

Estabilización de precios y expectativas de devaluación: tasas de interés estocásticas

(Recibido: junio/07–aprobado: noviembre/07)

*Salvador Rivas Aceves**
*Francisco Venegas-Martínez***

Resumen

El presente trabajo desarrolla un modelo estocástico de estabilización de precios donde el tipo de cambio actúa como un ancla nominal para contener la inflación. Las expectativas de los agentes económicos sobre la evolución de las tasas de devaluación y de interés real son modeladas con procesos de difusión correlacionados. En ausencia de un mercado de cobertura contra el riesgo cambiario, se examina la dinámica de equilibrio del consumo cuando se implementa un programa anti-inflacionario. Asimismo, se evalúan los efectos en el bienestar producidos por cambios repentinos en los parámetros que determinan las expectativas de devaluación.

Palabras clave: macroeconomía, estabilización de precios.

Clasificación JEL: E2, F31.

* Doctorante en Ciencias Económicas por la UAM (rivas.salvador@gmail.com).

** Profesor Interino de la ESE-IPN (fvenegas1111@yahoo.com.mx).

Introducción

Este trabajo desarrolla un modelo estocástico de estabilización inflacionaria donde el tipo de cambio actúa como un ancla nominal. Se enfatiza en el papel que juega la incertidumbre en la dinámica esperada tanto de la tasa de devaluación como de la tasa de interés real. Se supone que: 1) las expectativas de devaluación siguen un proceso mixto de difusión con saltos donde el movimiento browniano conduce a la tasa de devaluación y el proceso de Poisson determina la probabilidad de devaluación, y 2) la dinámica esperada de la tasa real de interés es guiada por el movimiento browniano; además, que estos dos procesos se encuentran correlacionados entre sí.

El modelo considera también que no hay mercados de cobertura contra el riesgo cambiario y que el impuesto inflacionario no se regresa a los agentes. En este marco y bajo el supuesto de utilidad logarítmica, se examina la dinámica de equilibrio del consumo en presencia de un programa de estabilización inflacionaria. Así mismo, se estudian los efectos en el bienestar económico producidos por cambios permanentes en los parámetros que determinan las expectativas de devaluación.

Existen amplias referencias que han examinado los programas de estabilización y sus correspondientes procesos inflacionarios, los cuales tuvieron lugar en América Latina entre las décadas de los setenta y los noventa, por ejemplo Calvo y Végh (1998), Helpman y Razin (1987), Kiguel y Liviatan (1992) y Végh (1992). En estos estudios se analizan los casos de Argentina, Brasil, Chile, Uruguay, Israel y México, donde se identifican similitudes asociadas con dichos programas. Existe también un gran número de modelos que proporcionan explicaciones teóricas de dichas similitudes, como: Calvo (1986), Calvo y Végh (1993), Reinhart y Végh (1993, 1993b) y Venegas-Martínez (2006, 2006b). Estos modelos se encuentran dentro de la literatura relacionada con la falta de credibilidad.

La literatura de 'credibilidad' ha utilizado en forma exhaustiva un número limitado de modelos deterministas que estudian la dinámica del consumo en presencia de programas anti-inflacionarios para explicar las regularidades empíricas. La mayor parte de los modelos existentes ignoran el papel, tan esencial, que juega la incertidumbre en las expectativas de los agentes.

En el marco analítico propuesto, las expectativas son modeladas mediante procesos de difusión que proporcionan una buena aproximación a la realidad y, al mismo tiempo, tiene la capacidad de analizar diferentes aspectos de la política cambiaria. Este trabajo se restringe a estudiar la dinámica de equilibrio del consumo y la riqueza, así como a evaluar el impacto en el bienestar económico por cambios repentinos tanto en la tasa esperada de devaluación como en la probabilidad de devaluación.

Existen unos cuantos modelos estocásticos, de manufactura reciente, sobre programas anti-inflacionarios que toman como ancla nominal el tipo de cambio en un ambiente de falta de credibilidad, por ejemplo, Drazen y Helpman (1988), Calvo y Drazen (1997), Mendoza y Uribe (1996, 1998) y Venegas-Martínez (2006). El presente trabajo extiende el modelo de Venegas-Martínez (2006b) al incluir un retorno real estocástico de un bono internacional por medio de un proceso de difusión, es decir, se modela a la tasa de interés con un movimiento browniano.

Para lograr lo anterior, el presente trabajo se organiza de la manera siguiente. En primera instancia, se estudia un modelo donde el agente representativo tiene expectativas de devaluación que siguen un proceso mixto de difusión con saltos y la dinámica esperada de la tasa real de interés es gobernada por un proceso de difusión, se supone que estos dos procesos están correlacionados entre sí. Se considera además que la economía es estocástica, pequeña, abierta, del estilo Ramsey y sólo produce un bien, así como que el dinero y el consumo son perfectos sustitutos. En el segundo apartado, se caracteriza la dinámica de equilibrio del consumo. A continuación, se realizan experimentos de política cambiaria. Después, se evalúa el impacto en el bienestar económico. Finalmente, se presentan las conclusiones, se establecen las limitaciones y alcances del modelo, para mencionar algunas líneas futuras de investigación.

1. La economía estocástica

La mayor parte de los supuestos del presente trabajo coinciden con los que se establecen en Venegas-Martínez (2006, 2006b), con excepción de que ahora la tasa de interés real es considerada como variable conducida por un proceso de difusión. Se considera una economía estocástica, pequeña y abierta, la cual está poblada por consumidores que viven para siempre con preferencias y dotaciones idénticas y que desean maximizar su satisfacción por un bien genérico de consumo. El bien de consumo es internacionalmente comerciable sin barreras arancelarias. El tipo de cambio actúa como un ancla nominal para contener la inflación de tal manera que esta última está determinada por la siguiente condición de poder de paridad de compra:

$$\frac{dP_t}{P_t} = \frac{de_t}{e_t} \quad (1)$$

Donde:

P_t = es el nivel general de precios; y

e_t = es el tipo de cambio nominal.

Por simplicidad, el precio del bien en el resto del mundo se mantendrá constante y el valor inicial e_0 es supuesto conocido, ambos son iguales a 1. La incertidumbre en la dinámica de la tasa esperada de devaluación es modelada por un proceso mixto de difusión con saltos. En cuyo caso, el agente representativo percibe que la inflación esperada, la cual coincide con la tasa esperada de devaluación, es conducida por un proceso estocástico de la forma:

$$\frac{de_t}{e_t} = \mu dt + \sigma dz_t + \kappa dq_t \quad (2)$$

Donde:

la tendencia μ = es la tasa media esperada de devaluación condicional en que ningún salto ocurra;

σ = es la volatilidad instantánea de la tasa esperada de devaluación;

κ = es la media esperada del tamaño de un salto en el tipo de cambio (una devaluación); y

z_t = es un proceso de Wiener, es decir, dz_t es una variable aleatoria normal con incrementos temporales independientes con media cero y varianza igual al incremento temporal.

El número de devaluaciones por unidad de tiempo ocurre de acuerdo a un proceso de Poisson q_t con intensidad γ , de esta manera:

$$\begin{cases} \Pr(\text{un salto unitario durante } dt) = \Pr(dq_t = 1) = \gamma dt \\ \Pr(\text{ningún salto durante } dt) = \Pr(dq_t = 0) = 1 - \gamma dt + o(dt) \\ \Pr(\text{más de un salto durante } dt) = \Pr(dq_t \geq 1) = o(dt) \end{cases} \quad (3)$$

Donde:

$o(dt)$ = significa que $o(dt) / dt \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow 0$.

Se supone que inicialmente $q_0 = 0$, y que los procesos dz_t y dq_t están correlacionados. El agente representativo posee dos activos, el primero son los saldos reales:

$$m_t = M_t / P_t \quad (4)$$

Donde:

M_t = es el acervo nominal de dinero.

El segundo es un bono internacional b_t , de tal manera que la riqueza real del consumidor a_t está definida por:

$$a_t = m_t + b_t \quad (5)$$

Es importante señalar que la riqueza inicial a_0 está exógenamente determinada. Además, se supone que el resto del mundo no cuenta con dinero doméstico. La dinámica estocástica del retorno real de un bono internacionalmente comerciable es modelada por el siguiente proceso:

$$db_t = a(b - r_t) b_t dt + \Sigma(r_t, t) b_t dx_t \quad (6)$$

Donde:

$$a = -r_0;$$

$$b = 0; \text{ y}$$

$$\Sigma(r_t, t) = \sigma_0 r_{\bar{r}}$$

Aquí, la tendencia r_0 es el retorno medio esperado, σ_0 es la volatilidad instantánea del retorno esperado y x_t es también un proceso de Wiener, es decir, dx_t es una variable aleatoria normal con incrementos temporales independientes con media cero y varianza igual al incremento temporal, que representa el comportamiento de la tasa de interés. Por lo tanto, el rendimiento del bono en manos del consumidor satisface:

$$\frac{db_t}{b_t} = r_0 dt + \sigma_0 dx_t \quad (6')$$

De igual manera, se supone que la tasa de interés y la devaluación están correlacionadas, por lo que dz_t y dx_t son procesos que satisfacen que:

$$dz_t dx_t = \rho dt \quad (7)$$

Dicha correlación está dada por:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(dz_t, dx_t)}{\sqrt{\text{Var}(dz_t)}\sqrt{\text{Var}(dx_t)}} = \frac{\text{Cov}(dz_t, dx_t)}{\sqrt{dt}\sqrt{dt}} = \frac{\text{Cov}(dz_t, dx_t)}{dt} \quad (7')$$

Como se supone que los cambios en la tasa de devaluación y en la tasa real de interés se encuentran positivamente correlacionados, tal y como lo demuestra la evidencia empírica, y ambos están representados por procesos de difusión, entonces $\text{Cov}(dz_t, dx_t) > 0$.

Suponga ahora que el dinero y el consumo son perfectos sustitutos, es decir, $m_t = c_t$, donde c_t es el consumo y m_t son los saldos reales. De esta manera, el consumidor financia su consumo por medio de los saldos reales que mantiene en su poder. Ahora bien, dado que $i = r_0 + \mu > 0$, el consumidor tiene incentivos para mantener el mínimo posible de saldos reales ya que puede obtener dicho rendimiento i si se deshace de ellos. Dado que M_t es constante, el retorno real estocástico por mantener saldos reales (dR_m) es simplemente el cambio porcentual del inverso del nivel general de precios ya que:

$$\frac{dm_t}{m_t} = \frac{d\left(\frac{M_t}{P_t}\right)}{\frac{M_t}{P_t}} = \frac{d\left(\frac{1}{P_t}\right)}{\frac{1}{P_t}} = P_t d\left(\frac{1}{P_t}\right) \quad (8)$$

Después de aplicar el lema de Itô para Martingalas (véase Gihman y Skorohod, 1972: cap. 3), se tiene que:

$$dR_m = P_t d\left(\frac{1}{P_t}\right) = (-\mu + \sigma^2 dt) - \sigma dz_t - \frac{\kappa}{1+\kappa} dq_t \quad (9)$$

La ecuación diferencial estocástica que describe la acumulación de la riqueza real del consumidor representativo en términos de las proporciones asignadas a saldos reales ($\omega_t = m_t / a_t$) y a la tenencia de bonos ($1 - \omega_t = b_t / a_t$), está dada por:

$$\frac{da_t}{a_t} = \omega_t dR_m + (1 - \omega_t) \frac{db_t}{b_t} - \frac{c_t}{a_t} \quad (10)$$

Al sustituir (6') y (9) en (10), se obtiene:

$$da_t = a_t \left[(r_0 - \eta \omega_t) dt - \omega_t (\sigma dz_t + \sigma_0 dx_t) + \sigma_0 dx_t - \frac{\kappa \omega_t}{1 + \kappa} dq_t \right] \quad (11)$$

Donde:

$$\eta = \mu - \sigma^2.$$

En consecuencia, el nivel de riqueza del consumidor depende del retorno medio esperado que le genera la tenencia de un bono que es internacionalmente comerciable y de su volatilidad instantánea esperada, de la volatilidad instantánea que presenta la tasa de devaluación, de la media esperada de los saltos de las posibles devaluaciones y de la tasa de interés nominal. En lo que sigue, el análisis se concentra en valores pequeños de la volatilidad total con respecto a la tasa media esperada de devaluación, de tal manera que:

$$\alpha \equiv \mu - \sigma^2 - \sigma_0^2 > 0 \quad (12)$$

2. Determinación del equilibrio

El consumidor representativo es adverso al riesgo, obtiene utilidad de un bien de consumo c_t y desea maximizar en $t = 0$ su utilidad esperada del tipo de Von Neumann-Morgenstern, dada por:

$$V_0 = E_0 \left\{ \int_0^\infty \log(c_t) e^{-\eta_0 t} dt \mid F_0 \right\} \quad (13)$$

Donde:

E_0 = es la esperanza condicional en toda la información disponible (F_0) para $t = 0$.

Se ha escogido, en particular, la función logarítmica de utilidad a fin de generar soluciones analíticas. La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) asociada al problema de control óptimo estocástico de maximizar (13) sujeto a (11) con $c_t = a_t \omega_t$, está dada por:

$$\begin{aligned} \max_{\omega} H \equiv \max_{\omega} & \left\{ \log(a_t \omega_t) e^{-r_0 t} + J_a(a_t, t) a_t (r_0 - \eta \omega_t) + J_t(a_t, t) \right. \\ & + \frac{1}{2} J_{aa}(a_t, t) a_t^2 \left[\omega_t^2 \sigma^2 + (1 - \omega_t)^2 \sigma_0^2 - 2 \omega_t (1 - \omega_t) \text{Cov}(dx_t, dz_t) \right] \\ & \left. + \gamma \left[J \left(a_t \left(1 - \frac{\kappa \omega_t}{1 + \kappa} \right), t \right) - J(a_t, t) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

La función de utilidad indirecta está dada por la ecuación:

$$J_t(a_t, t) = \max_{\omega} E_t \left\{ \int_t^{\infty} \log(a_t \omega) e^{-r_0 s} ds \mid F_t \right\} \quad (15)$$

Donde:

$J_a(a_t, t)$ = es la variable de co-estado.

La condición de primer orden (CPO) para una solución interior es $H_{\omega} = \tilde{0}$. Dada la forma funcional de la utilidad total descontada representada en (13), se postula a $J(a_t, t)$ como:

$$J(a_t, t) = e^{-r_0 t} [\phi_1 \log(a_t) + \phi_0] \quad (16)$$

Donde:

ϕ_1 y ϕ_0 se determinan a partir de la condición de HJB.

Después de sustituir (16) en (14), la CPO conduce a que $\omega \square \omega^*$ es invariante en el tiempo y por lo tanto:

$$\frac{1}{\phi_1 \omega^*} - \frac{\gamma \kappa}{1 + \kappa (1 - \omega^*)} = \Psi_1 + \omega^* \Psi_2 \quad (17)$$

A partir de (14) también se obtiene que:

$$\phi_1 = r_0^{-1} \quad (18)$$

y

$$\phi_0 = \frac{1}{r_0} \left[1 + \log(\omega^*) \right] - \frac{1}{r_0^2} \left[\Psi_1 \omega^* + \frac{1}{2} \left[(\omega^*)^2 \Psi_2 + \sigma_0^2 \right] - \gamma \log \left(1 - \frac{\kappa \omega^*}{1 + \kappa} \right) \right] \quad (19)$$

Existe, por supuesto, una condición de transversalidad tal que satisface que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} J(a_t, t) = 0 \quad (20)$$

Al sustituir (18) en (17), la CPO conduce a que:

$$\frac{r_0}{\omega^*} - \frac{\gamma \kappa}{1 + \kappa (1 - \omega^*)} = \Psi_1 + \omega^* \Psi_2 \quad (21)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \eta - \sigma_0^2 - \text{Cov}(dz_t, dx_t); \text{ y} \\ \Psi_2 &= \sigma^2 + \sigma_0^2 + 2\text{Cov}(dz_t, dx_t) > 0. \end{aligned}$$

En lo subsecuente, sin pérdida de generalidad, se supone que $\text{Cov}(dz_t, dx_t)$ está acotada superiormente de tal manera que $0 < \text{Cov}(dz_t, dx_t) < \alpha$, de donde se deduce que $\Psi_{\square} > 0$. Note que (21) es una ecuación cúbica con una raíz negativa y dos positivas y sólo una de estas raíces satisface que $0 < \omega^* < 1$.

3. Experimentos de política económica

A continuación se examinan los efectos en el consumo producidos por los cambios permanentes en los parámetros que determinan las expectativas de devaluación. El primer resultado importante es que un cambio permanente en la tasa esperada de devaluación conlleva un incremento en el costo de oportunidad de consumo futuro, lo cual a su vez conduce a una reducción permanente en la proporción de la riqueza destinada a la tenencia futura de saldos reales y, por lo tanto, destinada al consumo futuro. En efecto, es suficiente diferenciar (21), de donde se obtiene:

$$d\omega^* = - \left[\frac{\gamma \kappa^2}{\left[1 + \kappa (1 - \omega^*) \right]^2} + \Psi_2 + \frac{r_0}{(\omega^*)^2} \right]^{-1} d\mu \quad (22)$$

La expresión dentro del paréntesis es invariablemente positiva, lo cual demuestra una relación inversa entre ω^* y μ .

Otro resultado importante es la respuesta de la proporción de equilibrio de saldos reales ω^* ante cambios permanentes en el parámetro de intensidad γ . Un cambio definitivo en el número esperado de devaluaciones por unidad de tiempo conduce a un incremento en el costo de oportunidad del consumo futuro, lo cual produce una reducción en la proporción de la riqueza asignada a los saldos monetarios en el futuro y, en consecuencia, al consumo futuro. Alternativamente, al diferenciar (21) se obtiene:

$$d\omega^* = - \left[\frac{\kappa}{1 + \kappa (1 - \omega^*)} \left(\frac{\gamma \kappa^2}{1 + \kappa (1 - \omega^*)^2} + \Psi_2 + \frac{r_0}{(\omega^*)^2} \right)^{-1} \right] d\gamma \quad (23)$$

Como puede observarse, la expresión dentro del paréntesis es de nuevo positiva. Por lo tanto, existe una relación inversa entre ω y μ .

4. Impacto en el bienestar

En esta sección se evalúa la magnitud del impacto en el bienestar por cambios permanentes de la tasa esperada de devaluación y de la probabilidad de devaluación. El criterio para calcular el bienestar W de un consumidor representativo es, como siempre, la utilidad indirecta con respecto al valor inicial de la riqueza real (a_0). En consecuencia, el bienestar económico se determina a partir de la ecuación (16) como:

$$W \equiv J(a_0, 0) = \frac{1}{r_0} \left[1 + \log(a_0) + \log(\omega^*) \right] - \frac{1}{r_0^2} \left[\Psi_1 \omega^* + \frac{1}{2} \left[(\omega^*)^2 \Psi_2 + \sigma_0^2 \right] - \gamma \log \left(1 - \frac{\kappa \omega^*}{1 + \kappa} \right) \right] \quad (24)$$

Resulta evidente que el bienestar económico del consumidor depende de la proporción de su riqueza destinada a la tenencia de un bono y saldos reales, del rendimiento instantáneo esperado del bono, de la volatilidad instantánea esperada de dicho rendimiento, de la intensidad del salto debido a una devaluación y de la media esperada del tamaño del salto del tipo de cambio. Un simple ejercicio de estática comparativa conduce a que:

$$W = -\frac{\omega^*}{r_0^2} d\mu \quad (25)$$

y

$$dW = \frac{1}{r_0^2} \log \left(1 - \frac{\kappa \omega^*}{1 + \kappa} \right) d\gamma \quad (26)$$

Por lo tanto, como era de esperarse, el bienestar económico del individuo disminuye si aumenta la tasa esperada de devaluación, al igual que si se incrementa la probabilidad de devaluación. Por otro lado, el bienestar económico aumenta si el retorno esperado del bono aumenta.

Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo estocástico de estabilización temporal de precios donde el tipo de cambio actúa como un ancla nominal. Específicamente, las expectativas de los agentes económicos sobre la tasa de devaluación y la tasa de interés real son modeladas mediante procesos de Wiener y de Poisson. En un marco de mercados incompletos, esto es con ausencia de opciones de cobertura, se ha estudiado la dinámica de equilibrio del consumo en presencia de un plan anti-inflacionario. Bajo el supuesto de utilidad logarítmica, se obtuvieron soluciones explícitas que se utilizaron para examinar las implicaciones dinámicas de la incertidumbre.

Los resultados más importantes son que los aumentos permanentes en la tasa esperada de devaluación y en el número esperado de devaluaciones, por unidad de tiempo, reducen tanto el consumo futuro como el bienestar económico. Por otro lado, nuestro marco analítico proporciona nuevos elementos para llevar a cabo experimentos de simulación y trabajo econométrico a fin de analizar aquellas regularidades empíricas que todavía requieren de un marco teórico para su explicación.

Vale la pena mencionar que los resultados obtenidos dependen fuertemente del supuesto de utilidad logarítmica, lo cual representa claramente una limitación del presente trabajo. Sin embargo, la extensión de nuestro trabajo a formas funcionales más complejas del índice de utilidad, requiere de métodos numéricos para calcular soluciones aproximadas, lo cual va más allá del objetivo del presente trabajo. Sin duda, más investigación se requiere en esta dirección.

Referencias bibliográficas

- Calvo, G. A. (1986). "Temporary stabilization: Predetermined exchange rates", *Journal of Political Economy*, vol. 94, pp. 1319-1329.
- Calvo, G. A. y A. Drazen (1997). "Uncertain duration of reform: Dynamic implications", *NBER Working Paper 5925*.
- Calvo, G. A. y C. A. Végh (1993). "Exchange rate based stabilization under imperfect credibility", en H. Frisch y A. Worgotter (eds.), *Open Economy Macroeconomics*, Londres: MacMillan.
- (1998). "Inflation stabilization and balance-of-payments crises in developing countries", en A. Taylor y M. Woodford (eds.), *Handbook of Macroeconomics*, Londres: North Holland.
- Drazen, A y E. Helpman (1988). "Stabilization with exchange rate management under uncertainty", en E. Helpman, A. Razin, y E. Sadka (eds.), *Economic Effects of the Government Budget*, Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- Gihman, I. I. y A. V. Skorohod (1972). *Stochastic differential equations*, Berlin: Springer-Verlag.
- Helpman, E. y A. Razin (1987). "Exchange rate management; Intertemporal trade-offs", *American Economic Review*, vol. 77, pp. 107-123.
- Kiguel, M. y N. Liviatan (1992). "The business cycle associated with exchange-rate-based stabilization", *The World Bank Economic Review*, vol. 6, pp. 279-305.
- Mendoza, E. G. y M. Uribe (1996). "The syndrome of exchange-rate-based stabilization and uncertain duration of currency pegs", *International Finance Discussion Paper 548*, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Mendoza, E. G. y M. Uribe (1998). "The business cycles of currency speculations: A revision of a Mundellian framework", *International Finance Discussion Paper 617*, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Reinhart, C. M. y C. A. Végh (1993). "Intertemporal consumption substitution and inflation stabilization: An empirical investigation, Washington, D.C.: FMI.
- (1993b). "Nominal interest rates, consumption booms and lack of credibility: A quantitative examination", Washington, D. C.: FMI.
- Végh, C. A. (1992). "Stopping high inflation: An analytical overview", *International Monetary Fund Staff Papers* 39, pp. 626-695.
- Venegas-Martínez, F. (2006). "Stochastic temporary stabilization: Undiversifiable devaluation and income risks", *Economic Modelling*, vol. 23, núm. 1, pp. 157-173.
- (2006b). "Fiscal policy in a stochastic temporary stabilization model: undiversifiable devaluation risk", *Journal of World Economics Review*, vol. 11, núm. 1, pp. 13-38.