Análisis Económico
Núm. 55, vol. XXIV
Primer cuatrimestre de 2009

Estudio de las fluctuaciones extremas del PIB de México a partir del proceso de Poisson

(Recibido: mayo/08–aprobado: octubre/08)

*Miguel Ángel Díaz Carreño**
*Pablo Mejía Reyes**

Resumen

Este artículo analiza las fluctuaciones extremas del PIB de México durante 1980-2006 empleando el proceso de Poisson no homogéneo (PPNH). Se observa que para aumentos del PIB mayores a 6% trimestral, el supuesto de PPNH es adecuado en la modelación del problema, así como para descensos mayores a 4%. Además, se prueba que la función de valor medio del tipo Weibull para el PPNH describe adecuadamente la frecuencia de las fluctuaciones en ambos casos. Los resultados sugieren que tanto en el corto como en el largo plazos difícilmente se observarán episodios en los cuales el PIB trimestral crezca más de 6%, o descienda más de 4%, pues la probabilidad de ocurrencia de estos acontecimientos es menor a 40% en el primer caso y a 35% en el segundo.

Palabras clave: PIB, fluctuación extrema, proceso de poisson no homogéneo.
Clasificación JEL: C12, C13, C14.

* Profesores-Investigadores de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma del Estado de México (UAEM). Los autores desean agradecer el financiamiento de la UAEM, mediante el proyecto de investigación 2359/2006-02.

Introducción

En México, uno de los principales objetivos de política macroeconómica es un crecimiento económico alto que se traduzca en la generación de mayores niveles de empleo, ingreso y bienestar para la población. Sin embargo, por periodos prolongados de tiempo el PIB ha crecido a tasas bajas e incluso negativas. En particular, durante la década de los 1980 este fenómeno se observó reiteradamente: 0.5% en 1982, -3.5 en 1983 y -3.1 en 1986; en tanto durante los 1990 se registró uno de los descensos más pronunciados y, a su vez, niveles de crecimiento más allá de su tendencia media: 6.2% en 1995, 6.8 en 1997 y 6.6 en 2000 (INEGI, 2007).

Llama la atención que, a diferencia de lo acontecido en otros países principalmente desarrollados, existan relativamente pocos trabajos que estudien las características estadísticas y la dinámica del PIB de México. *Grosso modo*, los estudios existentes se pueden clasificar en tres grupos. En primer lugar, destacan los que describen las características del ciclo económico de México. Invariablemente, en estos estudios se emplean diferentes técnicas para eliminar la tendencia de la producción y, en seguida, obtener el indicador del ciclo. Posteriormente, se analiza la correlación entre el indicador del ciclo y un conjunto de variables macroeconómicas para identificar cuáles siguen, lideran o son contemporáneas con el primero. Estos hallazgos han permitido definir una serie de regularidades empíricas del ciclo (véanse, por ejemplo, Agénor, McDermott y Prasad, 2000; Torres, 2000; Mejía, 2003).

Un segundo grupo ha tratado de determinar la naturaleza de las fluctuaciones (transitorias o permanentes) del PIB mediante el uso de técnicas para detectar la presencia de raíces unitarias.[1] El primer trabajo sobre este tema parece ser el de Ruprah (1991), quien emplea técnicas convencionales y medidas de persistencia. Mejía y Hernández (1998), por su parte, extienden el análisis anterior considerando diferentes subperiodos y empleando pruebas alternativas. Aunque hay cierto debate entre estos trabajos sobre los resultados, es difícil distinguir entre una tendencia determinista y una estocástica, por lo cual es razonable pensar que la serie del PIB mexicano puede ser determinista, no obstante la serie muestra una elevada persistencia de los choques que ha experimentado al paso del tiempo. Los críticos de estos enfoques han argumentado que en presencia de tendencias quebradas es

[1] El estudio de la naturaleza de las fluctuaciones, iniciado con los trabajos de Beveridge y Nelson (1981) y Nelson y Plosser (1982), establece que las fluctuaciones de demanda se consideran perturbaciones transitorias que no afectan la trayectoria del producto y sólo fenómenos relevantes provenientes de la oferta pueden desviarlo de su trayectoria de largo plazo. En consecuencia, es uno de los indicadores esenciales en la macroeconomía contemporánea para la formulación de políticas económicas consistentes (Parkin, 2005).

difícil rechazar (erróneamente) la hipótesis nula de raíz unitaria. Argumentan que una vez que se toma en cuenta tal cambio, la serie será estacionaria. Para el caso de México, Noriega y Ramírez (1999) y Castillo y Díaz (2003) evalúan la existencia de raíces unitarias en la serie del PIB ante la presencia de cambios estructurales determinados endógenamente. Los resultados que reportan se refieren a distintas fechas cuando pudieron existir cambios estructurales. Más aún, los primeros concluyen que el PIB es estacionario en torno a una tendencia determinista quebrada, en tanto que los segundos concluyen lo contrario.

Sin lugar a dudas, estos trabajos han permitido entender mejor la naturaleza de la dinámica de la producción de México. Sin embargo, como es bien sabido, todos estos métodos son esencialmente lineales, ello implica, entre otras cosas, que las fluctuaciones económicas son simétricas, lo cual a su vez los hace inapropiados para modelar caídas y aumentos bruscos y de gran magnitud en la producción.[2] Así, después de la publicación del trabajo pionero de Nefci (1984), se ha acumulado evidencia internacional sobre la presencia de no linealidades vinculadas con la dinámica asimétrica de las fluctuaciones a lo largo del ciclo económico: las recesiones son más profundas y volátiles que las expansiones. En particular, Mejía (2003b) ha documentado que éste es el caso para la producción de México (y de otros países latinoamericanos) mediante el uso de métodos no paramétricos, en tanto que el mismo Mejía (2003b) y Oliveira (2002) han modelado estos comportamientos mediante el uso de modelos con cambio markoviano de régimen. Finalmente, Mejía (2003c) reporta la existencia de dinámicas no lineales en diversas variables macroeconómicas de México.

Como se ha mencionado, tanto los descensos como los incrementos extremos del PIB son eventos poco frecuentes y la mayoría de las veces difíciles de modelar mediante el uso de métodos convencionales. No obstante, dada la profunda influencia que ambos tipos de acontecimientos pueden tener sobre el bienestar de la población, resulta de gran relevancia la búsqueda de métodos estadísticos y econométricos alternativos que permitan representarlos satisfactoriamente con el propósito de su análisis y predicción.

En diversos estudios acerca de la trayectoria del PIB se ha propuesto el empleo de distintos modelos probabilísticos, tales como la distribución *t* de Student y la normal, así como métodos estadísticos no paramétricos (por ejemplo, Cunningham, 2003; Taylor y McNabb, 2007).

[2] En la literatura empírica para México es muy común el uso de variables dicótomas para “modelar” las crisis de 1982-1983 y 1995 o los efectos de la apertura comercial, lo cual es a todas luces insatisfactorio.

Esta investigación tiene como objetivo analizar y predecir tanto en el corto como en el largo plazos las fluctuaciones extremas del PIB de México por medio de un PPNH.

La distribución de probabilidad Poisson ha sido empleada en la modelación de fenómenos poco comunes y puede ser obtenida como el límite de la distribución binomial con parámetros $n \rightarrow \infty$ y $p \rightarrow 0$.[3] El proceso de Poisson, también conocido como "ley de los sucesos raros", implica que el número de sucesos en dos intervalos de tiempo independientes siempre es independiente, la probabilidad de que un suceso ocurra en un intervalo fijo es proporcional a la longitud del intervalo y la probabilidad de que ocurra más de un suceso en un intervalo suficientemente pequeño es despreciable (no se producirán sucesos simultáneos) (Mood *et al.*, 1974). El empleo del proceso de Poisson, en este estudio, se condiciona a la validación estadística previa de que el número de variaciones extremas del PIB en un intervalo de tiempo definido es una realización de una variable aleatoria con distribución Poisson.

Hasta ahora, se ha empleado poco el proceso de Poisson para la modelación de variaciones extremas en variables de carácter macroeconómico (Villaseñor y Díaz, 2003). El presente trabajo de investigación constituye uno de los primeros intentos por incorporar esta técnica al análisis macroeconómico en México.

En este trabajo se prueba la siguiente hipótesis: las fluctuaciones extremas del PIB de México pueden ser modeladas a partir de un PPNH. Los resultados muestran que para aumentos del PIB superiores a 6% trimestral, el supuesto de PPNH es adecuado en el estudio del problema. Además, para descensos mayores a 4%, el supuesto de PPNH también ha sido validado. En referencia con la función de valor medio del PPNH, por medio de una prueba de bondad de ajuste se determinó que el modelo de Weibull es el más apropiado. De esta forma, se pudo estimar que tanto en el corto como en el largo plazos difícilmente se observarán episodios donde el PIB trimestral crezca más de 6% o descienda más 4%, pues la probabilidad de ocurrencia de estos acontecimientos es menor a 40% en el primer caso y a 35% en el segundo.

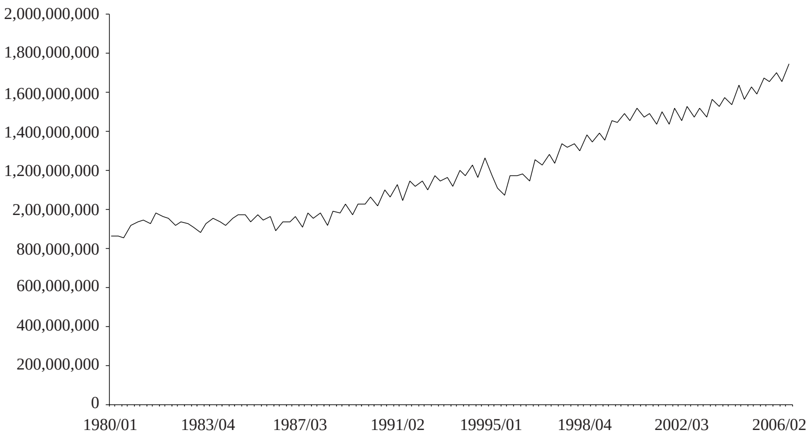
Este artículo se organiza de la forma siguiente. La primera sección presenta una descripción de las estadísticas básicas del comportamiento del PIB durante el periodo de estudio; en seguida se considera un marco referencial que aborda la definición del PPNH, sus principales propiedades y su caracterización. Posteriormente se discuten los resultados obtenidos de la aplicación del PPNH a las variaciones extremas del PIB y finalmente se concluye.

[3] Los parámetros de una distribución binomial son: n el número de experimentos realizados en los cuales sólo es posible observar uno de dos posibles resultados y p la probabilidad asociada con cada uno de esos resultados.

1. Estadísticas básicas

Los datos utilizados en este estudio consisten de las variaciones porcentuales trimestrales del valor real del PIB (base 1993=100) reportado en el *Banco de Información Económica* por el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI) durante 1980-2006. La Gráfica 1 muestra el comportamiento del PIB durante el periodo de estudio. Es posible observar una tendencia ascendente con interrupciones significativas cuando la economía ha presentado periodos recesivos, el más reciente corresponde a la crisis económica y financiera de 1995.

Gráfica 1
México: PIB, 1980-2006
(a precios de 1993)

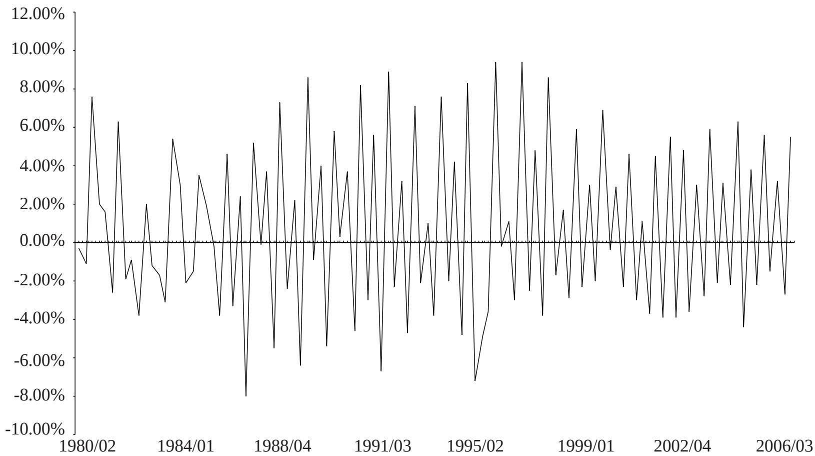


Fuente: Elaboración propia con base en INEGI (2007).

Por otra parte, en la Gráfica 2 se observa la tasa de crecimiento trimestral del PIB. Entre sus principales características se encuentran un valor promedio de 0.76%, un máximo de 9.44% durante el cuarto trimestre de 1995 y mínimo de -7.98% en el tercer trimestre de 1986, lo cual implica un rango de más de 17 puntos porcentuales; el sesgo y la curtosis son 0.22 y 1.96, respectivamente. Como es de esperarse a partir de estas estadísticas básicas, los estadísticos para la bondad de ajuste sugeridos por Jarque-Bera (J-B), Anderson-Darling (A-D) y Kolmogorov-

Smirnov (K-S) (5.70, 1.84 y 0.13, respectivamente)[4] sugieren que las variaciones trimestrales del PIB no se distribuyen en forma normal.[5] Además, el empleo de las pruebas de A-D y K-S permitieron verificar, con 5% de significancia, que la serie tampoco sigue un modelo distribucional tal como el log-normal, Pareto, logístico, Weibull o alguno de tipo gama.

Gráfica 2
México: variación trimestral del PIB, 1980-2006



Fuente: Elaboración propia con base en INEGI (2007).

De esta manera, existe evidencia de que el empleo de alguna de estas distribuciones de probabilidad no es adecuado en la modelación estadística para la determinación de las principales características de la tasa de crecimiento del PIB durante el periodo considerado. En este documento se prueba estadísticamente si el proceso de Poisson representa un modelo razonable en la modelación de los valores extremos del PIB.

[4] La probabilidad estimada del error tipo I (valor *p* o *p-value*) en la prueba J-B fue 0.0550, 0.0049 con A-D y 0.0099 para K-S. En el estudio de Seier (2005) se reveló que las pruebas A-D y K-S son las de mayor potencia en la detección de normalidad.

[5] Una prueba de bondad de ajuste permite verificar estadísticamente y con un determinado nivel de significancia si una muestra de observaciones puede considerarse proveniente de alguna distribución probabilística en particular. En la hipótesis nula se asume la distribución teórica a contrastar, en la alterna se considera la negación de la primera (Daniel, 1990).

2. Marco referencial

El proceso estocástico $\{N(t); t \geq 0\}$, donde $N(t)$ es el número de eventos que ocurren hasta t, es llamado un PPNH con función de intensidad $\lambda(t)$ si:

1. $N(0)=0$.
2. $\{N(t); t \geq 0\}$ tiene incrementos independientes, es decir el número de eventos que ocurren en intervalos de tiempo ajenos son independientes.
3. $P\{N(t + s) - N(t) = n\} = e^{-[\Lambda(t+s)-\Lambda(t)]}. \dfrac{[\Lambda(t+s)-\Lambda(t)]^n}{n!}$ con $n \geq 0$ (Ross, 1990).

Entonces, $N(t+s)–N(t)$ tiene una distribución Poisson con media $\Lambda(t+s)–\Lambda(t)$ y $N(t)$ se distribuye Poisson con media $\Lambda(t)$, por lo cual $\Lambda(t)$ es llamada función del valor medio del proceso y se define por $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s)ds$. Nótese que si $\lambda(t)$=l, entonces $\Lambda(t)=\lambda t$ y se tendrá un proceso Poisson Homogéneo (PPH) con media λs (Kao, 1997).

Para determinar si un conjunto de eventos puede ser modelado como un PPNH es necesario realizar la identificación del proceso empleando un método estadístico adecuado. Así, la modelación de las variaciones extremas del PIB bajo el proceso de Poisson implicará primeramente validar si el fenómeno puede ser realmente modelado mediante este procedimiento.

Un método de prueba para PPNH fue propuesto por Villaseñor y Díaz (2003), el cual se basa en una caracterización del PPNH presentada por Chouinard y McDonald (1985). Éste considera el empleo de dos pruebas estadísticas, la prueba de bondad de ajuste de las estadísticas de Cramér-von Mises (C-VM) y la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis (K-W). Esta prueba de bondad de ajuste, la cual considera dos etapas para procesos de Poisson, mostró mayor potencia en la validación del supuesto en referencia con las pruebas de Lewis (1964) y Ross (1990). Por lo tanto, en este trabajo se emplea la prueba de Villaseñor y Díaz (2003), la cual se describe en seguida.

2.1 Caracterización del PPNH

Chouinard y McDonald (1985) presentan la siguiente caracterización del PPNH con base en la distribución de los intervalos de los tiempos de arribo. Sean

$\{N_1(t), N_2(t),..., N_q(t); 0 \le t \le T\}$ q repeticiones independientes del proceso $N(t)$, donde $N_1(T) = n_1, N_2(T) = n_2 ,..., N_q(T)=n_q$ con n_i=número de eventos en la repetición i, $i=1,2,\ldots,q$, $n=n_1+n_2+...+n_q$. Además, sean $\{S_{i(j)}\}_{j=1}^{n_i}$ los tiempos cuando ocurren los eventos o tiempos de arribo y defínase a $R_{i(j)}$, $i=1,...,q$, $j=1,...,n_i$ como el rango del j-ésimo tiempo de arribo del proceso $\{N_i(t); 0 \le t \le T\}$ entre los n tiempos de arribos.

Proposición 1

Si $N(t)$ es un PPNH, entonces para toda q y todo conjunto $\{n_i\}_{j=1}^{q}$:

$$P\{R_{i(j)}=k_{i(j)};\ i=1,...,\ q,\ j=1,...,n_i/N_i(T)=n_i;\ i=1,...,q\}=\left(\frac{n!}{n_1!,n_2!,...,n_q!}\right)^{-1}$$

Donde:

$\{k_{i(j)}\}_{j=1}^{n_i}$ = secuencia creciente de enteros distintos para cada i; y

$\{k_{i(j)};\ j=1,...,n_i,\ i=1,...,q\}=\{1,2,..,n\}$.

Se puede observar que los rangos tienen distribución uniforme discreta.

Teorema 1

$N(t)$ es un PPNH si y sólo si:

a) La distribución marginal de $N(T)$ es Poisson.

b) $N(t)$ satisface la Proposición 1.

A partir de esta caracterización, un método estadístico de prueba para PPNH debe considerar los rangos de las observaciones. La prueba de la primera condición del Teorema 1 puede realizarse mediante una prueba de bondad de ajuste para la distribución Poisson, y la segunda por medio de una prueba no paramétrica de igualdad de funciones de distribución. Villaseñor y Díaz (2003) utilizan una prueba basada en las estadísticas de C-VM para la validación de la primera condición y la prueba no paramétrica de K-W para la segunda. Estos procedimientos se describen a continuación.

2.2 Estadísticas de C-VM

Las estadísticas de C-VM comunmente han sido utilizadas para probar la hipótesis nula H_0: las variables n_i, i=1,2,…, q son una muestra aleatoria de la distribución de Poisson.[6]

Las variables aleatorias n_i pueden tomar cualquier valor entero no negativo. Sea p_j la probabilidad de que cualquiera de las variables aleatorias n_i tome el valor j. Supóngase además que se tienen q observaciones independientes de n_i; n_1, n_2, …, n_q. Sea o_j el número observado o frecuencia de las observaciones iguales a j, y $qp_j=e_j$ el número esperado de valores j, $W_j = \sum_{i=0}^{j}\left(o_i - e_i\right)$ y $H_j = \sum_{i=0}^{j} p_i$, donde i, j=0,1,2,…. Las estadísticas de C-VM están definidas de la siguiente manera (Spinelli y Stephens, 1997):

$$W^2 = q^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} w_j^2 p_j \tag{1}$$

$$A^2 = q^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{W_j^2 p_j}{H_j(1-H_j)} \tag{2}$$

$$W_m^2 = q^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} W_j^2 \tag{3}$$

Al eliminar p_j de (1) se asigna mayor peso a las desviaciones en los extremos y se obtiene la estadística (3) la cual puede dar mayor potencia contra distribuciones alternativas.

En general, cuando los parámetros de la distribución son desconocidos, estos deberán ser estimados con la muestra por un método eficiente. Sea $\hat{p}_j$ la

[6] La revisión de la literatura de pruebas de bondad de ajuste para la distribución de Poisson reveló que la prueba basada en las estadísticas de C-VM tiene mayor potencia contra distribuciones alternativas como la binomial, beta-binomial, binomial negativa y uniforme discreta, todas con parámetros definidos (Spinelli y Stephens, 1997).

probabilidad estimada del valor observado j y $\hat{e}_j$, $\hat{H}_j$, y $\overline{\hat{H}}_j$; obtenidos reemplazando p_j por $\hat{p}_j$, las estadísticas de C-VM serán calculadas de (1), (2) y(3) usando $\hat{p}_j$, $\hat{W}_j$ y $\hat{H}_j$. Además, las sumas indicadas deberán ser finitas, según la información disponible.

Para la distribución de Poisson, $p_j = \dfrac{\mu^j e^{-\mu}}{j!}$, $j = 0,1,2,\ldots$ se rechaza H_0 al nivel de significancia α, cuando los valores calculados de las estadísticas (1), (2) y (3) sean superiores a los valores críticos correspondientes, los cuales se muestran en Spinelli y Stephens (1997).

2.3 Prueba de K-W

Sean $S_{11}, S_{21},\ldots, S_{1n_1}, S_{21}, S_{22},\ldots, S_{2n_2},\ldots, S_{q1}, S_{q1},\ldots, S_{qn_q}$, q muestras aleatorias de tamaño n_i, con i=1,2,...,q que provienen de funciones de distribución desconocidas $F_1, F_2, \ldots, F_q$. Se quiere probar la hipótesis nula:

H_0: $F_1(s)=F_2(s)=\ldots=F_q(s)=F(s)$ contra la alternativa.
H_1: $F_i(s)=F(s-\theta_i)$ para toda s, i=1,2,...,q, donde las θ_i son números reales no necesariamente iguales.

La estadística de prueba se define por:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{q} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

Donde:

$R_i = \sum_{j=1}^{ni} R_{ij}$ es la suma de los rangos de los n_i valores de la i-ésima muestra; y

H se distribuye aproximadamente como χ^2 con q-1 (χ^2_{q-1}) cuando $n_i \geq 5$ (Kruskal, 1952).

Puesto que valores pequeños de H apoyan H_0, entonces se rechaza H_0 cuando $H > \chi^2_{\alpha,q-1}$.

2.4 Función de valor medio (FVM) de un PPNH

Se ha establecido que si $\{N(t);\ t \geq 0\}$ es un PPNH, entonces su FVM se define por $\Lambda(t)=E\{Nt\}$ y su función de intensidad está dada por $\lambda(t)=\Lambda'(t)$.

Sin embargo, la determinación de la FVM para un PPNH en particular debe estar sujeta a la aplicación de una prueba estadística de bondad de ajuste que pueda ser validada debido a la existencia de una diversidad de modelos posibles para dicha función. Entre los más empleados se encuentran el modelo exponencial, $\Lambda(t)=exp(\beta t^{\alpha})$-1; $\alpha>0$, $\beta>0$, propuesto por Cox (1955), y el modelo Weibull, $\Lambda(t)=\beta t^{\alpha}$, $\alpha>0$, $\beta>0$, introducido por Crow (1974). En esta investigación se emplea el método estadístico propuesto por López, Villaseñor y Vaquera (2002) para probar la hipótesis Ho: $\Lambda(t)=\Lambda^*(t)$ *versus* H_1: $\Lambda(t)\neq\Lambda^*(t)$, tal que $\Lambda^*(t)=\beta t^{\alpha}$ y $\Lambda^*(t)=exp(\beta t^{\alpha})$-1, el cual consiste en la linealización de la FVM $\Lambda^*(t)$ y el uso del coeficiente de correlación muestral r para medir la linealidad resultante.[7]

Una vez determinada la FVM del proceso es posible la obtención de las probabilidades de ocurrencia de un cierto número de eventos durante un periodo determinado. Dicho procedimiento se emplea sobre las variaciones extremas positivas y negativas del PIB trimestral de México.

3. Aplicación y resultados

En este apartado se describen los principales resultados de la validación del supuesto de PPNH sobre las variaciones extremas del PIB trimestral de México, para lo cual se requirió emplear los procedimientos estadísticos correspondientes a la pruebas de C-VM y de K-W[8] que permiten verificar el Teorema 1.

Los niveles de variación del PIB con los que se realizó la prueba fueron diversos. En el caso de valores positivos el rango comprendido fue 1 a 9% y para

[7] La propiedad más relevante de la estadística r es su invarianza con respecto a los parámetros de localización y escala, la cual se sigue de la propiedad correspondiente del coeficiente de correlación momento-producto (López, Villaseñor y Vaquera, 2002).

[8] Las pruebas de bondad de ajuste de C-VM y K-W pertenecen al conjunto de pruebas no paramétricas, su aplicación no requiere del conocimiento del proceso aleatorio a partir del cual fueron generados los datos en estudio, más bien estos procedimientos permiten identificar modelos probabilísticos asociados con dichos conjuntos de datos. Una vez identificado dicho modelo es posible emplear las técnicas de la estadística paramétrica clásica. En esta investigación se procede en este sentido.

los negativos -7 a -1%. Se consideraron cinco réplicas del proceso correspondientes a los periodos sexenales comprendidos entre 1980-2006.[9] Primeramente, se enumeraron los tiempos de llegada u ocasiones en que la tasa de crecimiento del PIB sobrepasó (o se encontró por debajo) un nivel previamente establecido en cada uno de los periodos, en seguida mediante la prueba de C-VM se verificó si este conjunto de observaciones provenían de una distribución de Poisson, lo cual permite probar el primer inciso del Teorema 1. Posteriormente, a partir de la prueba de K-W se verificó si las variaciones del PIB, por periodo o réplica, provenían del mismo proceso aleatorio, con lo cual se probaría el segundo inciso de dicho teorema. El Cuadro 1 muestra los valores de los estadísticos de las pruebas de C-VM y de K-W; sólo se presentan los resultados más relevantes.

Cuadro 1
México: estadísticos de las pruebas de C-VM y de K-W para la validación del supuesto PPNH de las variaciones extremas del PIB

Variaciones porcentuales	μ	W^2	A^2	W_m^2	H
		Negativas			
-3	1.20	0.1692	1.9360	1.7193	0.22
-4	2.20	0.0169	0.1980	0.1389	0.22
		Positivas			
5	3.2	0.1300	1.2501	1.0943	0.22
6	2.8	0.0353	0.1940	0.1834	0.22

Fuente: Elaboración propia.

Para variaciones negativas del PIB menores a 4% se rechazaría el supuesto de que la distribución marginal de las realizaciones de estas variaciones sea Poisson. Por ejemplo, cuando dichas variaciones son menores o iguales a 3%, el estadístico de la prueba de C-VM resulta mayor que el valor crítico correspondiente (A^2 = 1.9360 *versus* A_C^2 =1.191) a un nivel de significancia de 5%,[10] por lo cual no es posible validar estadísticamente que sigan una distribución de Poisson. Para descensos del PIB mayores o iguales a 4%, se tiene evidencia en favor de dicha distribución de probabilidad debido a que en ningún caso los estadísticos de prueba

[9] Los periodos considerados son: 1980-1982, 1983-1988, 1989-1994, 1995-2000, 2001-2006. El único periodo que no es de seis años es 1980-1982 debido a la inexistencia de información trimestral del PIB antes de 1980.
[10] Los valores críticos de la prueba de C-VM fueron tomados de Spinelli y Stephens (1997).

(W^2=0.0169, A^2=0.1980 y W_m^2 =0.1389) son mayores que sus valores críticos correspondientes al 5% de significancia.

Por otra parte, también se encontró que para aumentos superiores o iguales a 6% es posible validar el supuesto de que la distribución marginal de estas observaciones es Poisson una vez que ninguno de los estadísticos de la prueba (W^2=0.0353, A^2=0.1940 y W_m^2 =0.1834) resultó mayor a su valor crítico correspondiente (W^2=0.182, A^2=1.151 y W_m^2 =0.881). Adicionalmente, para incrementos de 5%, o inferiores, no es posible validar el supuesto de la distribución de Poisson en virtud de que los estadísticos de prueba resultan superiores que sus valores críticos.

De acuerdo con los resultados de la prueba de K-W se obtuvo un estadístico H=0.22 el cual comparado con el valor de la distribución χ^2 con 4 grados de libertad y un nivel de significancia al 5% (7.815), permite no rechazar la hipótesis nula sugiriendo que las observaciones de las variaciones del PIB provienen de la misma distribución de probabilidad. A partir de ello se completaría la prueba estadística que valida el supuesto de PPNH para el caso en que los aumentos trimestrales del PIB fueron mayores a 6% y menores a 4%.

Con relación a los resultados obtenidos de la prueba de bondad de ajuste para la determinación de la FVM del PPNH, se encontró que tanto las variaciones mayores a 6% como los descensos más allá de 4% se describen de mejor forma por el modelo Weibull que por el exponencial. En el primer caso, el estadístico de prueba resultó 0.95 y en el segundo 0.92, por lo cual no es posible rechazar la hipótesis que establece que el modelo Weibull [$\Lambda(t) = \beta t^{\alpha}$, α>0, β>0] es apropiado para la FVM en ambos casos.[11] De hecho, los resultados sugieren que ambos modelos pueden ser empleados en la FVM del PPNH identificado, sin embargo, de acuerdo con los estadísticos obtenidos, el de Weibull presenta un mejor ajuste en este caso (0.95 *versus* 0.92).

Una vez determinada la FVM se procedió en ambos casos a la estimación de los parámetros correspondientes, lo cual se realizó a partir de la linealización de la FVM y la aplicación del método de mínimos cuadrados ordinarios. Los resultados fueron los siguientes. Para los tiempos de ocurrencia o arribos de las variaciones

[11] Los valores críticos al 5% de significancia son 0.9203 y 0.9098, respectivamente. Se considera que si el estadístico de prueba r es inferior al valor crítico correspondiente, entonces deberá rechazarse la hipótesis nula (en este caso el modelo Weibull) (López, Villaseñor y Vaquera, 2002).

mayores a 6% se obtuvieron $\alpha = 0.7593$ (0.0001) y $\beta = 0.3504$ (0.0021), para los descensos mayores a 4% se observaron $\alpha = 1.6700$ (0.0002) y $\beta = 0.0105$ (0.0017).[12]

A partir del empleo del PPNH con FVM de tipo Weibull y utilizando las estimaciones generadas de los parámetros α y β, se encontró que la probabilidad de observar un incremento extremo del PIB trimestral (mayor a 6%) en un periodo de un año (cuatro trimestres) es 36.8%, en tanto que observar dos incrementos extremos en el mismo periodo tiene un probabilidad de 18.5%; para un periodo de dos años, las probabilidades de observar uno, dos y tres aumentos extremos son 31.1, 26.4 y 15% respectivamente. Al considerar periodos de tres y cuatro años, las probabilidades no se modifican de manera sustancial a estos valores, mientras a cinco años la probabilidad de observar entre uno y tres incrementos extremos osciló entre 11.3 y 21.8%.

En el caso de las fluctuaciones negativas extremas (mayores a -4%) para un periodo anual, la probabilidad de que se presente en una ocasión dicha variación es 9.6% y 0.5 de que se presente en dos trimestres. Para dos y tres años, la probabilidad de observar el fenómeno en una ocasión crece de manera sustancial: 24.1 y 34.2%; las probabilidades de ocurrencia de dos eventos son despreciables: 4.1 y 11.39%, respectivamente. A cuatro años los resultados son muy similares a los obtenidos con tres años y para un periodo de cinco años las probabilidades de ocurrencia de 1, 2, 3 y 4 fluctuaciones extremas negativas fueron de 32.8, 25.6, 13.3 y 5.2%, respectivamente.

Conclusiones

Con base en los resultados de este trabajo es posible argumentar que la técnica de los procesos de Poisson puede ser empleada en la modelación tanto de los aumentos elevados como en los descensos profundos del PIB de México. Por lo tanto, consideramos que dicha herramienta estadística puede asumirse como un método alternativo para el estudio del comportamiento de la producción.

A partir de la aplicación de la prueba estadística de C-VM se verificó que en tasas de crecimiento trimestral del PIB mexicano por arriba de 6% (y negativas mayores a 4%), el número de ocurrencias de dichos eventos sigue una distribución marginal de Poisson. Por medio de la prueba K-W se validó, al 5% de significancia, que el conjunto de observaciones por réplica es generado mediante el mismo proceso aleatorio en ambos casos. Por lo tanto, en este estudio se ha demostrado que

[12] Todas estas estimaciones son significativas al 5%, entre paréntesis se reporta el valor *p* (probabilidad) para la prueba *t*.

para aumentos del PIB mayores a 6%, el supuesto de PPNH es adecuado en la modelación estadística del problema, también para descensos más allá de 4% el supuesto de PPNH también ha sido validado.

Con respecto a la FVM, al emplear una prueba de bondad de ajuste para el contraste de los modelos exponencial y Weibull, se observó que el segundo representa una mejor alternativa para el PPNH determinado en los dos casos. Dicha prueba se basó en los rangos de los tiempos de ocurrencia tanto de los aumentos como de los descensos extremos del PIB; además de considerar la linealización de la FVM y la estimación de sus parámetros con base en el método de mínimos cuadrados ordinarios.

Los resultados sugieren que tanto en el corto como en el largo plazos difícilmente se observarán con frecuencia episodios donde el PIB trimestral crezca más de 6%, o descienda más de 4%, pues la probabilidad de ocurrencia de estos acontecimientos es menor a 40% en el primer caso y a 35% en el segundo.

Aunque estos resultados son alentadores en el sentido de que la probabilidad de experimentar recesiones profundas es relativamente baja, por otro lado evidencia las dificultades para generar las altas tasas de crecimiento que la economía requiere y así satisfacer la demanda creciente de empleo que permita mejorar el nivel de bienestar exigido por la población. Es así como se puede esperar un crecimiento de la economía mexicana distante a estos extremos, o bien, tasas de crecimiento moderadas y recesiones no profundas.

Referencias bibliográficas

Agénor, P. R., C. J. McDermott and E. S. Prasad (2000). "Macroeconomic fluctuations in developing countries: some stylized facts", *The World Bank Economic Review*, 14(2), pp. 251–285.

Bassin, W. M. (1973). "A Bayesian optimal overhaul model for the Weibull restoration process", *Journal of The American Statistical Association*, 68, pp. 575-578.

Beveridge, S. and C. R. Nelson (1981). "A new approach to the decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the business cycle", *Journal of Monetary Economics*, 7, pp. 151-174.

Castillo, R. and A. Díaz (2003). "Testing for unit roots: Mexico´s GDP", *Momento Económico*, 124, pp. 2-10.

Conover, W. J. (1980). *Practical nonparametric statistic*, Nueva York: John Wiley.

Cunningham, B. M. (2003). "The distributional heterogeneity of growth effects: some evidence", *The Manchester School,* 71(4), pp. 417–447.

Chouinard A. and D. McDonald. (1985). "A characterization of Non-Homogeneous Poisson Processes", *Stochastics*, 15, pp. 113-119.

Cox, D. R. (1955). "Some statistical methods connected with series of events", *Journal Royal Statistical Society*, Serie B, 17(2), pp. 129-164.

Crow, L. H. (1974). "Reliability analysis for complex repairable systems", *Reliabilit and Biometry –Statistical Analysis of Lifelength*, SIAM, Filadelfia, pp. 379-410.

Daniel, W. W. (1990). *Applied nonparametric statistics*, Boston: PWS-Kent Publishing Company.

Duane, J. T. (1964). "Learning curve approach to reliability monitoring", *IEEE*, Transactions on Aerospace, AS-2, pp. 563-566.

Garcés, D. D. (2003). "La relación de largo plazo del PIB de México y de sus componentes con la actividad económica en los Estado Unidos y con el tipo de cambio real", *Documento de Investigación No. 2003-4*, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.

——— (2002). "Análisis de las funciones de importación y exportación de México 1980-2000", *Documento de Investigación No. 2002-12*, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.

González, J. (2002). "La dinámica del consumo privado en México. Un análisis de cointegración con cambios de régimen", *Documento de Investigación No. 2002-10*, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.

INEGI (1997). *Banco de Información Económica*, Serie Trimestral del PIB a precios de 1993 (www.inegi.gob.mx).

Kao, E. P. C. (1997). "An introduction to stochastic processes", Wadsworth, Melmont, California.

Kruskal, W. H. (1952). "A nonparametric test for the several simple problem", *The Annals of Mathematical Statistics*, 2 (4), pp. 525-540.

Larios, L. U. (1999). *Pruebas de hipótesis para comparar poblaciones Poisson: estudio comparativo*, Texcoco, México: Colegio de Posgraduados.

Lewis, P. A. W. (1964). "A branching Poisson Processes Model for the analysis of computer failure patterns", *Journal of the Statistical Society,* Serie B, 26, pp. 398-456.

López, S. L., A. J. Villaseñor y H. Vaquera (2002). "Dos pruebas de bondad de ajuste para Procesos Poisson no Homogéneos", *Agrociencia*, 36(6), pp. 703-712.

Mankiw, G. N. (1998). *Principios de economía*, Madrid: McGraw-Hill.

Mejía, P. (2003). "Regularidades empíricas en los ciclos económicos de México: producción, inversión, inflación y balanza comercial", *Economía Mexicana. Nueva Época*, XII(2), pp. 231-274.

——— (2003b). *No linealidades y ciclos económicos en América Latina*, Zinacantepec, México: El Colegio Mexiquense-Universidad Autónoma del Estado de México.

——— (2003c). "No linealidades y asimetrías en los ciclos económicos de México", México: El Colegio Mexiquense.

Mejía Reyes, P. y Z. Hernández Veleros (1998). "Evolución del Producto Interno Bruto de México, 1921-1995: ¿Declinación o histéresis?", *Economía, sociedad y Territorio*, 1(3), pp. 457-491.

Mood, Alexander M., Franklin A. Graybill and Duane C. Boes (1974). *Introduction to the Theory of Statisticis*, Singapur: McGraw-Hill International Editions.

Nefci, S. N. (1984). "Are economic time series asymmetric over the business cycle?", *Journal of Political Economy*, 92, pp. 307-328.

Nelson, C. R. and C. I. Plosser (1982). "Trends and Random Walks in Macroeconometric Time Series. Some Evidence and Implications", *Journal of Monetary Economics*, 10 (2).

Noriega, A. E. and A. Ramírez (1999). "Unit roots and multiple structural breaks in real output: how long does an economy remain stationary", *Estudios Económicos*, 14(2), pp. 163-188.

Oliveira, A. (2002). "Are Mexican business cycles asymmetrical?", *IMF Working Paper WP/02/150.*

Parkin, M. (2005). *Macroeconomics*, Pearson Education.

Pérez, L. E. (2004). "Un modelo de pronósticos de la formación bruta de capital privada de México", *Documento de Investigación No. 2004-04*, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.

——— (1995). "Un modelo de cointegración para pronosticar el PIB en México", *Documento de Investigación No. 9504*, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.

Romeau, J. (2003). "Anderson-Darling: a goodness of fit test for small samples assumptions", *Reliability Analysis Center*, 10(5), Nueva York.

Ross, S. M. (1990). *A course in simulation*. Nueva York: MacMillan.

Ruprah, I. (1991). "¿Declinación o histéresis? El caso mexicano", *El Trimestre Económico*, LVIII(232), pp. 759-768.

Seier, E. (2005). "Comparison of tests for univariate normality", Department of Mathematics, East Tennessee State University, Johnson City, TN 37614, pp. 1-17.

Spinelli, J. J. and M. A. Stephens (1997). "Cramér-von Mises tests of fit for the Poisson Distribution", *The Canadian Journal of Statistics*, 25(2), pp. 257-268.

Taylor, K. and R. McNabb (2007). "Business cycles and the role of confidence: evidence for Europe", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 69(2), pp. 185–208.

Torres, G. A. (2000). "Estabilidad en variables nominales y el ciclo económico: el caso de México", *Documento de Investigación No. 2000-03*, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.

Villaseñor, A. J. y M. Díaz (2003). "Pruebas no paramétricas para Procesos Poisson no Homogéneos", *Agrociencia*, 37(1), pp. 21-31.