Análisis Económico
Núm. 70, vol. XXIX
Primer cuatrimestre de 2014

La frontera Sraffa–Ricardo entre salario y cuota de ganancia, un modelo de asimetría

(Recibido: 27/enero/012–Aceptado: 24/febrero/014)

Oscar Rogelio Caloca Osorio[*]
Antonio Cárdenas Almagro[*]
Enrique Octavio Ortiz Mendoza[*]

Ricardo (...) escribe a McCulloch: "Después de todo, las importantes cuestiones de renta, salarios y utilidades deben explicarse utilizando las proporciones del producto total que se reparten entre terratenientes, capitalistas y trabajadores, que no están vinculadas de manera esencial a la doctrina del valor" (Ricardo, 1985: XXV, Introducción).

Resumen

La presente investigación versa sobre la existencia de un dilema, el existente entre trabajadores y capitalistas, el cual se presenta mediante dos formas de representación: la primera un modelo basado en la teoría de juegos y la segunda, por medio de la frontera Sraffa-Ricardo, entre el salario y la cuota de ganancia, esto es la determinación de la frontera para tres tipos de circunstancias, la primera donde la cuota de ganancia es nula y el salario es máximo, la segunda cuando el salario es nulo y la cuota de ganancia es máxima y la tercera cuando nos encontramos con los casos intermedios en los cuales, tanto la cuota de ganancia como el salario poseen valores distintos de cero y positivos.

Palabras clave: Modelo Sraffa–Ricardo, tasa de ganancia, salario, asimetría capitalistas-trabajadores.
Clasificación JEL: G19, L72.

[*] Profesores-Investigadores del Departamento de Economía de la UAM-Azcapotzalco (oscarcalo8@yahoo.com.mx) (cardenasalmagro@hotmail.com) (eoom100@hotmail.com). Agradecemos los comentarios realizados por dos dictaminadores anónimos.

Introducción

En el planteamiento triple–clase de David Ricardo, en donde se identifican los capitalistas, los terratenientes y los trabajadores, se postuló que la distribución mediaba sobre las proporciones del producto que les correspondía a cada una de estas clases, si bien no todas éstas participaban del proceso de producción como era el caso de la clase de los terratenientes, nominados por Ricardo como la clase ociosa; pues obtenían una retribución del producto total en forma de renta. Se dejaba ver un proceso de circunstancias divergentes en materia de intereses, donde cada clase pretendía obtener la mayor parte del producto posible mediante la interacción de sus unidades, es decir, no eran en general "las clases" las que entraban en interacción negativa, sino que los propios individuos se veían beneficiados o afectados según fuera su posición en los procesos de negociación o explotación que experimentaran.

En un primer momento Ricardo alzó la voz ante los conflictos generados entre terratenientes y capitalistas, al verse perjudicados los segundos por los primeros utilizando a la tercera clase en disputa: los trabajadores, como variable, Ricardo interviniente para enunciar que las ganancias se reducen por incremento en los costos de los bienes salario, debido a la persistencia de los terratenientes de que se cultivaran tierras de peores condiciones de producción, antes que importar a precios más bajos los bienes salario –lo que se traduciría en un aumento en la cuota de ganancia.

Este conflicto entre terratenientes y capitalistas se fue difuminando, fortaleciéndose el dilema de interacción negativa entre capitalistas y trabajadores, ello debido a otros teóricos de la economía como Marx, este segundo esquema de conflicto fue generando una idea sumamente fuerte, respecto a que el proceso de interacción entre dichos individuos presentaba una connotación de asimetría.

Así, los dilemas entre capitalistas y trabajadores se fortalecieron, en grado tal que fue importante retomar el esquema clásico de Ricardo con las propuestas emanadas de los aportes de Piero Sraffa a la teoría económica. Bajo estas condiciones es que se presenta un modelo de asimetría entre capitalistas y trabajadores mediado por sus respectivas retribuciones, ya sea en ganancias para los primeros y salarios para los segundos, de ahí, que nazca un proceso de conflicto o modelo de asimetría identificado mediante la frontera Ganancia-Salario (r-w) que permite visualizar las situaciones extremas y los casos intermedios que se obtienen como resultado de dicho conflicto.

Con el presente ensayo se pretende mostrar un modelo de asimetría de las clases, por medio de la teoría de juegos para posteriormente enunciar el panorama de viejo cuño de la frontera ganancia–salario (r-w) en sus tres posturas: cuando el salario es nulo y la ganancia máxima, el salario máximo y la ganancia nula y los casos intermedios con la ganancia y el salario distintos de cero y positivos.

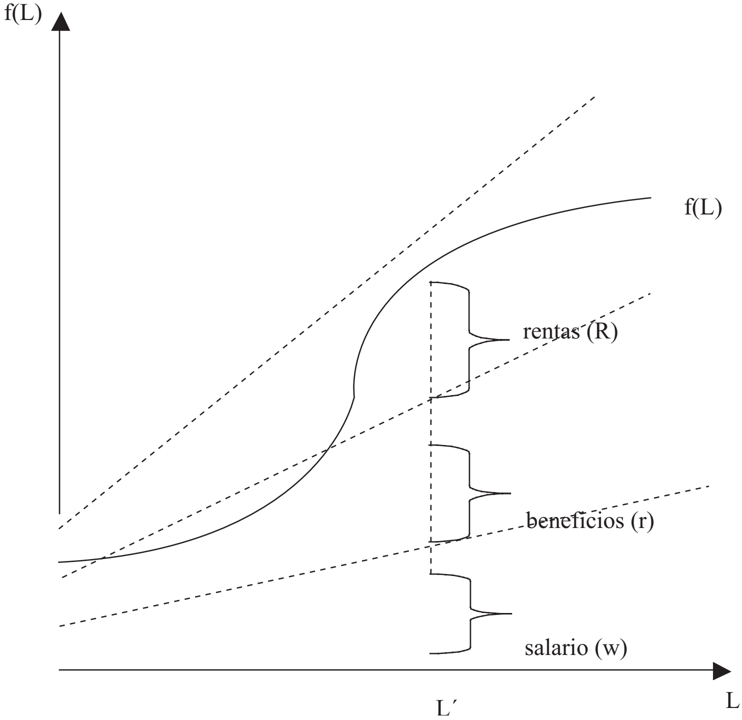
Para ello, se postulan las siguientes secciones: en la primera sección se aborda brevemente la cuestión de la distribución e interacción entre capitalistas y trabajadores, en la segunda se trabaja sobre el modelo de asimetría planteado por medio de un modelo de interacción negativa, brindado por la teoría delos juegos en un esquema tradicional de la guerra de los sexos, que en la última sección será reforzado con la identificación de la frontera Sraffa–Ricardo (r–w), exposición que concluye de manera suficiente con la búsqueda de mostrar la existencia de un conflicto o dilema entre trabajadores y capitalistas.

1. Distribución e interacción entre capitalistas y trabajadores

Comenzamos esta sección con una referencia a los procesos de distribución emanados del proceso de producción señalados por Ricardo, quien dividió la economía en tres clases: los terratenientes (obtienen una renta), los trabajadores (perciben un salario) y los capitalistas (quiénes reciben una ganancia). En este sentido, suponía que el tamaño de la ganancia de los capitalistas estaba determinado por el grado de cultivo de la tierra y el salario históricamente dado. Es decir, que para él existía un fuerte vínculo entre las tres clases. Puesto que los terratenientes son los propietarios del medio natural que arriendan, los trabajadores que prestan sus servicios a cambio del consabido salario y los capitalistas que toman en arriendo la tierra, dan empleo a los trabajadores y organizan el proceso productivo.

Así, para exponer gráficamente el sistema ricardiano se determina una función de producción $Q=f(L)$, donde Q es la cantidad de grano producida durante el periodo de producción y L el número de trabajadores empleados (véase Gráfica 1).

Gráfica 1
Distribución del ingreso en el sistema ricardiano



Fuente: Adecuación propia de Pasinetti (1987: 22, figura I.3).

Dicha distribución, permite ver cómo las tres clases se dividen el producto, en grado tal que si se mantienen las condiciones de producción, la obtención de una mayor parte del producto por parte de alguna de las clases, necesariamente redunda en una merma en la apropiación del producto de otra de las clases o de las dos restantes. De esta manera, si por el cultivo de tierras cada vez de menor fertilidad la retribución en rentas aumenta y con ello, *ceteris paribus*, indicaba Ricardo, aumenta el costo de los bienes salario entonces esto se traduce en una merma en la dimensión de la ganancia obtenida por parte de los capitalistas.

Es decir, el crecimiento de la población mediaba para que, en una economía cerrada, el constante cultivo de tierras menos fértiles o peor ubicadas condujera a la merma en las ganancias, en este sentido, sólo dos alternativas se prestaban como soluciones posibles ante tal circunstancia: la vía malthussiana, cuya solución era reducir la población o la ricardiana: comprar los bienes salario en el extranjero donde su producción fuese a un menor costo y por ende, a menor precio que en Inglaterra.

Esto refleja la llamada ventaja comparativa, con base en la cual Ricardo consideraba que el comercio exterior podía promover la acumulación y el crecimiento adicionales en la economía, cada vez que las mercancías salario se importasen a un precio menor que el costo de éstas en Inglaterra. Con ello, se conduciría a disminuir el salario vía precio–bienes–salario y propiciar una alza de las ganancias. Sin embargo, esto implicaba que muchas de las tierras que eran rentadas por los terratenientes no fuesen utilizadas y con ello disminuyera la obtención de la renta, lo cual, creaba un conflicto entre terratenientes y capitalistas.

Lo anterior implica la existencia de condiciones asimétricas en el modelo de Ricardo, pues existen dos conflictos uno entre élites: terratenientes *vs* capitalistas y el otro en el ámbito de la justicia social: capitalistas y trabajadores, como veremos a continuación.

2. En busca de la ganancia y la influencia del salario en el sistema ricardiano

La existencia de conflictos por la distribución de los recursos remite a procesos de interacción negativa, es decir las clases involucradas no actúan por separado de las otras clases, sino mediante una interacción, asimismo, guardan, en cuanto a posición en el conflicto, una relación inversa, es decir mientras la variable de distribución de una clase aumenta la variable de distribución de la otra clase en conflicto disminuye.

Con base en lo anterior, se procede a modelar esta interacción negativa, para ello, primero se identificará linealmente las relaciones entre la tasa de ganancia y el salario, a partir de un modelo de dos tierras. Para dicho modelado es necesario exponer en primera instancia la nomenclatura y las condiciones iniciales.

Nomenclatura:

r = tasa de ganancia.
R = renta.
w = salario.
k_1 = costo unitario de la producción de la mercancía cereal en la tierra de menor fertilidad o peor situada.
k_2 = costo unitario de la producción de la mercancía cereal en la tierra de mayor fertilidad o mejor situada.
p_{11} = Precio relativo del bien 1, que en este caso es el precio del cereal respecto de sí mismo. Por ende, es igual con 1.

S = Sistema económico.
s = subsistema económico.
U_r = Uniformidad de la tasa de ganancia.
T_p = tierra de peores condiciones de producción.
A = matriz de coeficientes técnicos.
Ā = matriz de coeficientes técnicos dados.
ℓ = vector de coeficientes de trabajo dados
C_i = capital individual.
C_c = capital circulante.
t = periodo.
Q_i = producto individual.

Condiciones iniciales o axiomas de operatividad:

Axioma 1) $\forall\ s \subset S\ \exists\ f: s \rightarrow U_r$ y $U_r = r: r \in T_p$.

Axioma 2) $\Gamma\{A\} = \{\bar{A}\}$.

Axioma 3) $\forall\ C_i\ \exists\ C_c$: $\sum_i^n C_i = C_c$ con i = 1,…, n, por lo tanto $\sum_i^n C_i = C_c$ se utiliza totalmente en t_i.

Axioma 4) $C_i = Q_i\ \forall$ i= 1,…,n que es la mercancía homotética, que es capital y producto.

Axioma 5) $\Gamma\{S\} = \{S\}$. Un bucle y por ende, cerrado.

Axioma 6) $p_{11} > k_1$

Axioma 7) $k_i > 0$

Definición 1

$(k_1 + w\ell_1)(1+r) = p_{11}$ con $p_{11} = 1$

Definición 2

$(k_2 + w\ell_2)(1+r) + R = p_{11}$

Definición 3

$$r = \frac{1-(k_1 + w\ell_1)}{k_1 + w\ell_1} = U_r$$

Definición 4

$$w = \frac{p_{11} - R - k_2(1+r)}{\ell_2(1+r)}$$

Lema 1

$$\frac{\partial r}{\partial w} < 0$$

Prueba

$$\frac{\partial r}{\partial w} = -\frac{\ell_1}{(k_1 + w\ell_1)^2}$$

QED

Definición 5

$$R = \frac{k_1 + w\ell_1 - k_2 - w\ell_2}{k_1 + w\ell_1}$$

Lema 2

$$\frac{\partial R}{\partial w} > 0$$

Prueba

$$\frac{\partial R}{\partial w} = \frac{k_2\ell_1 - k_1\ell_2}{(k_1 + w\ell_1)^2}$$

Que es positiva si y sólo si $k_2\ell_1 > k_1\ell_2$ lo cual sólo ocurre para algunos casos pero no para todos, esto limita la explicación ricardiana y con ello la demostración es incompleta puesto que existen casos en los cuales encontramos excepciones. Ello por supuesto pudiese muy bien ser parte de la probabilidad de refutar el sistema teorético ricardiano pero también abre la posibilidad a utilizar una hipótesis *ad hoc* que implica lo siguiente:[1]

Axioma 8: $k_2\ell_1 > k_1\ell_2$

Lema 2.1: dado por axioma 8.

[1] Esto remite a una no demostración del Lema 2, lo cual indica los límites paradigmáticos del esquema ricardiano, es decir, abre la posibilidad a los procesos de refutación (Popper, 1994) en particular a los de falsación ingenua de la teoría, que sólo podrán ser revertidos mediante dos mecanismos –siempre y cuando se piense en salvaguardar las aportaciones favorables de la teoría, esto es de algunos de los modelos de la teoría–, utilización de hipótesis *ad hoc* que sólo indiquen bajo qué circunstancias la teoría es viable o que sirvan para modificar la posible refutabilidad de la teoría o la segunda opción es optar por una modificación de la teoría, esta modificación puede ser en diferentes vertientes pero una de las principales es la que se emplea en el esquema Sraffa–Ricardo que se muestra a continuación y otra, entre diversas, es la que empleamos nosotros en Costos de Localización I, es decir, por medio del diseño de una nueva teoría que sea falsable pero no falsa hasta este momento. Pero cuál es la explicación de que el Lema 2 sólo puede llegar a ser operativo si nos restringimos a hipótesis *ad hoc*, esto se debe a que en la propia conjetura de Ricardo, en cuanto a que cada vez que la renta aumenta por una utilización de tierras cada vez menos fértiles se incremente el costo de los bienes salario, se vislumbra no una relación de explicación causal directa, sino que se da mediante un mecanismo de variables ocultas. Lo cual por supuesto conduce a formarse otras explicaciones sobre cómo en realidad existe un mecanismo de transmisión de los determinantes de la renta y los determinantes del salario. Una de las explicaciones más fuertes es el régimen de identificación de los procesos de selección de las tierras más fértiles primero y posteriormente las de menor grado de fertilidad, ello conduce al mecanismo en el que se menciona que los capitalistas son racionales porque eligen la tierra de mayor fertilidad. Sin embargo, ello es sumamente difícil de saber, porque implica conocer la fertilidad *a priori* de todos los terrenos aledaños a la ciudad o poblado desde los cuales se elige dónde cultivar. El problema no está en el hecho de que se elijan las tierras mejor situadas, sino en que efectivamente siempre se elijan las tierras de mayor fertilidad primero y que posteriormente sean seleccionadas tierras de menor fertilidad, puesto que al llevar al campo de lo empírico el modelo ricardiano se ve refutado por la realidad, es decir, una vez elegida una tierra, la segunda tiene tres posibilidades de contar con ciertos grados de fertilidad y no así que ocurra siempre en sólo de los casos. Los tres casos son: que la tierra dos sea de mayor fertilidad que la primera, que sea de igual o menor fertilidad que la primera, es decir en la segunda tierra la probabilidad de que efectivamente se elija una tierra de menor fertilidad sólo opera en un tercio de las veces. Empero, esto se complica toda vez que se elige la tercera tierra porque la probabilidad de que ocurra que en la segunda sea de menor fertilidad que la primera y que la tercera sea de menor fertilidad que la segunda implica un noveno de probabilidad de ocurrencia. De lo anterior se deriva que la probabilidad de que ocurra siempre el caso Ricardo va disminuyendo conforme se suman más tierras en grado tal que $P(Ricardo) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{3^n} = 0$, esto induce a explicar por qué razón no existe un clara explicación causal entre aumento de la renta y aumento en el costo de los bienes salario; vía utilización de una tierra con menor fertilidad si resulta que las otras dos opciones de fertilidad de la tierra son igualmente válidas.

Así, el Lema 2 es una partícula elemental para la refutación del modelo. En grado tal que si nos sostenemos bajo la soga del falsacionismo ingenuo –como ya se mencionó-, hasta podría rechazarse un bloque considerable de la propuesta ricardiana, de hecho toda aquella que dependiese de los procesos gestados por medio del supuesto fuerte de que la siguiente tierra a cultivar es de menor grado de fertilidad, lo cual se debe a la introducción de unidades de trabajo y retribución mediante un salario, en todo caso esta discusión es el contenido de otro escrito, por ello no vamos a extendernos en más explicaciones al respecto, sólo sabemos que el modelo ricardiano tiene dos dificultades: una empírica sobre la fertilidad continua menor de las tierras y otra teórica referente a la relación inversa entre renta y salario.

$$\frac{\partial R}{\partial w} > 0$$

Prueba

$$\frac{\partial R}{\partial w} = \frac{k_2 \ell_1 - k_1 \ell_2}{(k_1 + w\ell_1)^2} > 0$$

QED

Teorema

$$\frac{\partial r}{\partial R} < 0$$

Prueba

$$\frac{\partial r}{\partial R} = -\frac{1}{k_2 + w\ell_2}$$

QED

Por otra parte, para visualizar el planteamiento de las asimetrías entre capitalistas y trabajadores se debe recurrir a la teoría de juegos, en particular al juego llamado “La guerra de los sexos”. Del cual, son empleadas sus condiciones iniciales: son dos jugadores, en este caso la clase capitalista y la clase trabajadora, se considera que ambos jugadores desean participar de una actividad de manera conjunta, aquí en una economía ricardiana los capitalistas y los trabajadores son clases que participan en conjunto de la actividad productiva y uno no puede estar sin el otro. Las estrategias de éstos son dos situaciones: para los capitalistas, cuando se incrementa la tasa de ganancia y cuando ésta disminuye, en el caso de los trabajadores ocurre que o se incrementa el salario o disminuye. Con ello en mente, se configuran cuatro combinaciones estratégicas, en dos ocurre la interacción negativa mientras que las otras dos son imposibles: las imposibles ocurren cuando no se mantiene el resultado obtenido de interacción negativa, es decir, al aumentar tanto la cuota de ganancia como el salario o cuando ambos disminuyen. Por otro lado, ocurre una interacción negativa y tiene valores distintos de cero cuando la ganancia aumenta y el salario disminuye o viceversa disminuye (véase Matriz 1).

Matriz 1
Trabajadores

		∇w	Δw
Capitalistas	Δr	$\left(\frac{(k_1+w\ell_1)^2}{\ell_1}, \frac{\ell_1}{(k_1+w\ell_1)^2}\right)$	(0 , 0)
	∇r	(0 , 0)	$\left(\frac{\ell_1}{(k_1+w\ell_1)^2}, \frac{(k_1+w\ell_1)^2}{\ell_1}\right)$

Fuente: Elaboración propia.

Y como $\ell_1 > 0$ y $(k_1+w\ell_1)^2 > 0$, esto implica que ocurra Δr-∇w o que ocurra ∇r-Δw, en este caso nos encontramos con dos subequilibrios de Nash en estrategias puras. Sin embargo, se debe de contar con la unicidad del equilibrio de Nash. Para ello, se emplea otro método que nos permite encontrar el equilibrio único de Nash y esto es mediante estrategias mixtas (véase Matriz 2). Porque resulta que no es operativo el que se utilicen dos estrategias determinadas al mismo tiempo, pues como bien puede observarse se estaría indicando que ambos ejecutan todas sus estrategias al mismo tiempo, lo cual conduce a un dilema de inconsistencia con las condiciones iniciales o reglas del juego que estipulamos en un principio.

Matriz 2
Trabajadores

			∇w	Δw
			Y	*1-y*
Capitalistas	Δr	X	$\left(\frac{(k_1+w\ell_1)^2}{\ell_1}, \frac{\ell_1}{(k_1+w\ell_1)^2}\right)$	(0 , 0)
	∇r	1-x	(0 , 0)	$\left(\frac{\ell_1}{(k_1+w\ell_1)^2}, \frac{(k_1+w\ell_1)^2}{\ell_1}\right)$

Fuente: Elaboración propia.

Una vez organizada la matriz de forma estratégica con las variables x, y, 1-x, 1-y; dichas variables son vistas como probabilísticas en este sentido, conoceremos la probabilidad con la cual los capitalistas y los trabajadores obtienen su estrategia ganadora, es decir, con qué probabilidad uno de ellos opta por una estrategia y de igual manera el otro se decide por una mejor respuesta ante la estrategia del contrario. Para ello se procede a realizar las estimaciones y el resultado se observa en la Matriz 3.

Matriz 3
Trabajadores

			∇w	Δw
			$y = \frac{\ell_1^2}{\ell_1^2 + (k_1 + w\ell_1)^4}$	$1\text{-}y = \frac{(k_1 + w\ell_1)^4}{\ell_1^2 + (k_1 + w\ell_1)^4}$
Capitalistas	Δr	$x = \frac{(k_1 + w\ell_1)^4}{\ell_1^2 + (k_1 + w\ell_1)^4}$	$\left(\frac{(k_1 + w\ell_1)^2}{\ell_1}, \frac{\ell_1}{(k_1 + w\ell_1)^2}\right)$	(0 , 0)
	∇r	$1\text{-}x = \frac{\ell_1^2}{(k_1 + w\ell_1)^4 + \ell_1^2}$	(0 , 0)	$\left(\frac{\ell_1}{(k_1 + w\ell_1)^2}, \frac{(k_1 + w\ell_1)^2}{\ell_1}\right)$

Fuente: Elaboración propia.

Este resultado sustituidos por valores que pertenecen a los reales nos permiten la configuración del equilibrio único de Nash, lo que a continuación procede es mostrar un ejemplo de cuáles son los principales resultados que se obtienen de las probabilidades x, 1-x, y, 1-y (véase Cuadro 1).

Cuadro 1
Valores de probabilidad de ocurrencia para los resultados de los capitalistas y los trabajadores

K1	*l1*	*w*	*X*	*1-x*	*Y*	*1-y*
0.1	0.30	2.2	0.787546324	0.212453676	0.212453676	0.787546324
0.2	0.32	2.4	0.895554325	0.104445675	0.104445675	0.895554325
0.3	0.34	2.6	0.944444451	0.055555549	0.055555549	0.944444451
0.4	0.36	2.8	0.968076958	0.031923042	0.031923042	0.968076958
0.5	0.38	3.0	0.980429224	0.019570776	0.019570776	0.980429224
0.6	0.40	3.2	0.987353761	0.012646239	0.012646239	0.987353761
0.7	0.42	3.4	0.991471117	0.008528883	0.008528883	0.991471117
0.8	0.44	3.6	0.994042210	0.005957790	0.005957790	0.994042210
0.9	0.46	3.8	0.995714725	0.004285275	0.004285275	0.995714725

Fuente: Elaboración propia.

El cuadro anterior se lee como sigue: en el caso que: k_1= 0.5, ℓ_1=.38 y w=3 la probabilidad de que el jugador capitalista opte por su estrategia de aumento de la ganancia, antes de que disminuya es de 98.04 y 1.96% respectivamente y por el otro lado la estrategia de los trabajadores la probabilidad de que opten por la estrategia de aumento de salario, antes que la diminución del mismo es de 98.04 y 1.96% respectivamente. Ello implica que en las estrategias aumento de ganancia y disminución de salario, la probabilidad de que opten capitalistas por la primera y trabajadores por la segunda es de 98.04 y 1.96% respectivamente y que suceda lo contrario; en el caso de que el salario aumente y los capitalistas opten por su estrategia de disminución de la ganancia: 98.04 y 1.96% respectivamente.

Así, el equilibrio de Nash en estrategias mixtas es el siguiente para $k_1 = 0.5$, $\ell_1 = .38$ y w = 3 (véase Matriz 4)

Matriz 4
Trabajadores

			∇w	Δw
			y=1.96	1-y=98.04
Capitalistas	Δr	x=98.04	(7.078 , 0.1413)	(0 , 0)
	∇r	1-x=1.96	(0 , 0)	(0.1413 , 7.078)

Fuente: elaboración propia.

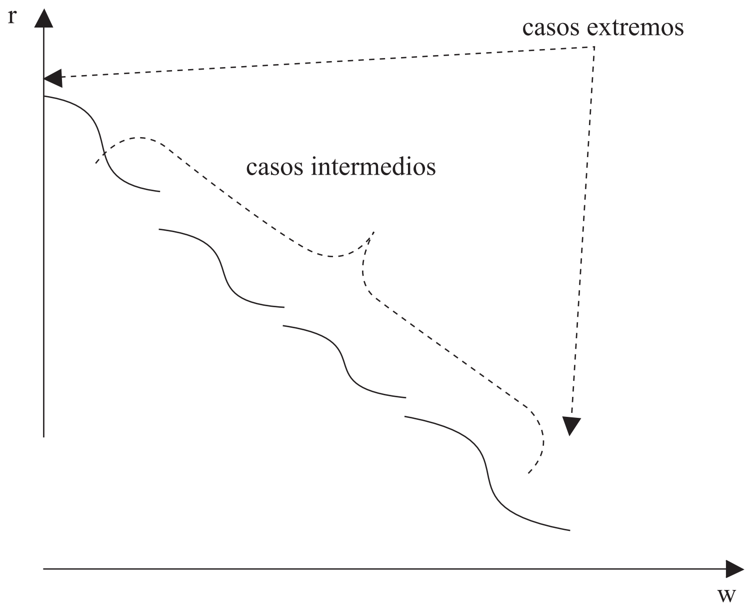
Ahora, resta mencionar que el modelo de asimetría: trabajadores–capitalistas nos deja ver la existencia de ese conflicto un tanto difuminado en la perspectiva ricardiana, sobre todo porque Ricardo gasto más esfuerzos en la búsqueda de derogar la ley cerelaera que dejaba ver un conflicto de élites entre terratenientes y capitalistas. Sin embargo, con las desfavorables vicisitudes experimentadas es que se hace necesario apuntar que el esquema de Ricardo, fortalecido por los preceptos de la aportación de Piero Sraffa, se mejoran mediante la presentación del dilema de asimetría vía la frontera Sraffa-Ricardo.

3. La frontera entre la cuota de ganancia y el salario

El modelo Sraffa-Ricardo se presenta como una alternativa de explicación, que permite abordar la interacción negativa entre trabajadores y capitalistas, por medio de sus variables de distribución salario y cuota de ganancia. Para ello, en la frontera

Sraffa–Ricardo se presentan tres casos tipo: 1) el salario es nulo y la tasa de ganancia es máxima; 2) el salario es máximo y la tasa de ganancia es nula; y 3) el salario y la tasa de ganancia son distintos de cero y positivos (véase Esquema 2).

Gráfica 2
Frontera r-w



Fuente: Elaboración propia.

Así, el modelo que se presenta sigue las mismas condiciones iniciales y nomenclatura que presentamos más arriba. En el esquema Sraffa–Ricardo se tiene en primer lugar un sistema dado por los insumos, más la proporción del salario pagado al trabajo y la participación de la ganancia, es decir, el sistema se compone de dos fuentes: los costos unitarios y la proporción de la retribución obtenida por el capitalista como ganancia, todo ello establece la formación de los precios de los bienes:

$$(PA + w\ell)(1 + r) = P$$

$$Si \frac{1}{1+r} = \lambda$$

Entonces:

$$(PA + w\ell) = \lambda\,(P)$$

y:

$$(w\ell) = P\,(\lambda I - A)$$

Así:

$$(w\ell)\,(\lambda I - A)^{-1} = P$$

Un modelo para una tierra y una industria, donde P_1 es el precio numerario y por ende se tienen P_{11} y P_{21} precios relativos de la producción de cereales y de la producción de hierro, se representa como sigue:

$$(1 + r)\,(a_{11}P_{11} + a_{21}P_{21} + wl_1\,) = P_{11}$$

$$(1 + r)\,(a_{12}P_{11} + a_{22}P_{21} + wl_2\,) = P_{21}$$

Para observar cómo cambia la tasa de ganancia, cuando cambia el salario, sólo basta despejar la tasa de ganancia y establecerla en función del salario.

$$r = \frac{P_{11} - (a_{11}P_{11} + a_{21}P_{21} + wl_1)}{a_{11}P_{11} + a_{21}P_{21} + wl_1}$$

$$\frac{\partial r}{\partial w} = -\frac{\ell_1}{\left(a_{11}P_{11} + a_{21}P_{21} + w\ell_1\right)^2}$$

Lo cual se verifica para la otra ecuación y por ende, se generaliza que:

$$\frac{\partial r}{\partial w} < 0$$

Por ende, cada vez que aumenta el salario la tasa de ganancia disminuye y cada vez que disminuye el salario aumenta la tasa de ganancia. Ello sólo indica que, en este esquema, es posible determinar una interacción negativa entre cuota de ganancia y salario. Ahora procedemos a mostrar los casos extremos e intermedios con un ejemplo numérico.

Si tenemos los siguientes datos:

La matriz de coeficientes técnicos para dos sectores: la agricultura y la industria cuya producción es de cereales y hierro respectivamente.

$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.4 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Las unidades de trabajo para la agricultura y la industria:

$$\ell = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Primero se procede a mostrar los casos extremos:

Si w=0 y r=r_{max} entonces:

$$(PA)\,(1 + r_{\max}) = P$$

$$Sí\,\frac{1}{1 + r_{\max}} = \lambda$$

Se sigue que:

$$PA = \lambda P$$

$$\lambda P - PA = 0$$

$$P(\lambda I - A) = 0$$

Con ello:

$$(\lambda I - A) = \begin{bmatrix} \lambda - 0.1 & -0.4 \\ -0.1 & \lambda - 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\det = (\lambda - 0.1)\,(\lambda - 0.1) - (-0.1)\,(-0.4)$$

$$\det = \lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03$$

Ahora aplicamos la fórmula general:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sustituyendo tenemos que:

$$\lambda_{1,2} = \frac{0.2 \pm \sqrt{-0.2^2 - 4(1)(-.03)}}{2(1)}$$

Los resultados son:

$$\lambda_1 = 0.3$$

$$\lambda_2 = -0,1$$

Dado el teorema Perron–Fröbenius y dado que interesa un sentido económico del resultado, entonces seleccionamos el autovalor máximo.

Sustituyendo $\lambda_1 = 0.3$ en $\frac{1}{1 + r_{max}} = \lambda$

$$r_{max} = 2.33$$

Ahora determinemos el otro caso extremo, cuando w=W y la cuota de ganancia es nula.

$$(PA + w\ell\ )\ (1 + r) = P$$

Sí w=W y r=0 tenemos que:

$$PA + W\ell = P$$

$$W\ell = P - PA$$

$$W\ell = P\ (I - A)$$

$$W\ell\ (I - A)^{-1} = P$$

Ahora con el ejemplo numérico se observa lo siguiente:

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - 0.1 & -0.4 \\ -0.1 & 1 - 0.1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.4 \\ -0.1 & 0.9 \end{bmatrix}^{-1}$$

det = (0.9) (0.9) - (-0.1) (-0.4) = 0.77

$$(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{0.9}{.77} & \frac{0.4}{.77} \\ \frac{0.1}{.77} & \frac{0.9}{.77} \end{bmatrix}$$

Retomando:

$$W\ell(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.16883 & 0.51948 \\ 0.12987 & 1.16883 \end{bmatrix}$$

Y fijando P_1 como el numerario se tienen dos ecuaciones:

$$W\,((0.1)\,(1.16883) + (0.3)\,(0.12987)) = P_{11}$$

$$W\,*((0.1)\,(0.51948) + (0.3)\,(1.16883)) = P_{21}$$

Así,

$$W\,(0.15584) = P_{11}$$

$$W\,(0.40260) = P_{21}$$

Y como $P_{11} = 1$

$$W = \frac{1}{0.15584} = 6.42$$

Hasta aquí tenemos los cálculos para los casos extremos. Veremos a continuación la determinación para los casos intermedios, es decir cuando el salario y la tasa de ganancia son positivos y menores a su máximo respectivo.

Sí:

$$(w\ell)\,(\lambda I - A)^{-1} = P$$

Tenemos que:

$$\left(\lambda I - A\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda - 0.1 & -0.4 \\ -0.1 & \lambda - 0.1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\det = \lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03$$

De aquí que:

$$\left(\lambda I - A\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{\lambda - 0.1}{\lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03} & \dfrac{0.4}{\lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03} \\ \dfrac{0.1}{\lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03} & \dfrac{\lambda - 0.1}{\lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03} \end{bmatrix}$$

Y como:

$$(w\ell)\ (\lambda 1 - A)^{-1} = P$$

Entonces:
Quedan dos ecuaciones y como P_1 es el numerario:

$$\left(\frac{w((0.1)(\lambda - 0.1) + (0.3)(0.1))}{\lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03}\right) = P_{11}$$

$$\left(\frac{w((0.1)(0.4) + (0.3)(\lambda - 0.1))}{\lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03}\right) = P_{21}$$

Así, para determinar el valor de λ fijamos exógenamente el valor del salario, dentro de los límites establecidos $0<w< 6.41838$.

Si suponemos que $w=1$ por facilidad expositiva, tenemos entonces que de la primera ecuación puede despejarse el polinomio de grado dos y obtenerse mediante la fórmula general los valores para λ, y con ello sustituir y obtener el valor de la cuota de ganancia para ese salario predeterminado:

$$\left(\frac{(0.1)(\lambda - 0.1) + (0.3)(0.1)}{\lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03}\right) = 1$$

$$0.1\lambda - 0.01 + 0.03 = \lambda^2 - 0.2\lambda - 0.03$$

Despejando y agrupando:

$$\lambda^2 - 0.3\lambda - 0.05 = 0$$

$$\lambda_1 = 0.4193$$

$$\lambda_2 = -0.1193$$

Tomamos el valor máximo con sentido económico y la cuota de ganancia a ese salario será de:

$$\text{Sí } \frac{1}{1+r} = \lambda$$

$$r = 1.39$$

En este sentido, tenemos los casos extremos y la resolución para un caso intermedio cuando w = 1 (véase Cuadro 2).

Cuadro 2
Resultados casos extremos y un caso intermedio

Casos	*Parámetro de w*	*Parámetro de r*
Caso extremo 1	0	2.33
Caso extremo 2	6.42	0
Caso intermedio	1	1.39

Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones

Ahora ya contamos con las siguientes reflexiones: primero observamos que el sistema Ricardo es consistente para posturas, en donde se toma en consideración la existencia de asimetrías: capitalistas–trabajadores, en los cuales se puede verificar con cierta facilidad que en este conflicto existe una interacción negativa. Pero en el caso de intentar relacionar a los terratenientes con los trabajadores se observa que el mismo sistema no tiene una solución satisfactoria como observamos en el Lema 2.

La segunda corresponde con el hecho de que es posible establecer un modelo de asimetrías existente entre el conflicto de capitalistas y trabajadores, en el sentido de que conforme aumenta el salario la ganancia disminuye y a la inversa.

De cualquier manera, este conflicto es un tanto borroso en el esquema ricardiano, puesto que dedicó un importante tiempo a los conflictos entre capitalistas y terratenientes.

En tercer lugar se observa cómo es posible, ante el modelo de asimetría, la existencia de una frontera entre cuota de ganancia y salario, frontera que marca claramente la interacción negativa entre estas dos clases. Para ello se observaron los casos extremos y un ejemplo de caso intermedio. Esto denota claramente la demostración de que en el esquema teorético ricardiano, la relación vinculante entre trabajadores y capitalistas es una relación conflictiva y por ende inversa y de múltiple asimetría.

Referencias bibliográficas

Backhouse, Roger (1988). *Historia del análisis económico moderno*, Madrid: Alianza.

Barceló, Alfons (1992). *Filosofía de la Economía: leyes, teorías y modelos*, Barcelona: ICARIA y FUHEM.

Benetti, Carlo (1987). *La acumulación en los países capitalistas subdesarrollados*, México: FCE.

——— (1978). *Valor y distribución*, Madrid: Saltés.

Binmore, Ken (1996). *Teoría de Juegos*, Madrid: Mc Graw Hill.

Caloca, Oscar; Antonio Cárdenas y Octavio Ortiz (2010). "Costos de localización: una aproximación teórica a la economía espacial", Revista *Análisis Económico*, núm. 60, UAM-Azcapotzalco.

Cannan, Edwin (2003). *Ricardo en el Parlamento*, vol. 4, [1894], *mimeo*.

Cartellier, Jean (1986). *Excedente y reproducción*, México: FCE.

Cervini, Héctor (1991). *Apuntes sobre el sistema de precios sraffiano*, México: UAM-Azcapotzalco.

Dobb, Maurice (1985). *Teorías del valor y de la distribución desde Adam Smith: ideología y teoría económica*, México: Siglo XXI.

Ekelund, Robert y Robert Hébert (1992). *Historia de la teoría económica y de su método*, Madrid: Mc Graw Hill.

Gibbons, Robert (1992). *Un primer curso de Teoría de Juegos*, Barcelona: Antoni Bosch.

Klimovsky, Edith (1995). "Una crítica de la ley de rendimientos decrecientes extensivos", Revista *Análisis Económico*, vol. XII, núm. 26, UAM-Azcapotzalco.

——— (1985). *Renta y ganancia en la Economía Política Clásica*, México: UAM-Azcapotzalco.

———— (1983). "Fertilidad, rentabilidad y selección de técnicas", Revista *Análisis Económico,* vol. II, núm. 1, UAM-Azcapotzalco.

Leriche, Cristian y Rafael Moreno (2001). "Sobre los conceptos clásicos 'precio de mercado' y 'precio natural'", *Análisis Económico,* vol. XV, núm. 31, UAM-Azcapotzalco.

Moreno, Rafael (1983). "Notas sobre la función del concepto valor en la problemática ricardiana", *Análisis Económico,* vol. II, núm. 1, UAM-Azcapotzalco.

Pasinetti, Luigi (1987). *Lecciones de teoría de la producción*, México: FCE.

Popper, Karl (1994). *Conjeturas y refutaciones*, Barcelona: Paidós.

Ricardo, David (1985). *Principios de Economía Política y Tributación*, México: FCE.

Sraffa, Piero (1983). *Producción de mercancías por medio de mercancías*, Barcelona: Oikos-tau.