

# Un modelo macroeconómico de dos sectores productivos de precios flexibles con perfecta movilidad del trabajo e inmovilidad del capital físico

*(Recibido: julio/08–aprobado: diciembre/08)*

*Eddy Lizarazu Alanez\**

## **Resumen**

Se examina un modelo de dos sectores productivos con precios flexibles, perfecta movilidad de trabajo e inmovilidad del capital físico, características que garantizan el pleno empleo por lo cual si la disposición a invertir en capitales físicos aumenta, son necesarias una deflación de todos los precios monetarios y una reducción del circulante monetario al final del periodo. En un modelo de tiempo discreto dicho resultado no es intuitivo: el mercado agregado de trabajo determina el precio relativo de los bienes independientemente de los demás mercados (bienes y activos financieros). Por otro lado, si al principio del periodo se produce un incremento de la cantidad de dinero, el efecto no es sólo el aumento proporcional de todos los precios monetarios, también de la cantidad de dinero al final del periodo. No hay consecuencias para las cantidades producidas de los sectores productivos, de tal suerte que se verifica la proposición de neutralidad del dinero para un equilibrio de fin de periodo con dinero endógeno.

**Palabras clave:** dos sectores productivos, flexibilidad de precios, inmovilidad del capital físico, movilidad del factor trabajo, neutralidad del dinero.

**Clasificación JEL:** E13, E24, E31, E51.

\* Profesor-Investigador del Departamento de Economía de la UAM-Iztapalapa (lae@xanum.uam.mx). Agradezco las sugerencias de dos dictaminadores anónimos para mejorar la presentación de este artículo, la subsistencia de errores sólo es atribuible a mi persona.

## Introducción

El análisis de la macroeconomía tradicional se basa en la existencia de un solo sector industrial el cual produce una mercancía que puede ser adquirida a un determinado precio. En tal perspectiva se acepta la hipótesis del bien “plastilina” por lo que la mercancía es consumida o añadida al *stock* de capital. La manera de clasificar la mercancía es a partir del tipo de agente económico que la adquiere. Si lo compra una familia es un bien de consumo y si lo hace una empresa es un bien de capital físico. Esta característica de una estructura unisectorial posiblemente fue motivada por la idea de que en el corto plazo el precio relativo de las distintas mercancías finales se encuentra fijo. No obstante, es más provechoso proceder en términos de la flexibilidad de precios (monetarios y relativos), más aún si para periodos cortos existen fluctuaciones erráticas de ambos tipos de precios. Por otro lado, la cuestión de estudiar modelos con un mínimo de desagregación está latente. La naturaleza bisectorial tiene una larga tradición, lamentablemente ha sido relegada por la práctica de un solo sector productivo, pero la estructura bisectorial ha estado presente desde Marx y Keynes.<sup>1</sup> En consecuencia, es muy oportuno considerar la macroeconómica en términos de una economía bisectorial. No somos los únicos que procuramos este enfoque, existen diversos trabajos que están motivados por el mismo interés.<sup>2</sup>

El objetivo de este artículo es examinar una economía hipotética de propiedad privada de dos sectores productivos con mercados competitivos donde continuamente prevalece el vaciamiento de los mercados de trabajo sectoriales, dicho análisis descansa esencialmente en dos supuestos: 1) la flexibilidad instantánea de los precios y salarios monetarios, y 2) la perfecta movilidad del factor de trabajo entre las ramas industriales. En los dos sectores productivos, bajo las permisivas anteriores, a la larga se impone no sólo una tasa de salario nominal y real uniformes, también el precio relativo de las mercancías. La contribución del artículo concierne a la reflexión de proposiciones relativas a una mayor inclinación a invertir y a la neutralidad del dinero en una macroeconomía bisectorial, en tanto la integración sectorial de los mercados de trabajo conlleva un movimiento en la misma dirección del precio relativo de los bienes y de la tasa de salario real. El análisis difiere de Benavie (1976), Mackay

<sup>1</sup> Hace mucho tiempo Leijonhuvud (1968) argumentó que la teoría de Keynes había sido construida sobre la base de dos sectores productivos e insinuó sobre la necesidad de revalorar la teoría macroeconómica en términos de una economía bisectorial. Además, las primeras representaciones de *La Teoría General* de Keynes, tales como la de Meade (1937) y la de Hicks (1937), han procedido desde la perspectiva de una economía bisectorial, un hecho que la historia del pensamiento macroeconómico ha minimizado.

<sup>2</sup> La siguiente lista de artículos considera explícitamente la existencia de dos sectores productivos como base para la modelización de la teoría macroeconómica: Mackay y Waud (1973), Barends (1999), Benavie (1976), Henderson y Sargent (1973), Lizarazu (2001, 2002) y Smith y Starnes (1979).

y Waud (1973) y Smith y Starnes (1979), quienes si bien examinan una economía de dos sectores productivos con inmovilidad de capital, no se preocupan por el alcance de la fijación de los precios relativos asociado con la unificación de los mercados de trabajo sectoriales de una economía cerrada y sin gobierno.

La primera proposición se exterioriza cuando la economía funciona al nivel de pleno empleo y se registra un incremento en la cantidad demandada de capitales físicos. En tal situación ocurre una deflación de todos los precios monetarios, incluyendo la tasa de salario nominal. Lo anterior obliga a una contracción del circulante monetario a fin de que se pueda restaurar el equilibrio monetario. Si bien las consecuencias de tal perturbación no son intuitivas, la explicación radica en el funcionamiento del mercado agregado de trabajo, éste fija el precio relativo y la tasa de salario real independientemente de los mercados de bienes y activos financieros. En el mismo escenario, la segunda proposición atañe a un incremento en la cantidad de dinero al inicio del periodo. Las consecuencias son un aumento de todos los precios monetarios y de la cantidad de dinero al final del periodo. Por consiguiente, mientras las funciones de producción de los sectores productivos no experimentan perturbaciones, cualquier turbulencia por el lado de la demanda de mercancías obliga a la economía a un reajuste de las variables nominales para refrendar el conjunto de precios relativos que logre el nivel de ocupación plena de los recursos de la economía.

Este artículo está dividido en cuatro secciones. En la siguiente parte se exponen progresivamente algunos componentes de la estructura algebraica que son utilizados para examinar el comportamiento de la economía de dos sectores industriales con precios flexibles. En la segunda se consideran cuestiones relativas a la ley de Walras, el mercado agregado de trabajo y la definición de riqueza real, lo cual luego nos permite establecer una estructura algebraica idónea a nuestro objetivo. En la tercera y cuarta secciones se exponen ejercicios de estática comparativa en relación con el caso de una mayor inclinación a invertir y a cambios en la cantidad de dinero de principio de periodo. En ambos casos mostramos cómo se comporta la economía cuando se presentan tales disturbios. Por último, se presentan las conclusiones.

## 1. La estructura algebraica

La economía que estudiamos está caracterizada por la existencia de dos mercancías físicamente diferentes. Las cantidades  $Q_t^i$  de ambas mercancías,  $i = k, c$ , son producidas en los sectores corporativos (industriales) de bienes de capital físico  $k$  y

bienes de consumo  $c$ . La producción de cada mercancía es el resultado de la combinación de dos factores de producción, el capital físico  $K$  y el trabajo  $N$ , de acuerdo con las siguientes funciones de producción  $F[\cdot]$  y  $G[\cdot]$ :

$$Q_t^k = F[K_{t-1}^k, N_t^k] \quad (1)$$

$$Q_t^c = G[K_{t-1}^c, N_t^c] \quad (2)$$

Siguiendo a Barro (1993: 221),  $K_{t-1}$  denota en cada función de producción al capital físico al final del periodo de tiempo  $t-1$ . Dichas funciones satisfacen las condiciones de regularidad económica: sus primeras derivadas son positivas mientras que las segundas son negativas, es decir hay productos marginales decrecientes en cada factor de producción. Además, estas funciones son homogéneas de grado uno, están sujetas a rendimientos constantes a escala. Esta última característica implica que la retribución al capital físico está en correspondencia con su contribución marginal al producto, por lo cual los beneficios económicos de la empresa representativa consisten de estos pagos, excluyéndose así cualquier ganancia extraordinaria.

Por otro lado, la capacidad instalada del capital físico de cada sector productivo está fija y no experimenta cambios. La importancia de dicho supuesto se puede valorar mejor si consideramos situaciones donde sucede lo opuesto. Por ejemplo, si hubiese movilidad del capital físico entre los sectores corporativos la capacidad productiva no podría ser un dato económico, sería necesario establecer una estructura algebraica diferente para capturar tal característica. Por otro lado, si la inversión productiva fuera relativamente grande en relación con la capacidad instalada, sería imprescindible considerar los cambios en las funciones de producción que resultan de las variaciones del capital físico. En este artículo, por el contrario, asumimos que el *stock* de capital instalado está fijo no sólo al nivel de la economía en su conjunto, también al interior de cada sector corporativo. De esta manera, la idea de que la capacidad productiva está fija no es otra cosa que una manifestación de la inmovilidad del capital físico entre los sectores productivos.

Otra característica de la economía concierne a la cantidad de trabajo, la cual si bien al nivel de la economía en su conjunto está fija, no lo está al nivel de los sectores corporativos dado que entre los sectores productivos predomina la perfecta movilidad del trabajo. Este supuesto equivale a la integración de los mercados de trabajo sectoriales, por lo cual a la larga prevalecerá la misma tasa de salario nominal a pesar de que *a priori* los salarios monetarios son diferentes debido a las dis-

tintas calidades de trabajo. No obstante, el aprendizaje no es un obstáculo para la acumulación del *stock* de conocimientos, relegando a un plano secundario la cuestión de homogeneidad del trabajo corporativo.

En tales condiciones, ambas industrias consideran el nivel de precios  $P_t^i$ , del producto  $i = k, c$ , como preestablecidos, por lo que la empresa ajusta la cantidad de demanda laboral hasta igualar el valor del producto marginal del trabajo  $F[\cdot]$  y  $G[\cdot]$  con la tasa de salario monetario vigente  $\omega_t$ .<sup>3</sup>

$$P_t^k F_t [K_{t-1}^k, N_t^k] = \omega_t \quad (3)$$

$$P_t^c G_n [K_{t-1}^c, N_t^c] = \omega_t \quad (4)$$

Así, podemos construir las relaciones de demanda de trabajo en cada sector productivo de las condiciones (3) y (4), tal como a continuación se indica:

$$N_t^{kd} = N^{kd} \left[ \omega_t / P_t^k, K_t^k \right], \partial N^{kd} [\cdot] / \partial (\omega_t / P_t^k) < 0 \quad (5)$$

$$N_t^{cd} = N^{cd} \left[ \omega_t / P_t^c, K_t^c \right], \partial N^{cd} [\cdot] / \partial (\omega_t / P_t^c) < 0 \quad (6)$$

Asumiendo que el capital físico está fijo, las funciones de demanda de trabajo proveniente de los sectores industriales resultan ser relaciones inversas con respecto a la tasa de salario real. La justificación de esta propiedad es precisamente la validez de la ley de los rendimientos marginales decrecientes del factor trabajo.

Por otra parte, la restricción presupuestaria para cada industria nos dice que el ingreso de las ventas totales más los ingresos generados por la emisión de títulos debe ser igual a los pagos salariales, los dividendos y los gastos de inversión en capital físico.

$$P_t^k Q_t^k \overline{P_t^k} (A_t^k - A_{t-1}^k) \equiv \omega_t N_t^{kd} + \Pi_t^k + P_t^k + I_t^k \quad (7)$$

<sup>3</sup> Por cuestión de notación, se definen  $F_n \equiv \partial F [K_t^k, N_t^k] / \partial N_t^k$  y  $G_n \equiv \partial G [K_t^c, N_t^c] / \partial N_t^c$  para representar las derivadas parciales de las funciones de producción industriales. Lo mismo aplicará en otras derivadas parciales, lo cual será evidente según la exposición.

$$P_t^c Q_t^c + \overline{P}_t^c (A_t^c - A_{t-1}^c) \equiv \omega_t N_t^{cd} + \Pi_t^c + P_t^c + I_t^c \quad (8)$$

A este respecto, asumiremos que las empresas distribuyen a las familias todos sus ingresos en la forma de salarios y dividendos. De esta manera, por el teorema del Euler, el monto de dividendos para cada industria se expresa por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\Pi_t^k \equiv P_t^k Q_t^k - \omega_t N_t^{kd} = P_t^k F_k K_{t-1}^k \quad (9)$$

$$\Pi_t^c \equiv P_t^c Q_t^c - \omega_t N_t^{cd} = P_t^c G_c K_{t-1}^c \quad (10)$$

Si la inversión neta del capital físico en cada industria es exclusivamente financiada mediante la emisión de nuevas acciones, entonces el valor nominal de la inversión en bienes de capitales y la emisión de acciones en cada sector industrial está representado por las siguientes ecuaciones:

$$P_t^k I_t^k \equiv \overline{P}_t^k (A_t^k - A_{t-1}^k) \quad (11)$$

$$P_t^c I_t^c \equiv \overline{P}_t^c (A_t^c - A_{t-1}^c) \quad (12)$$

Donde:

$A_t^i$  y  $A_{t-1}^i$ ,  $i = k, c$ , son las cantidades ofrecidas de acciones (títulos) que corresponden al fin e inicio del periodo; y

$\overline{P}_t^j$  para  $j = k, c$  son los precios de las acciones medido en unidades monetarias que están vigentes durante el periodo  $t$ .

En estas circunstancias la demanda de inversión en cada industria surge de la diferencia de dos precios monetarios asociados con el capital físico, uno es el precio de los nuevos bienes de capital físico y el otro es la valuación de los mismos en el mercado de acciones. Si la empresa desea maximizar su riqueza deberá invertir siempre que el costo del capital físico en el mercado de bienes sea menor con respecto a la valuación del mercado de acciones. Esto es, la tasa implícita del retorno del capital físico debe exceder a la tasa de rendimiento requerido por las accio-

nes. En el caso de expectativas estáticas, el rendimiento sobre las acciones de cada industria se mide por las siguientes ecuaciones:

$$R_t^k = \frac{P_t^k F_k K_{t-1}^k}{P_t^k A_{t-1}^k} = \frac{P_t^k F_k K_{t-1}^k}{P_t^k A_t^k} \quad (13)$$

$$R_t^c = \frac{P_t^c G_k K_{t-1}^c}{P_t^c A_{t-1}^c} = \frac{P_t^c G_k K_{t-1}^c}{P_t^c A_t^c} \quad (14)$$

En cambio, las tasas implícitas de rendimiento del capital físico en cada sector productivo son:

$$r_t^k = \frac{P_t^k F_k K_{t-1}^k}{P_t^k K_{t-1}^k} = \frac{P_t^k F_k}{P_t^k} \quad (15)$$

$$r_t^c = \frac{P_t^c G_k K_{t-1}^c}{P_t^c K_{t-1}^c} = \frac{P_t^c G_k}{P_t^c} \quad (16)$$

Así la inversión física procede cuando la tasa de retorno implícito del capital físico exceda a la tasa de retorno requerido sobre las acciones  $r_t^j > R_t^j$ ,  $j = k, c$ , pues el valor del mercado accionario de la empresa es más grande que el costo de reemplazo de su *stock* de capital físico. Esta última relación es la  $q$  de Tobin, la cual dependiendo de los sectores productivos se expresa de la siguiente manera:

$$q_t^k = \frac{\overline{P_t^k A_{t-1}^k}}{P_t^k K_{t-1}^k} = \frac{r_t^k}{R_t^k} = \frac{F_k}{R_t^k} \quad (17)$$

$$q_t^c = \frac{\overline{P_t^c A_{t-1}^c}}{P_t^c K_{t-1}^c} = \frac{r_t^c}{R_t^c} = \frac{P_t^c G_k}{P_t^k R_t^c} \quad (18)$$

La función de demanda de inversión expresada en términos de la  $q$  de Tobin puede ser nula, positiva o negativa, dependiendo de si es igual, mayor o menor a la unidad. Esto es, para  $i = k, c$ , la función de inversión toma los siguientes valores:

$$I_t^i = \begin{cases} 0 & \text{si } q = 1 \\ > 0 & \text{si } q > 1 \\ < 0 & \text{si } q < 1 \end{cases} \quad (19)$$

Dada esta característica, podemos concebir las funciones de demanda de inversión sectoriales como:

$$I_t^k = I^k [q_t^k], dI^k [\cdot] / dq_t^k > 0 \quad (20)$$

$$I_t^c = I^c [q_t^c], dI^c [\cdot] / dq_t^c > 0 \quad (21)$$

Consecuentemente, la demanda de inversión agregada viene representada por:

$$I_t = I^k [q_t^k] + I^c [q_t^c] = I [q_t^k, q_t^c], I_k \equiv \partial I / \partial q_t^k > 0, I_c \equiv \partial I / \partial q_t^c > 0 \quad (22)$$

Ahora bien, supondremos que las tasas de rendimiento requerido de las acciones en cada sector son iguales, de manera que se cumple  $R_t^k = R_t^c = R_t$ . En tales circunstancias, tanto  $q_t^k$  como  $q_t^c$  satisfacen las siguientes propiedades:

$$q_t^k = q^k [R_t], q_R^k < 0 \quad (23)$$

$$q_t^c = q^c \left[ \frac{1}{\rho_t}, R_t \right] \equiv q^c [\rho_t, R_t], q_\rho^c < 0, q_R^c < 0^4 \quad (24)$$

<sup>4</sup> Aquí se definen, respectivamente,  $q_R^k \equiv dq^k [\cdot] / dR_t$ ,  $q_\rho^c \equiv \partial q^c [\cdot] / \partial \rho_t$  y  $q_R^c \equiv \partial q^c [\cdot] / \partial R_t$ .

Donde:

$$\rho_t = \frac{P_t^k}{P_t^c} .^5$$

Por otra parte, el ingreso real que percibe el total de familias de la economía, medido en unidades de bienes de consumo, está representado por la siguiente ecuación:

$$Y_t = (\omega_t N_t + \Pi_t^k + \Pi_t^c) / P_t^c = \rho Q_t^k + Q_t^c \quad (25)$$

Las familias ofrecen sus servicios laborales a cambio de salarios, mantienen dinero y acciones, reciben dividendos sobre sus acciones, además compran bienes de consumo. Dado lo anterior, el conjunto de las familias satisface la siguiente restricción presupuestaria agregada:

$$P_t^c C_t + (M_t - M_{t-1}) + \overline{P_t^k} (A_t^k - A_{t-1}^k) + \overline{P_t^c} (A_t^c - A_{t-1}^c) \equiv \omega_t N_t + \Pi_t^k + \Pi_t^c = P_t^c Y_t \quad (26)$$

Asumiremos que las decisiones económicas de las familias con respecto a la cantidad de trabajo y consumo son secuenciales, de manera que la oferta de trabajo depende únicamente de la tasa de salario real.<sup>6</sup> Desde luego, la tasa de salario real apropiada es aquella que está medida en unidades de bienes de consumo. Por consiguiente, la función de oferta de trabajo agregada está representada como se muestra a continuación:

$$N_t^s = N^s \left[ \omega_t / P_t^c \right], \partial N^s [\cdot] / \partial (\omega_t, P_t^c) > 0 \quad (27)$$

<sup>5</sup> Las funciones  $q^k[\cdot]$  y  $q^c[\cdot]$  incluyen también a la cantidad de trabajo y al capital físico de cada sector productivo, respectivamente. En la exposición, sin embargo, son omitidos no sólo por una cuestión de simplificación en la notación, sobre todo porque la economía alcanza una situación de reposo por el lado del sector productivo anticipadamente a la operación de funcionamiento del resto de los mercados involucrados.

<sup>6</sup> En la teoría walrasiana del equilibrio general de los mercados el rasgo característico es la interdependencia de todos los mercados. No sucede así en la macroeconomía clásica unisectorial de precios flexibles, la cual procede en términos de una estructura secuencial del equilibrio general: el mercado de trabajo determina el salario real y los demás mercados se ajustan al nivel de producción implicado por el pleno empleo. En este sentido es impopular dicho enfoque puesto que el procedimiento apropiado debería ser la reciprocidad e influencia mutua de todos los mercados participantes.

Al principio del periodo  $t$  (o al final de  $t-1$ ) la riqueza real de las familias  $W_{t-1}$ , valuada a precios de consumo, está dada por la siguiente ecuación:

$$W_{t-1} = \frac{M_{t-1}^s + \overline{P}_t^k A_{t-1}^k + \overline{P}_t^c A_{t-1}^c}{P_t^c} + \frac{M_{t-1}}{P_t^c} + \rho_t \frac{F_k K_{t-1}^k}{R_t} + \frac{G_k K_{t-1}^c}{R_t} \quad (28)$$

Las funciones de demanda real de las acciones de ambos sectores pueden ser agregadas en una función de demanda total real de acciones  $V_t$  donde el numerario es el bien de consumo:

$$V_t = \frac{\overline{P}_t^k A_t^{kd}}{P_t^c} + \frac{\overline{P}_t^c A_t^{cd}}{P_t^c} \quad (29)$$

Esta agregación es posible gracias al supuesto de que ambos activos son considerados como bienes sustitutos perfectos, de manera tal que los consumidores están dispuestos a sustituirlos a una determinada tasa.

En este punto, resulta conveniente asumir la simetría en los argumentos de las funciones de demanda real por bienes de consumo  $C_t$ , dinero  $L \equiv M_t / P_t^c$  y acciones  $V_t^d$ , las cuales dependen de la tasa de rendimiento  $R_t$ , ingreso real  $Y_t$  y la riqueza real inicial  $W_{t-1}$ , de manera que se tienen las siguientes funciones:<sup>7</sup>

$$C_t = C[Y_t, R_t, W_{t-1}] \quad (30)$$

$$L_t = L[Y_t, R_t, W_{t-1}] \quad (31)$$

$$V_t^d = V^d[Y_t, R_t, W_{t-1}] \quad (32)$$

<sup>7</sup> Las derivadas parciales implicadas para estas funciones son:  $C_1 \equiv \partial C[\cdot] / \partial Y_t$ ,  $C_2 \equiv \partial C[\cdot] / \partial R_t$ ,  $C_3 \equiv \partial C[\cdot] / \partial W_{t-1}$ ,  $L_1 \equiv \partial L[\cdot] / \partial Y_t$ ,  $L_2 \equiv \partial L[\cdot] / \partial R_t$ ,  $L_3 \equiv \partial L[\cdot] / \partial W_{t-1}$ ,  $V_1 \equiv \partial V^d[\cdot] / \partial Y_t$ ,  $V_2 \equiv \partial V^d[\cdot] / \partial R_t$ ,  $V_3 \equiv \partial V^d[\cdot] / \partial W_{t-1}$ .

Si bien el punto de tiempo relevante para la especificación de la riqueza (variable de *stock*) en las funciones podría implicar a  $W_t$  y no  $W_{t-1}$ , preferimos proceder con la última dado que los agentes toman en cuenta el valor de la riqueza medido por su capacidad de compra.

Una reformulación de la restricción presupuestaria de las familias (26), además de considerar las funciones de demanda anteriores, da como resultado:

$$C[Y_t, R_t, W_{t-1}] + L[Y_t, R_t, W_{t-1}] + V^d[Y_t, R_t, W_{t-1}] \equiv Y_t + W_{t-1} \quad (33)$$

En consecuencia, se tienen las siguientes restricciones sobre las derivadas parciales de las funciones de demanda:

$$C_1 + L_1 + V_1 \equiv 1 \quad (34)$$

$$C_2 + L_2 + V_2 \equiv 0 \quad (35)$$

$$C_3 + L_3 + V_3 \equiv 1 \quad (36)$$

Dadas estas restricciones, es posible imaginar las siguientes derivadas parciales para el caso de funciones bien portadas:

$$0 \leq C_1 \leq 1, C_2 < 0, 0 \leq C_3 \leq 1 \quad (37)$$

$$0 \leq L_1 \leq 1, L_2 < 0, 0 \leq L_3 \leq 1 \quad (38)$$

$$0 \leq V_1 \leq 1, V_2 < 0, 0 \leq V_3 \leq 1 \quad (39)$$

En este listado de derivadas parciales, la principal posibilidad es que puede darse  $0 < V_3 < 1$  (desigualdades estrictas), lo cual es diferente al caso de tiempo continuo en el que se tiene  $V_3 < 0$ . La explicación es la siguiente: supongamos que en un determinado instante del tiempo súbitamente aumenta la demanda de liquidez debido a un incremento en el ingreso; en tal caso no es posible también un aumento de la cantidad demandada por activos no líquidos, ya que por la definición de continuidad no hay suficiente tiempo para que pueda darse el proceso de ahorro. No es el caso en tiempo discreto, donde precisamente hay tiempo suficiente para el proceso de ahorro, por lo cual es posible que aumenten tanto la demanda por liquidez como la demanda por activos no líquidos.

## 2. La simplificación de la estructura algebraica

El modelo macroeconómico puede ser resumido por el conjunto de ecuaciones contenido en el Cuadro 1, incluyendo las condiciones de equilibrio de los mercados de trabajo, bienes de consumo, bienes de inversión, dinero y acciones. Entre algunos rasgos particulares, por ejemplo, obsérvese la separación de las funciones de producción (40) y (41) de cada sector, además de las condiciones de equilibrio agregado (46) e individuales de los mercados de bienes de capital (47) y de bienes de consumo (48).

**Cuadro 1**  
**Estructura algebraica**

$Q_t^k = F[K_{t-1}^k, N_t^k]$	(40)
$Q_t^c = G[K_{t-1}^c, N_t^c]$	(41)
$N_t^k = N^{kd}[\omega_t / P_t^k]$	(42)
$N_t^c = N^{cd}[\omega_t / P_t^c]$	(43)
$N^{cd}[\omega_t / P_t^c] + N^{kd}[\omega_t / P_t^k] = N^s[\omega_t / P_t^c]$	(44)
$Y_t = \rho Q_t^k + Q_t^c$	(45)
$Y = C[Y_t, R_t, W_{t-1}] + I[q^k(R_t), q^c(\rho_t, R_t)]$	(46)
$I[q^k(R_t), q^c(\rho_t, R_t)] = Q_t^k$	(47)
$C[Y_t, R_t, W_{t-1}] = Q_t^c$	(48)
$L[Y_t, R_t, W_{t-1}] = M_t^s / P_t^c$	(49)
$V[Y_t, R_t, W_{t-1}] = (A_t^{ks} + A_t^{cs}) / P_t^c = A_t^s / P_t^c$	(50)
$\rho_t \equiv P_t^k / P_t^c$	(51)
$W_{t-1} \equiv (M_{t-1} / P_t^c) + \rho_t (F_k K_{t-1}^k / R_t) + (G_k K_{t-1}^c / R_t)$	(52)
Variables endógenas	$\omega_t / P_t^c, \omega_t / P_t^k, \rho_t, P_t^c, N_t^k, N_t^c, Q_t^k, Q_t^c, Y_t, R_t, W_{t-1}, M_t^s$
Variables predeterminadas	$K_{t-1}^k, K_{t-1}^c, M_{t-1}^s, A_{t-1}^{ks}, A_{t-1}^{cs}$

Por otro lado, la desagregación del mercado laboral aparece representada por (42) y (43), al mismo tiempo (44) captura el equilibrio del mercado de trabajo agregado donde no hay separación por el lado de la oferta de trabajo. El sector financiero de la economía está representado mediante (49) y (50), denotando las condiciones de equilibrio del mercado de dinero y de acciones, respectivamente. Por último, se tienen algunas definiciones para la oferta agregada de producto (45), el precio relativo (51) y la riqueza inicial (52).

De la lista de las variables se infiere que hay más variables endógenas que ecuaciones. La razón es que algunas ecuaciones son dependientes entre sí, por lo cual para su análisis será necesario una versión más idónea del conjunto de ecuaciones. Antes, sin embargo, es necesario expresar algunos comentarios con respecto a  $W_{t-1}$  y  $M_t^s$  ya que la primera pareciera una variable exógena mientras la segunda pudiera considerarse un instrumento de política económica.  $W_{t-1}$  es una variable endógena debido a que denota el valor real de la riqueza inicial calculado por el precio del bien de consumo  $P_t^c$ , el cual es a todas luces una variable endógena. En el caso de la oferta monetaria  $M_t^s$ , *a priori* depende del comportamiento de toda la economía por lo que la política monetaria deberá llevarse a cabo en términos de  $M_{t-1}^s$ , la cual sí es una variable exógena.

Ahora bien, con el propósito de obtener una mayor simplificación consideraremos tres aspectos: a) la ley de Walras, b) la condición de equilibrio del mercado agregado de trabajo, y c) el papel de la definición de la riqueza real inicial.

### 2.1 La ley de Walras

Al agregar las restricciones presupuestarias (7), (8), (9), (10), (11) y (12) podemos observar que alguna de las condiciones de equilibrio de mercado (véase Cuadro 1) es redundante. Su eliminación es posible gracias a la restricción presupuestaria agregada, conocida como la ley de Walras:

$$\frac{\omega_t}{P_t^c} (N_t^{kd} + N_t^{cd} - N_t^s) + (C_t - Q_t^c) + (I_t - Q_t^k) + \left( L_t - \frac{M_t^s}{P_t^c} \right) + \left( V_t^d - \frac{A_t^s}{P_t^c} \right) \equiv 0 \quad (53)$$

De esta manera, por ejemplo, podemos suprimir (47) dejándose intacto el resto de las ecuaciones. Como es sabido, no es imperioso eliminar dicho mercado,

podiera ser cualquier otro pero la tradición prescinde del mercado financiero. Aquí seguiremos esta directriz para abstraernos del mercado de acciones y entonces examinar el resto de los mercados.

## 2.2 *El mercado agregado de trabajo*

Si bien el empleo está fijo a nivel agregado, la naturaleza del mercado de trabajo descansa en la hipótesis de la perfecta movilidad del trabajo entre los sectores productivos. Desde la perspectiva de las decisiones sobre la oferta de trabajo no hay ninguna división por ramas industriales, por lo cual su formalización es igual al caso de un sector productivo. La única distinción aparece por el lado de demanda de trabajo, aunque dicha separación está supeditada a la actuación del mercado agregado laboral. La integración sectorial de los mercados de trabajo conduce a un predominio del mercado de trabajo agregado sobre el resto de los mercados de la economía.

Se establece la tasa de salario real al vaciarse el mercado de trabajo agregado donde la igualación de la tasa de salario real entre los sectores industriales no es un supuesto sino una consecuencia de la perfecta movilidad del trabajo. Además, el mercado de trabajo agregado coadyuva al proceso de determinación del precio relativo de las mercancías que corresponde al nivel de la ocupación plena de los recursos productivos. La actuación del mercado de trabajo agregado es tal que establece ambos precios relativos como si el resto de los mercados no participaran. Por supuesto, no es que no sean valiosos los demás mercados, más bien actúan pasivamente ante las exigencias establecidas por el mercado de trabajo agregado, el cual no puede concebirse sino en virtud de la integración de los mercados sectoriales de trabajo. Dicha integración es una manifestación de la perfecta movilidad de los trabajadores entre los sectores productivos.

Lo anterior sugiere la existencia de una relación entre ambos tipos de precios relativos. De hecho, la relación de la tasa de salario real con el precio relativo de los bienes se establece como sigue: la tasa de salario real apropiada es la que se mide en términos de los bienes de consumo (no en términos de los bienes de capital), por consiguiente, la función de demanda agregada de trabajo del sector de bienes de capital debe reescribirse en términos de la tasa de salario real  $\omega_t / P_t^c$  y del precio relativo de los bienes de capital  $\rho_t$ :

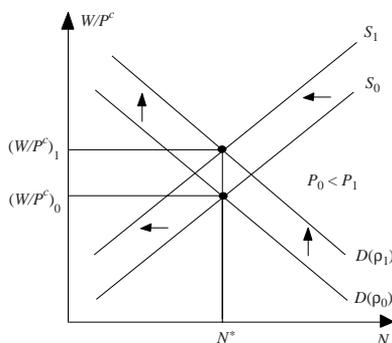
$$N^{kd} \left[ \frac{\omega_t}{P_t^k} \right] = N^{kd} \left[ \frac{\omega_t}{P_t^k} \frac{P_t^c}{P_t^k} \right] = N^{kd} \left[ \frac{\omega_t}{P_t^k} \frac{1}{\rho_t} \right] \quad (54)$$

Ahora bien, considerando (54) y la condición de equilibrio del mercado agregado de trabajo, por diferenciación implícita se deduce el signo de la siguiente derivada:<sup>8</sup>

$$\frac{d(\omega_t / P_t^c)}{d\rho_t} = \frac{\rho_t^{-2} (\omega_t / P_t^c) (dN^{kd} [\cdot] / d(\omega_t / P_t^c))^{(-)}}{\left( \underset{(+)}{dN^s [\cdot] / d(\omega_t / P_t^c)} \right) - \rho_t^{-1} \left( \underset{(-)}{dN^{kd} [\cdot] / d(\omega_t / P_t^k)} \right) - \left( \underset{(-)}{dN^{cd} [\cdot] / d(\omega_t / P_t^c)} \right)} > 0 \quad (55)$$

De esta manera, se hace explícita la relación positiva del precio relativo de los bienes de capitales  $P_t^k / P_t^c$  y la tasa de salario real  $\omega_t / P_t^c$ . La intuición económica de dicha relación se entiende mejor si la vemos como una exigencia que debe cumplir el mercado de trabajo agregado para salvaguardar el nivel de ocupación de pleno empleo. A fin de explicar la cuestión, supongamos que hubiese una contracción de la oferta agregada de trabajo, ¿qué se requiere para restaurar el nivel inicial de ocupación plena? Se necesita una expansión de la demanda agregada que compense la contracción de la oferta agregada. Pero esto último significa de (54) que la demanda agregada deba ser una función creciente del precio relativo de los bienes de capital. Por ende, al aumentar la tasa de salario real también debe hacerlo el precio relativo de los bienes de capital (véase Gráfica 1), ya que de otra manera el nivel de ocupación no podría ser  $N^*$ .

**Gráfica 1**  
**Mercado de trabajo agregado**



<sup>8</sup> Los símbolos entre paréntesis junto a los términos denotan el signo de las derivadas parciales correspondientes, las cuales sirven para determinar la relación de movimientos entre las variables.

Así, la existencia de un equilibrio del mercado de trabajo agregado exige que la demanda laboral del sector de bienes de capital físico dependa positivamente de  $\omega_t / P_t^c$ , de esta manera a partir de (55) se concibe que las funciones de demanda de trabajo de los sectores industriales –en última instancia– dependen de  $\rho_t$  bajo las siguientes propiedades:<sup>9</sup>

$$N_t^{kd} = \eta^{kd}[\rho_t], d\eta^{kd}[\cdot] / d\rho_t > 0 \quad (56)$$

$$N_t^{cd} = \eta^{cd}[\rho_t], d\eta^{cd}[\cdot] / d\rho_t < 0 \quad (57)$$

La explicación de (57) es inmediata, al aumentar la tasa de salario real junto con el precio relativo de los bienes de capital, la cantidad demandada de trabajo en el sector de bienes de consumo desciende. Por otra parte, la ecuación (56) nos dice que en presencia del mismo incremento del precio relativo de los bienes de capital, se produce un incremento de la demanda de empleo en el sector de bienes de capitales físicos.

Por otro lado, dada la estructura del capital instalado  $K_{t-1}^k$ ,  $K_{t-1}^c$  en las diferentes industrias, tenemos que las funciones de producción se pueden expresar como:

$$Q_t^k = f[\rho_t], f' \equiv df[\cdot] / d\rho_t > 0 \quad (58)$$

$$Q_t^c = g[\rho_t], g' \equiv dg[\cdot] / d\rho_t > 0 \quad (59)$$

Bajo la premisa que el ingreso real y el empleo se mueven en la misma dirección, entonces se cumple:

$$Y_t \equiv \rho_t Q_t^k + Q_t^c = \rho_t f[\rho_t] + g[\rho_t] = Z[\rho_t], dZ[\cdot] / d\rho_t > 0 \quad (60)$$

Donde:

$Z(\rho_t)$  = función de oferta agregada medida en términos de bienes de consumo.

<sup>9</sup> La intuición de (56) es que para cualquier nivel  $\omega_t / P_t^k$ , un incremento en  $\rho_t$  reduce  $\omega_t / P_t^k$  por lo cual aumenta la cantidad demandada de trabajo en la industria de bienes de capital físico.

El efecto neto de un cambio de  $\rho_t$  sobre  $Y_t$  se puede obtener de (25) considerando las relaciones tecnológicas de las ecuaciones (1) y (2), en este caso, el resultado es:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \rho_t} = \rho \frac{\partial F[\cdot]}{\partial N^k} \frac{\partial \eta^{kd}[\cdot]}{\partial \rho_t} + Q_t^k + \frac{\partial G[\cdot]}{\partial N^c} \frac{\partial \eta^{cd}[\cdot]}{\partial \rho_t} \quad (61)$$

Ahora bien, si tomamos en cuenta las condiciones necesarias de la maximización de beneficios tenemos:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial \rho_t} = \rho \frac{\omega_t}{P_t^k} \frac{\partial \eta^{kd}[\cdot]}{\partial \rho_t} + Q_t^k + \frac{\omega_t}{P_t^k} \frac{\partial \eta^{cd}[\cdot]}{\partial \rho_t} = \frac{\omega_t}{P_t^k} \left( \frac{\partial \eta^{kd}[\cdot]}{\partial \rho_t} + \frac{\partial \eta^{cd}[\cdot]}{\partial \rho_t} \right) + Q_t^k > 0 \quad (62)$$

### 2.3 La riqueza real

Dadas las productividades del capital en ambos sectores productivos  $F_k$  y  $G_k$ , es evidente de (28) que la riqueza inicial de las familias  $W_{t-1}$  depende de la cantidad de dinero al principio del periodo  $M_{t-1}$ , del precio de los bienes de consumo  $P_t^c$ , del precio relativo  $\rho_t$  y la tasa de rendimiento  $R_t$ :

$$W_{t-1} = W[M_{t-1}^s, \rho_t, R_t, P_t^c] \quad (63)$$

El efecto de los cambios en cada uno de los argumento sobre  $W_{t-1}$  está determinado por las siguientes desigualdades:<sup>10</sup>

$$W_m = \frac{1}{P_t^c} > 0 \quad (64)$$

$$W_\rho = \frac{F_k K_{t-1}^k}{R_t} > 0 \quad (65)$$

$$W_R = - \left[ \rho_t \frac{F_k K_{t-1}^k}{R_t^2} + \frac{G_k K_{t-1}^c}{R_t^2} \right] < 0 \quad (66)$$

<sup>10</sup> Las derivadas parciales asociadas son:  $W_M \equiv \partial W[\cdot] / \partial M_{t-1}$ ,  $W_\rho \equiv \partial W[\cdot] / \partial \rho_t$ ,  $W_R \equiv \partial W[\cdot] / \partial R_t$ ,  $W_{P^c} \equiv \partial W[\cdot] / \partial P_t^c$ .

$$W_{P^c} = -\frac{M_{t-1}}{(P_t^c)^2} < 0 \quad (67)$$

Análogamente es posible especificar las derivadas parciales asociadas con el nivel de riqueza al final del periodo, la cual sería una función de los mismos argumentos excepto por la cantidad de dinero correspondiente al final del periodo:

$$W_{t-1} = W[M_t^s, \rho_t, R_t, P_t^c] \quad (68)$$

Los signos de la derivadas parciales serían prácticamente los mismos. La ventaja de adoptar  $W_{t-1}$  es que simplifica el proceso de determinación de las variables endógenas, además los resultados principales no cambian si trabajamos con la riqueza final o inicial.

#### 2.4 Estructura algebraica simplificada

El conjunto de ecuaciones del modelo económico se puede expresar en términos del precio relativo  $\rho_t$ , tal como se ilustra en el Cuadro 2 donde se muestran las distintas condiciones de equilibrio de los mercados.<sup>11</sup>

**Cuadro 2**  
**Estructura algebraica simplificada**

$$\eta^{cd}[\rho_t] + \eta^{kd}[\rho_t] = \eta^s[\rho_t] \quad (69)$$

$$I[q^k(R_t), q^c(\rho_t, R_t)] = Q_t^k = f[\rho_t] \quad (70)$$

$$C[Z(\rho_t), R_t, W(M_{t-1}^s, \rho_t, R_t, P_t^c)] = Q_t^k \cdot g[\rho_t] \quad (71)$$

$$L[Z(\rho_t), R_t, W(M_{t-1}^s, \rho_t, R_t, P_t^c)] = M_t^s / P_t^c \quad (72)$$

Variables endógenas	$\rho_t, R_t, P_t^c, M_t^s$
Variables predeterminadas	$K_t^k, K_t^c, M_{t-1}^s$

<sup>11</sup> Nótese que las funciones de producción dependen exclusivamente del precio relativo, además están incorporadas en las condiciones de equilibrio de cada mercado de mercancías, incluyendo el de dinero.

La ecuación (69) es la condición de equilibrio del mercado de trabajo agregado, mientras que (70) y (71) representan las condiciones de equilibrio de los mercados de capital y consumo, respectivamente. La condición de equilibrio del mercado monetario está representada por (72). El procedimiento es concebir el análisis de estas ecuaciones en términos de la separación del sector real y el monetario. Sin embargo, tal concepción no es propia de esta estructura algebraica, por el contrario, existe al menos una variable nominal que se determina en el sector real de la economía. En efecto, el precio nominal de los bienes de consumo se determina en el mercado de bienes de consumo. La explicación es como sigue:

1. En (69) el mercado de trabajo determina el precio relativo de los bienes  $\rho_t$ .
2. En (70) la tasa de rendimiento (o tasa de interés)  $R_t$  se ajusta para establecer el equilibrio de cada mercado de bienes de capitales físicos;
3. Dados  $\rho_t$  y  $R_t$ , en (71) el mercado de bienes de consumo determina el nivel de precios de los bienes de consumo  $P_t^c$  (una variable nominal); y
4. Una vez que son conocidos  $\rho_t$ ,  $R_t$  y  $P_t^c$ , en (72) el mercado monetario determina la cantidad de dinero  $M_t^s$ .<sup>12</sup>

Como se indicó  $M_t^s$  es una variable endógena, por eso  $M_{t-1}^s$  tiene que ser el instrumento de la política monetaria. La disociación entre las cantidades de dinero de inicio y de fin de periodo es una exigencia para lograr la coherencia interna, en el sentido de que al final del periodo las autoridades monetarias están obligadas a satisfacer la demanda de liquidez procedente del funcionamiento de la economía en su conjunto. El proceso de oferta monetaria recobra así su aspecto práctico, a saber que el banco central podría incidir sobre la economía, pero donde esta última también influye sobre la cantidad de dinero que la autoridad monetaria debe fijar para el siguiente periodo.

<sup>12</sup> En el caso de la riqueza de fin de periodo, la determinación de las variables endógenas será otra vez secuencial con tres bloques en vez de cuatro como sucede con el enfoque de la riqueza inicial del periodo. El primer y segundo bloques son los mismos, de manera que el mercado agregado de trabajo determina el precio relativo de las mercancías y el mercado de bienes de capital físico establece la tasa de interés. La diferencia está en el tercer bloque, el cual incluye a dos mercados: el de bienes de consumo y el monetario. La interacción de estos dos mercados permite establecer simultáneamente tanto el precio monetario de bienes de consumo como la cantidad de dinero, es decir, existe una simultaneidad en la determinación de las variables endógenas para el subconjunto de ecuaciones.

La preservación del equilibrio monetario es posible gracias a la ausencia de choques sobre la economía, si se presenta alguno entonces la tasa de interés, los precios nominales y la cantidad de dinero tendrán que ajustarse. Empero, el precio relativo de los bienes de capitales y la tasa de salario real podrían permanecer iguales dependiendo de la fuente del disturbio. Por ejemplo, un cambio de la productividad marginal del capital físico tendrá efectos no sólo en los precios nominales y la cantidad de dinero, también sobre el precio relativo y la tasa de salario real (Visser, 2002: 528). Por otro lado, si a los precios vigentes se desplegara mayor disposición a comprar bienes, no habrá efectos sobre la tasa de salario real ni en los precios relativos, únicamente sobre la cantidad de dinero y los precios monetarios. Los resultados son distintos debido a que en un caso cambia el lado de la demanda, mientras que en el otro hay una perturbación por el lado de la oferta de los bienes. En cualquier caso, sin embargo, habrá una recomposición del producto demandado al nivel que establece la oferta de los sectores productivos.

### **3. Un cambio de la inclinación a invertir en bienes de capitales físicos**

En términos de la estructura de dos sectores corporativos con precios flexibles, sería interesante examinar la vieja discusión entre Keynes y los clásicos sobre el efecto en la tasa de interés (variable endógena) de una mayor propensión a invertir (variable exógena). De acuerdo con la interpretación de Hicks, las ecuaciones de ahorro e inversión determinan la tasa de interés, por lo cual una mayor inclinación a invertir significará un incremento en la tasa de interés. Por otro lado, según la crítica de Keynes (1936) la tasa de interés se determina por la ecuación de la preferencia por la liquidez, razón por la cual un aumento de la propensión a invertir no conduciría a un incremento en la tasa de interés.

Con el propósito de dilucidar tal debate en el marco de dos sectores productivos presentamos una versión linealizada<sup>13</sup> del modelo económico, tal como se exhibe en el Cuadro 3. Obsérvese que en dicha presentación el cambio del entorno económico está capturado por  $dI_0 > 0$ , el cual representa una mayor inclinación a invertir y se encuentra incorporado en la ecuación (74).

<sup>13</sup> Dado que no consideramos formas funcionales particulares, no podemos manipularlas algebraicamente a menos que sean expresadas en diferenciales (a cada serie se la aplica el desarrollo de la serie de Taylor de orden uno), perspectiva conocida como versión linealizada del conjunto de ecuaciones.

**Cuadro 3**  
**Un incremento en la demanda por inversión**

$$\left[ \eta^{cd} + \eta^{kd} \right] d\rho_t = \eta^s_\rho d\rho_t \quad (73)$$

$$\left[ I_2 q_p^c \right] d\rho_t + \left[ I_1 q_R^k + I_2 q_R^c \right] dR_t + dI_0 = f' \rho_t^{14} \quad (74)$$

$$\left[ C_1 Z' + C_3 W_\rho \right] d\rho_t + \left[ C_2 + C_3 W_R \right] dR_t + C_3 W_{P^c} dP^c = g' d\rho_t \quad (75)$$

$$\left[ L_1 Z' + L_3 W_\rho \right] d\rho_t + \left[ L_2 + L_3 W_R \right] dR_t + \left[ L_3 W_{P^c} + \frac{M_t^s}{(P_t^c)^2} \right] dP^c = \frac{dM_t^s}{P_t^c} \quad (76)$$

Variables endógenas

$$d\rho_t, dR_t, dP_t^c, dM_t^s$$

Variables predeterminadas

$$dI_0$$

Los resultados del análisis de estática comparativa son inmediatos ya que por (73) el precio relativo no experimenta ningún cambio, siendo  $d\rho_t = 0$ . La inflexibilidad del precio relativo implica la invariabilidad de la tasa de salario real medida en unidades de bienes de consumo, lo cual se verifica gracias al supuesto de la perfecta movilidad del trabajo entre los sectores industriales y la propiedad de estabilidad del equilibrio del mercado agregado de trabajo. Cuando se alcanza la tasa de salario, la cual que rige para ambos sectores productivos, la exigencia de estabilidad del equilibrio del mercado de trabajo agregado significa que el precio relativo es tal que permite preservar la tasa de salario real para vaciar dicho mercado y coadyuvar así a la ocupación plena de los recursos.

Por otro lado, la ecuación (74) se reduce a  $\left[ I_1 q_R^c + I_2 q_R^c \right] dR_t + dI_0 = 0$ , por lo cual con la ayuda de (20) y (24) –donde se establece que  $I_2 > 0$  y  $q_R^c < 0$ – se puede calcular  $dR_t / dI_0$  de manera que la tasa de interés aumenta con una mayor propensión a invertir, tal como se verifica por la siguiente derivada:

$$\frac{dR_t}{dI_0} = - \frac{1}{I_1 q_R^k + I_2 q_R^c} > 0 \quad (77)$$

<sup>14</sup> Las derivadas correspondientes son:  $I_1 \equiv dI[\cdot] / dq_t^k$  y  $I_2 \equiv dI[\cdot] / dq_t^c$ .

En virtud de este impacto sobre la tasa de interés nominal, de la ecuación (75) se puede observar que  $[C_2 + C_3W_R] dR_t + C_3W_{P^c} dP^c = 0$ , lo cual implica el siguiente multiplicador:

$$\frac{dP_t^c}{dI_0} = \frac{C_2 + C_3W_R}{C_3W_{P^c}} \frac{1}{I_1q_R^k + I_2q_R^c} < 0 \quad (78)$$

Por consiguiente, el precio monetario de los bienes de consumo disminuye en presencia de una mayor inclinación a invertir. Esto último implica que la tasa de salario nominal cambiará en la misma proporción para mantener intacta la tasa de salario real.

Ahora bien, al aumentar la tasa de interés y bajar el precio de los bienes de consumo, el mercado de dinero se ve afectado. Por un lado, la demanda por liquidez se contrae debido al incremento en la tasa de interés, y por otro lado, la oferta de saldos reales (medido en unidades de bienes de consumo) desciende, de tal manera que ya no se verifica el vaciamiento del mercado monetario. Se pudiera pensar que el equilibrio monetario se restaura pronto debido a que la oferta y demanda de saldos reales se mueven en la misma dirección. No obstante, esto último es muy improbable debido a la presencia del efecto riqueza en la demanda por liquidez, por lo cual la cantidad de dinero nominal se ajustará hacia abajo. A este respecto, el impacto sobre el circulante de una mayor inclinación a invertir está calculado por el siguiente multiplicador:

$$\frac{dM_t^s}{dI_0} = \frac{1}{I_1q_R^k + I_2q_R^c} \left\{ \left[ \frac{M_t^s}{P_t^c} - L_3 \frac{M_{t-1}^s}{P_t^c} \right] \left[ \frac{C_2 + C_3W_R}{C_3W_{P^c}} \right] - [L_2 + L_3W_R] \right\} < 0 \quad (79)$$

Para establecer el signo del multiplicador (79), tomamos en cuenta (38) de la cual se sabe que  $0 \leq L_3 \leq 1$ , por lo que si  $L_3$  fuese casi la unidad, bastará asumir que se tiene  $M_t^s - M_{t-1}^s \geq 0$  para que sea negativa. Desde luego, si el *stock* de dinero al final del periodo se reduce, entonces la brecha  $M_t^s - M_{t-1}^s$  podría ser cada vez menor e incluso negativa.

Desde la perspectiva del debate entre Keynes y los clásicos, es obvio que la razón está del lado de los clásicos ya que en definitiva la tasa de interés nominal se incrementa cuando se produce una mayor inclinación a invertir. Lo que interesa

empero es cómo la economía se ajusta para alcanzar el nuevo equilibrio. Durante el proceso de transición hacia el nuevo equilibrio el precio relativo de los bienes de capital aumenta debido a la mayor inclinación a invertir, no obstante la distorsión en el precio relativo empieza a desaparecer tan pronto como se incrementa la tasa de interés. De esta manera, después que la situación inicial consiste en un desplazamiento hacia la derecha de la curva de demanda de bienes de capital, también la curva de la demanda de bienes de consumo se traslada a la izquierda.<sup>15</sup>

Estos desplazamientos ocasionan una reducción del precio nominal de los bienes de consumo y de capital. De esta manera, el precio nominal de los bienes de capital aumenta inicialmente para luego disminuir más allá de su nivel inicial. La disminución de ambos precios nominales será proporcional para eliminar cualquier distorsión del precio relativo. En la restauración del precio relativo coadyuvan también desplazamientos-ajustes de las curvas de oferta de bienes de cada mercado, de manera que al final no sólo se logra restablecer el precio relativo inicial sino también se recupera la composición de la producción de los sectores industriales.<sup>16</sup> La contracción de la liquidez se explica naturalmente por la deflación de todos los precios nominales ya que de otra manera el mercado monetario tendría un desajuste permanente.

#### 4. Un cambio de la cantidad de dinero inicial

Nos interesa examinar la naturaleza de la proposición de neutralidad del dinero en una estructura de dos sectores productivos.<sup>17</sup> Las ecuaciones del Cuadro 4 incluyen la variación de la cantidad de dinero al principio del periodo  $dM_{t-1}^s$  como instrumento de la política monetaria.

<sup>15</sup> La justificación para razonar en términos de curvas de demanda y de oferta (diagrama de precios y cantidades con pendientes habituales) se basa en la idea de que la oferta de los bienes no es otra cosa que una función de costo marginal ascendente (cociente del salario monetario y la productividad del trabajo), mientras que la curva de demanda de una mercancía depende inversamente de su propio precio relativo y del precio de la otra mercancía (por medio de la  $q$  de Tobin, además de la tasa de interés y de la riqueza real).

<sup>16</sup> Al disminuir la tasa de salario monetario, *ceteris paribus*, en cada sector productivo la curva de oferta de bienes se desplaza hacia abajo, lo cual significa que las empresas están dispuestas a ofrecer una mayor cantidad de producto al precio vigente.

<sup>17</sup> Visser (2002: 531) enumera las condiciones suficientes para que se verifique la neutralidad del dinero, entre las cuales se encuentran flexibilidad de precios, ausencia de ilusión monetaria e inexistencia de cambios en las expectativas; suponemos que dichos factores se verifican.

**Cuadro 4**  
**Un incremento en la cantidad de dinero inicial**

$$\left[ \eta^{cd} + \eta^{kd} \right] d\rho_t = \eta^s_\rho d\rho_t \quad (80)$$

$$\left[ I_2 q_p^c \right] d\rho_t + \left[ I_1 q_R^k + I_2 q_R^c \right] dR_t = f' \rho_t^{18} \quad (81)$$

$$\left[ C_1 Z' + C_3 W_\rho \right] d\rho_t + \left[ C_2 + C_3 W_R \right] dR_t + C_3 W_{P^c} dP^c + C_3 W_M dM_{t-1}^s = g' d\rho_t \quad (82)$$

$$\left[ L_1 Z' + L_3 W_\rho \right] d\rho_t + \left[ L_2 + L_3 W_R \right] dR_t + \left[ L_3 W_{P^c} + \frac{M_t^s}{(P_t^c)^2} \right] dP^c + L_3 W_M dM_{t-1}^s = \frac{dM_t^s}{P_t^c} \quad (83)$$

VARIABLES ENDÓGENAS

$d\rho_t, dR_t, dP_t^c, dM_t^s$

VARIABLES PREDETERMINADAS

$dM_{t-1}^s$

Por la ecuación (80) se tiene que en el largo plazo los precios relativos no cambian, razón por la cual  $d\rho_t = 0$ . Además, tampoco cambia la tasa de salario real, de manera que  $d(\omega_t / P_t^c)$ . Ahora bien, de (81) se deduce que la tasa de interés tampoco sufrirá cambios, por ende  $dR_t = 0$ . En consecuencia, (82) se reduce a  $C_3 W_{P^c} dP^c + C_3 W_M dM_{t-1}^s = 0$ , por lo cual:

$$\frac{dM_t^s}{dM_{t-1}^s} = -\frac{W_M}{W_{P^c}} > 0 \quad (84)$$

Esta ecuación nos dice que el precio nominal de los bienes de consumo aumentará en proporción con la cantidad inicial de dinero, el factor de proporcionalidad es  $-W_M / W_{P^c}$ . Este mismo factor de escala es la medida en que cambian tanto el precio monetario de los bienes de capital como de la tasa de salario nominal.

Dado el impacto sobre los precios monetarios, después de algunas manipulaciones de la ecuación (83) llegamos al siguiente multiplicador:

$$\frac{dM_t^s}{dM_{t-1}^s} = -\frac{M_t^s}{P_t^c} \frac{W_M}{W_{P^c}} > 0 \quad (85)$$

<sup>18</sup> Las derivadas correspondientes son:  $I_1 \equiv dI[\cdot] / dq_t^k$  y  $I_2 \equiv dI[\cdot] / dq_t^c$ .

La cantidad de dinero al final del periodo también se ajusta en la misma dirección que la cantidad de dinero inicial.

Por lo tanto, tenemos el mismo resultado de un modelo macroeconómico unisectorial de precios flexibles donde se verifica la proposición de neutralidad del dinero. En esta versión de dos sectores productivos, sin embargo, la novedad es que el *stock* de dinero al final del periodo es una variable endógena, por lo que la proposición de neutralidad procede del *stock* de dinero al inicio del periodo. Por supuesto, es imperioso que se cumplan las condiciones suficientes para la validez de dicha proposición desde la perspectiva del análisis de estática comparativa que indica Visser (2002). No obstante, lo distintivo del alcance de los resultados es que no sólo los precios monetarios sino también la cantidad de dinero al final del periodo se mueven en la dirección de la cantidad de dinero inicial, siendo así más general comparado al caso unisectorial.

## Conclusiones

Hemos aceptado que el capital físico está fijo al nivel de la economía en su conjunto y que el capital es inmóvil entre las industrias en una economía de dos sectores productivos y de precios flexibles. Este artículo pone de manifiesto un aspecto particular sobre la naturaleza de la ocupación plena de los recursos productivos: la relación positiva entre la tasa de salario real y el precio relativo de los bienes de capital como una exigencia de la movilidad sectorial del trabajo. La integración de los mercados de trabajo sectoriales implica la idealización de que el mercado de trabajo agregado es el lugar donde se establecen la tasa de salario real y el precio relativo de los bienes. Lo anterior significa el predominio del mercado de trabajo agregado sobre el resto de los mercados con una causalidad unidireccional de la oferta hacia la demanda (esta última se ajusta a la primera). Una vez que la composición de la producción sectorial ofrecida está establecida por los precios relativos, lo único que resta es la adaptación de la demanda a la oferta. En este sentido, las variables reales son independientes de las variables nominales, éstas sólo son un velo para la economía real. Por tal motivo, cuando ocurre algún choque de la demanda sectorial es necesario un reajuste de los precios nominales (incluyendo el circulante monetario correspondiente al final del periodo), de tal suerte que el conjunto de precios relativos inicial de ocupación plena de los recursos de la economía no cambie. En esta disposición de ideas se verifica también la proposición de neutralidad del dinero asociado con una estructura más general comparado con el caso unisectorial.

En el futuro la comprensión más profunda del modelo de dos sectores productivos con precios flexibles nos obligará a explorar otras cuestiones, no sólo en relación con la especificación de las relaciones involucradas sino también en lo referente a la dinámica económica. Por ejemplo, siguiendo a Klausinger (2000) es necesario considerar la riqueza de fin de periodo en todas las relaciones del lado de la demanda de bienes. Por otro lado, el estudio de las cuestiones dinámicas permitirá evaluar mejor los resultados alcanzados, será importante la reflexión de los precios relativos asociados con el mercado de trabajo agregado. También se requerirá considerar la presencia de rigideces salariales nominales para describir los efectos de los choques de demanda sobre la composición y el nivel de la producción sectorial. En tal encomienda será importante volver a tomar en cuenta las especificaciones de las funciones de consumo, inversión y demanda de liquidez, las cuales sin duda tendrán un papel más importante del que hasta ahora han desempeñado.

### Referencias bibliográficas

- Barens, I. (1999). "The Keynes a Hicks -an aberration? IS/LM and the analytical nucleus of the General Theory", en P. Howit P., E. de Antoni y Axel Leijonhufvud, *Money, Markets and Method*, Edward Elgar, pp. 85-99.
- Barro, R. (1993). *Macroeconomics*, John Wiley & Sons, Inc.
- Benavie, A. (1976). "Monetary and Fiscal Policy in a Two-Sector Keynesian Model", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 8, num. 1, pp. 63-84.
- Henderson, D. W. and T. Sargent (1973). "Monetary and Fiscal Policy in a Two-Sector Aggregative Model", *The American Economic Review*, vol. 63, num. 3, pp. 345-365.
- Hicks, J. R. (1937). *Dinero, Interés y salarios*, México: FCE, pp.101-114.
- Keynes, J. M. (1936). *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, México: FCE.
- Klausinger, H. (2000), "Walras' Law and the IS-LM Model: A Tale of Progress and Regress", *Department of Economics Working Paper Series*, núm. 69, Vienna University of Economics & B.A.
- Lizarazu, E. (2002). "El Modelo SI/LL de J. R. Hicks: Keynes y los Clásicos", *Investigación Económica*, vol. LXII, núm. 242, pp. 81-121.
- (2001). "El Modelo Algebraico de J.E. Meade: Una Simplificación del Sistema Económico de Keynes", *Investigación Económica*, vol. LXI, núm. 238, pp. 69-107.
- Leijonhufvud, A. (1968). *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*, Oxford University Press.

- Mackay, R. J. and R. N. Waud (1973). "A Re-examination of Keynesian Monetary and Fiscal Orthodoxy in a Two-Sector Keynesian Paradigm", *The Canadian Journal of Economics*, vol. 8, num. 4, pp. 548-573.
- Meade, J. R. (1937). "A Simplified Model of Mr. Keynes's System", *Review of Economic Studies*, 4, pp. 98-107.
- Smith, G. W. and Starnes (1979). "A Short-Run Two-Sector Model with Immobile Capital", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol.11, num. 1, pp. 47-67.
- Visser, H. (2002). "Neutrality of Money", B. Snowdon y H. R. Vane, *An Encyclopedia of Macroeconomics*, Edward Elgar, pp. 526-533.