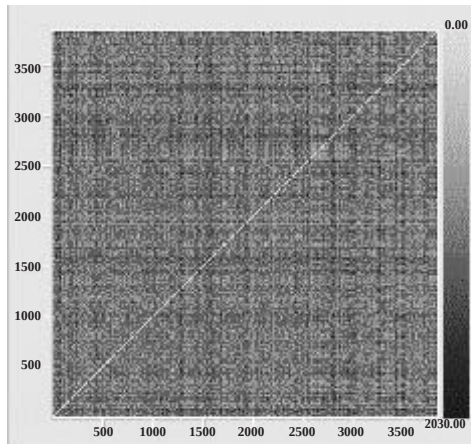
- (1989). “Mean reversion in short-horizon expected returns”, *Review of Financial Studies* 2, pp. 225-240.
- Di Matteo, Aste y Dacorogna (2005). “Term memories of developed and emerging markets: using the scaling analysis to characterize their stage of development”, *Journal of Banking & Finance*, vol. 29, pp. 827-851.
- Eckmann, J.P. y D. Ruelle (1985). “Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors”, *Review of Modern Physics*, vol. 57, num. 3, pp. 617-656.
- (1992). “Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems”, *Physica D*, vol. 56, pp. 185-187.
- Eckmann, J.P., S.O. Kamphorst y D. Ruelle (1987). “Recurrence Plots of Dynamical Systems”, *Europhysics Letters*, 4 (9), pp. 973-977.
- Espinosa C., F. Parisi y A. Parisi (2007). “Pruebas de comportamiento caótico en índices bursátiles americanos”, *El Trimestre Económico*, vol. LXXIV, núm. 296, pp. 901-927.
- Fama, E. (1970). “Efficient capital markets: A review of theory and empirical work”, *Journal of Finance*, vol. 25, pp. 383-417.
- Fama, E. y K. R. French (1988). “Permanent and temporary components of stock prices”, *Journal of Political Economy*, vol. 98, pp. 247-273.
- Fraser, A. y H. Swinney (1986). “Independent coordinates for strange attractors from mutual information”, *Physical Review A*, vol. 33, pp. 1134-1140.
- Gilmore, Claire G. (1993). “A new test for chaos”, *Journal of Economic Behaviour Organisations*, vol. 22, pp. 209-237.
- Grassberger, P. y I. Procaccia (1983). “Characterization of Strange Attractors”, *Physical Review Letters*, vol. 50, num. 3, pp. 346-349.
- (1983b). “Measuring the Strangeness of Strange Attractors”, *Physica D*, 9, pp. 189-208.
- Kyaw N., C. Los y S. Zong (2004). “Persistence Characteristics of Latin American Financial Markets”, *Economics Working Paper Archive*, EconWPA, Finance num. 0411013.
- Kennel M.B., R. Brown, y H.D.I. Abarbanel (1992). “Determining embedding dimension for phase space reconstruction using a geometrical construction”, *Physica. Review A*, num. 45, pp. 403-411.
- Le Barón, B. (1994). “Chaos and nonlinear forecastability in Economics and Finance”, *Philosophical Transactions of Royal Society of London, Series A*, 348, pp. 397-404.
- Lipka J. M. y C. Los (2003). “Long-Term Dependence Characteristics Of European Stock Indices”, *Economics Working Paper Archive*, EconWPA, Finance N° 0409044.

- Lo, A. y A. C. MacKinley (1988). "Stock market prices do not follow random walk: Evidence from a simple specification test", *Review of Financial Studies*, vol. I, pp. 41-66.
- López A., C. Martínez, A. García y J. Romero (2001). "El grafico de recurrencia en el análisis de series temporales: el programa VRA (Visual Recurrence Analysis)", *Revista Electrónica de Metodología Aplicada*, vol. 6, núm. 1, pp. 1-8.
- Los, C. (2004). "Visualization of chaos for finance majors", *Economics Working Paper Archive*, EconWPA, Finance num. 0409035.
- Los C. y B. Yu (2005). "Persistence Characteristics of the Chinese stock markets", *Economics Working Paper Archive*, EconWPA, Finance num. 0508008.
- Lorenz, E.N. (1963). "Deterministic nonperiodic Flow", *Journal of Atmospheric Sciences*, vol. 20, p. 130.
- Mandelbrot, B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*, San Francisco: Freeman.
- Mindlin, G.B. y R. Gilmore (1992). "Topological analysis and synthesis of chaotic time series", *Physica D*, num. 58, pp. 229-242.
- Peters, E. (1994). *Fractal Market analysis: Applying chaos theory to investment and economics*, John Wiley & Sons Inc.
- (1996). *Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility*, John Wiley & Sons Inc.
- Ruelle, D. y F. Takens (1971). "On the nature of turbulence", *Math. Phys.*, vol. 20, pp. 167-192.
- Takens, F. (1981). "Detecting Strange Attractors in Turbulence", *Dynamical Systems and Turbulence. Warwick 1980, Lecture Notes in Mathematics* 898, Springer, Berlin, pp. 366-381.
- Zbilut, J.P. y C.L. Webber Jr. (1992). "Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots", *Physics Letters A*, 171, pp. 199-203.

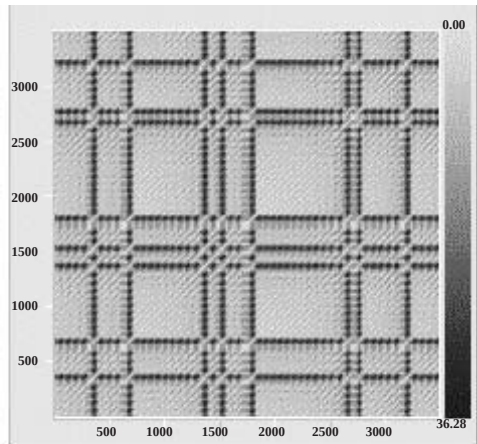
Anexo 1

Gráfico de recurrencia

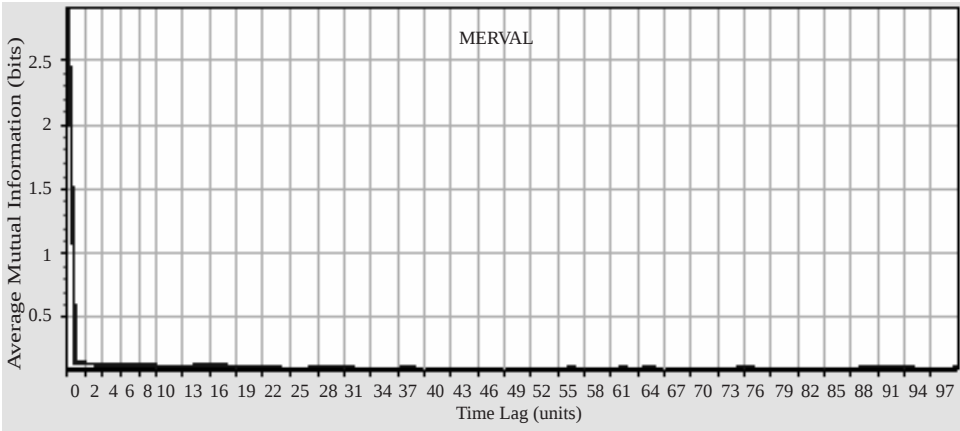
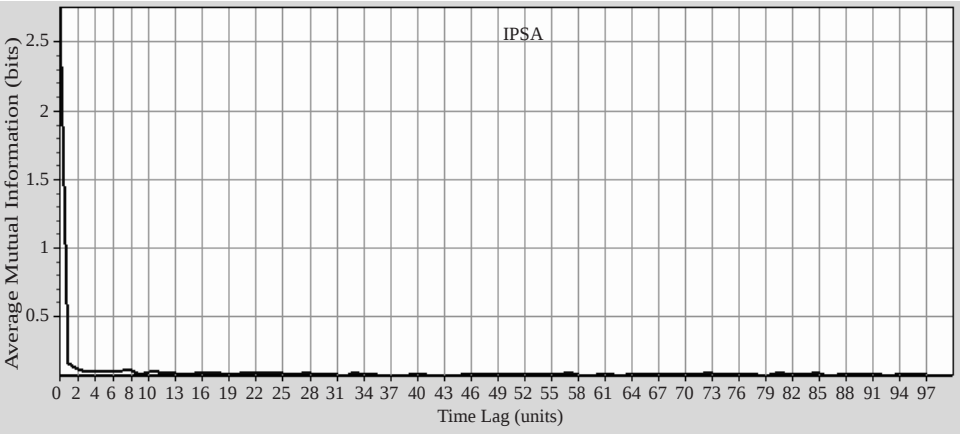
Serie aleatoria

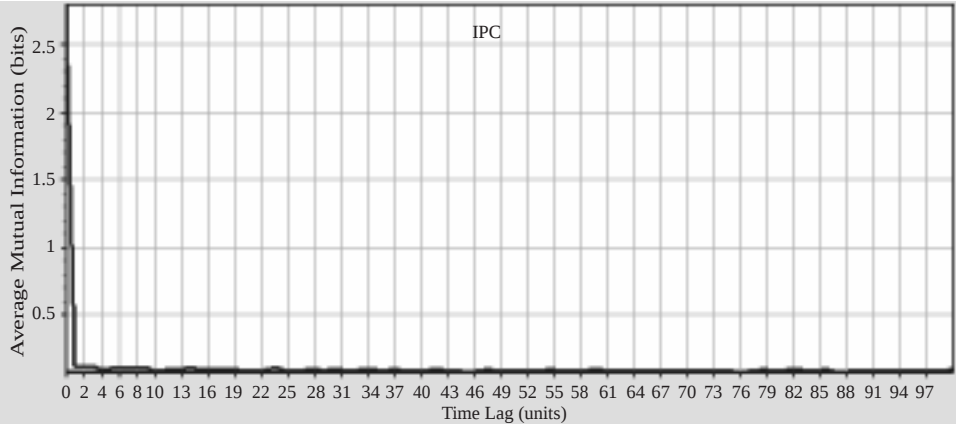
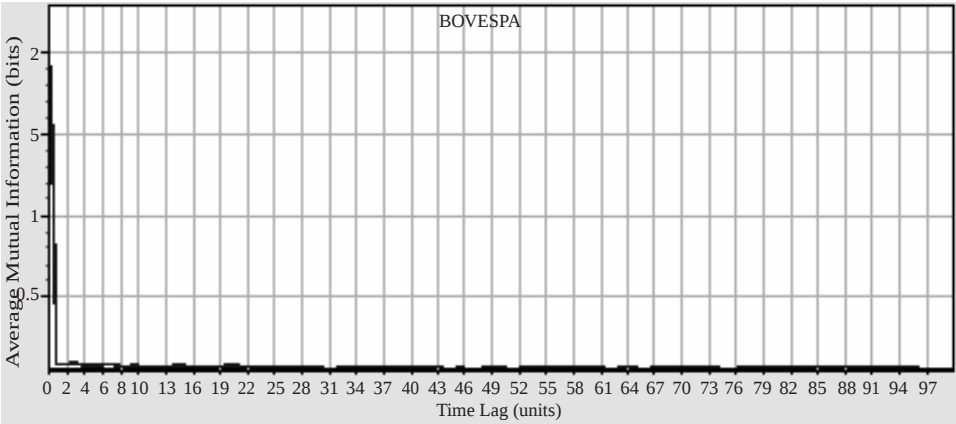


Atractor de Lorenz

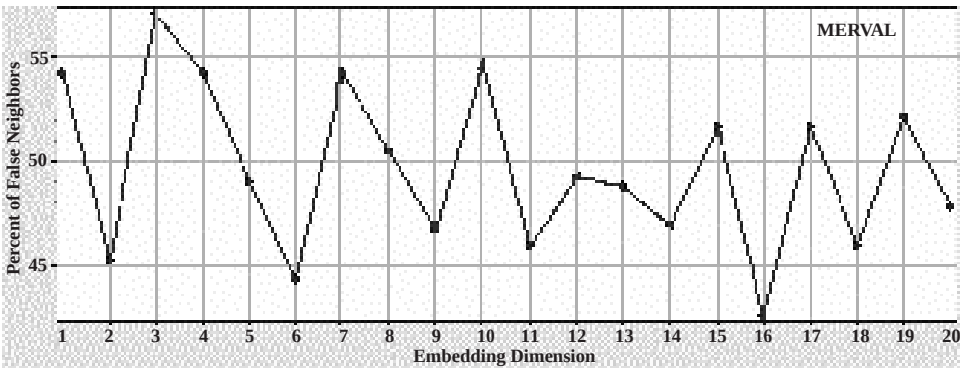
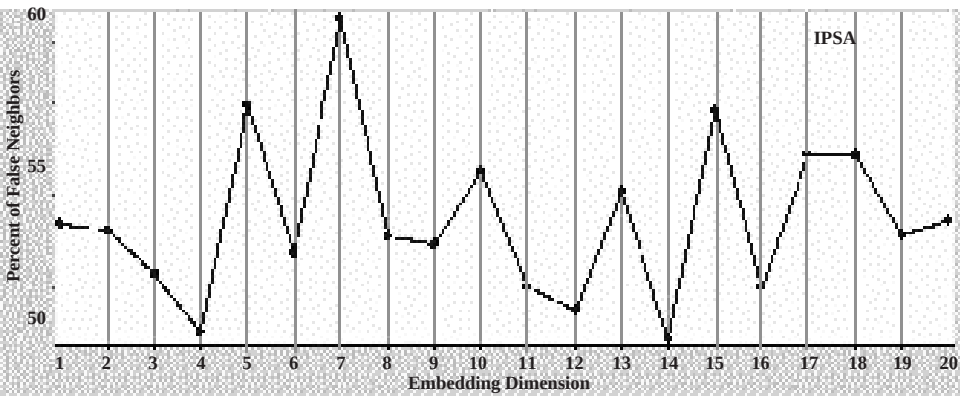


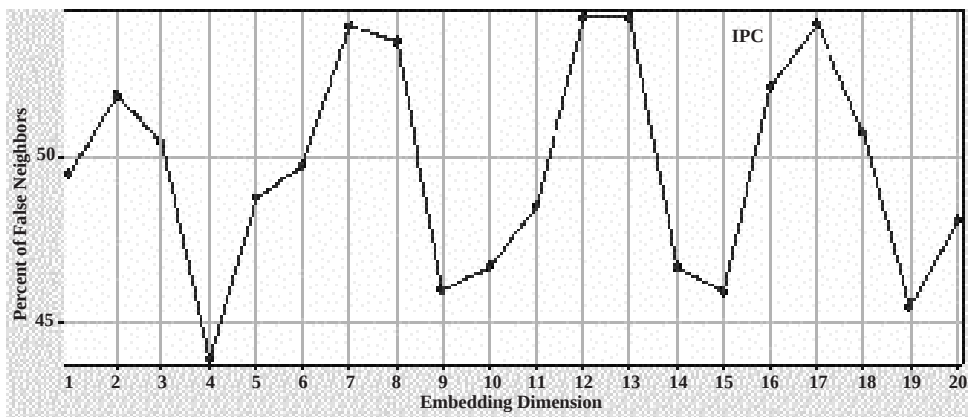
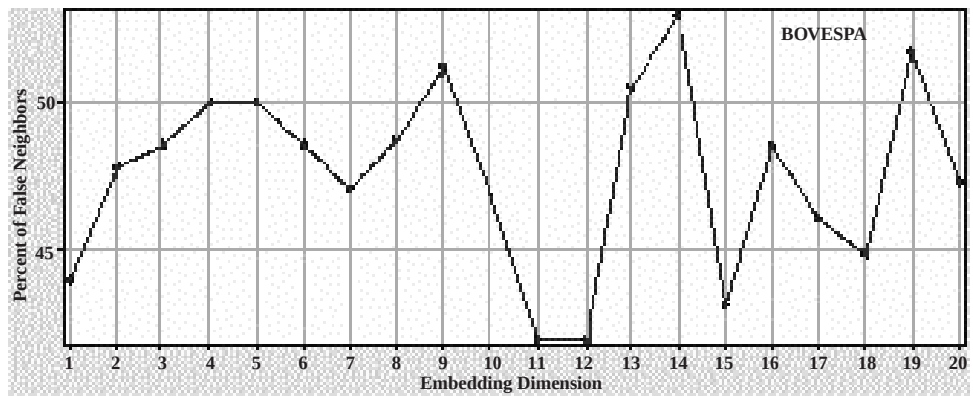
Anexo 2
Resultado del cálculo de la Función de Información Mutua
para las series de retornos diarios de los índices
bursátiles latinoamericanos





Anexo 3
Resultado del cálculo de Falsos Vecinos Cercanos para las series
de retornos diarios de los índices bursátiles latinoamericanos





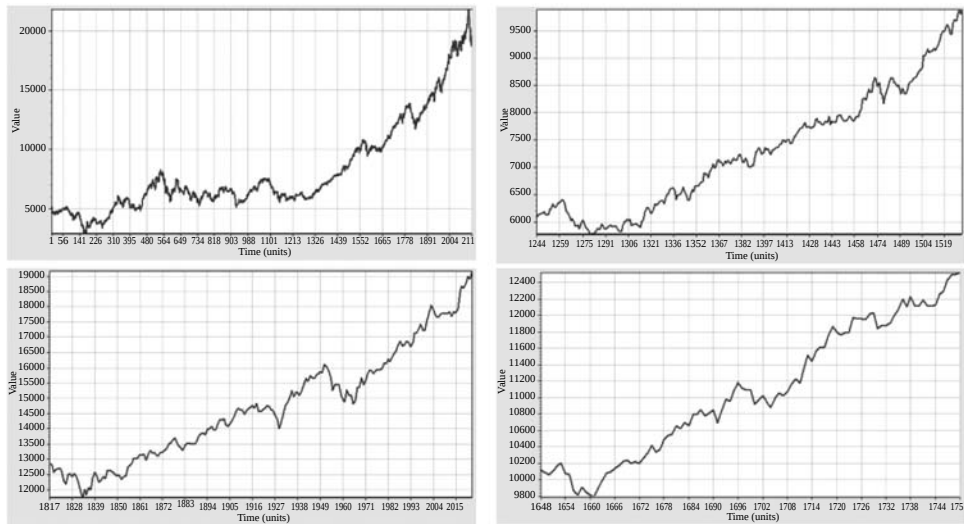
Anexo 4

Evolución diaria del índice bursátil IPSA para el periodo de la muestra



Las ampliaciones se muestran en sentido de las manecillas del reloj. Los datos que comprenden éstas corresponden a las series de: 1-2103, 213-526, 1164-1451 y 1739-1894 datos. Es decir, desde el 02-01-1998 al 31-05-2006, 06-11-1998 al 07-02-2000, 03-09-2002 al 11-11-2003 y desde el 22-12-2004 al 02-08-2005 respectivamente. En el eje vertical se encuentra el valor de cierre del índice y en el eje horizontal la cantidad datos: 2,103, 314, 288 y 156 datos respectivamente

Evolución diaria del índice bursátil IPC para el periodo de la muestra

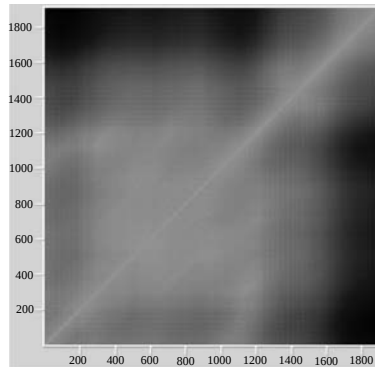


Las ampliaciones se muestran en sentido de las manecillas del reloj y sus datos pertenecen a las series de: 1-2118, 1244-1531, 1648-1750 y 1817-2023 datos. Es decir, desde el 02-01-1998 al 31-05-2006, del 18-12-2002 al 11-02-2004, del 27-07-2004 al 17-12-2004 y desde el 23-03-2005 al 11-01-2006 respectivamente. En el eje vertical se encuentra el valor de cierre del índice y en el eje horizontal la cantidad datos: 2,118, 288, 103 y 207 datos respectivamente.

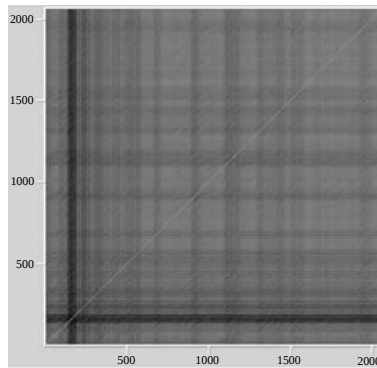
Anexo 5

Gráficos de recurrencia para las series en estudio

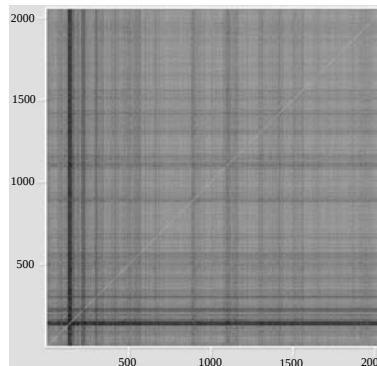
Índice IPSA
Serie original



Serie rotornos diarios

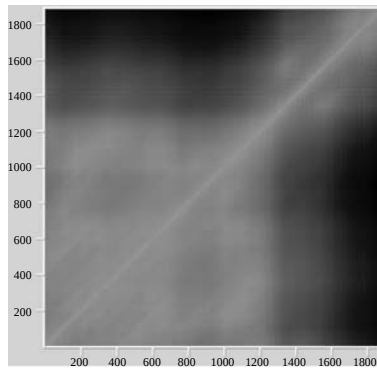


Serie de los residuos del modelo AR(24)

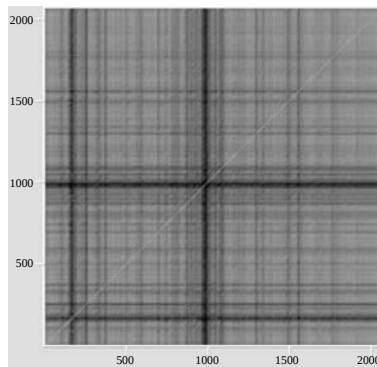


Índice Merval

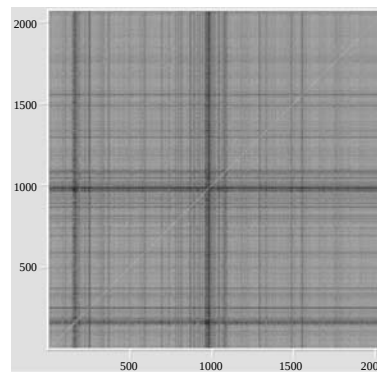
Serie original



Serie retornos diarios

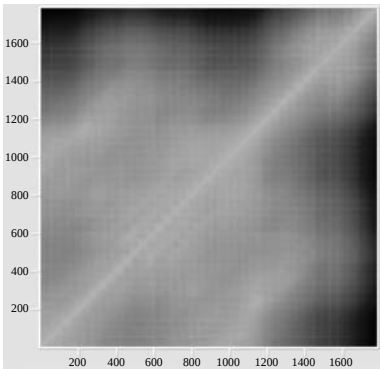


Serie de los residuos del modelo AR(10)

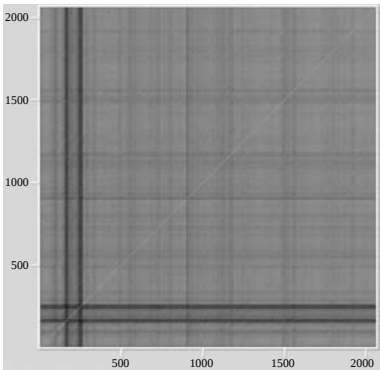


Índice BOVESPA

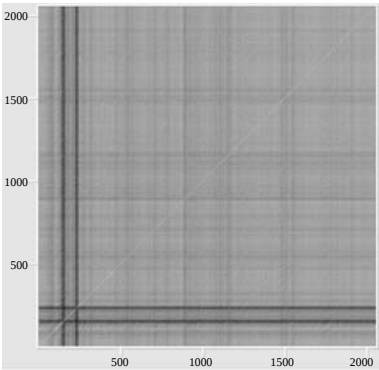
Serie original



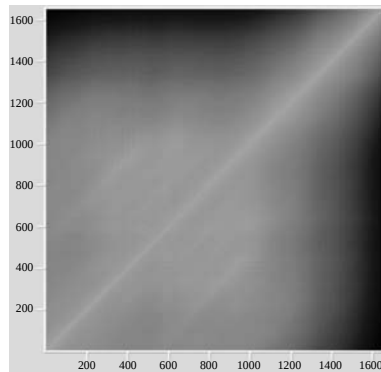
Serie retornos diarios



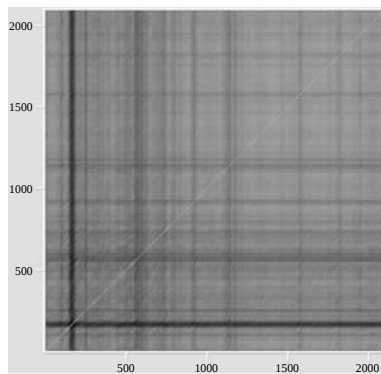
Serie de los residuos del modelo AR(15)



Índice IPC
Serie original



Serie retornos diarios



Serie de los residuos del modelo AR(14)

