

La teoría de los mercados de asignación bilateral: una presentación

(Recibido: febrero/09—aprobado: julio/09)

*Jorge Luis Andere**

Resumen

En este artículo se hace una presentación de los mercados de asignación bilateral, con base en los resultados de estabilidad, existencia y comportamiento estratégico del caso más sencillo en la literatura: el modelo uno a uno o de matrimonio. Para profundizar en el comportamiento estratégico de los agentes, se examinan los ambientes con información perfecta e imperfecta. Para concluir, se comenta que aunado al desarrollo de la teoría, han aparecido estudios empíricos y se han hecho aplicaciones a casos reales.

Palabras clave: mercados de asignación bilateral, comportamiento estratégico, información perfecta, información imperfecta.

Clasificación JEL: C78.

* Funcionario de la SEP.

Introducción

Frecuentemente los economistas se han preocupado por corregir o evitar situaciones en los mercados que puedan conducir a estados económicamente ineficientes o injustos. La práctica común fue interpretar los resultados de la teoría económica para crear intervenciones públicas que corrijan problemas como surgimiento de externalidades, ausencia de competencia, existencia de bienes que no pueden tener precios de mercado, entre otros. Es así como ha surgido una larga lista de acciones públicas: política fiscal, de combate a la pobreza, de distribución del ingreso, de competencia, laboral, ambiental, etcétera (Sempere, 2004).

En esta perspectiva, la organización de los mercados está determinada por circunstancias que no pueden ser cambiadas y únicamente se puede aspirar a modificar sus consecuencias.

Por otra parte, una visión diferente ha tomado gradualmente notoriedad, la cual acepta que los mercados no son únicamente objeto de regulación, estos pueden ser diseñados y creados de tal manera que se obtengan mejores resultados. Un ejemplo es la literatura de los mercados de asignación bilateral, que estudia los emparejamientos entre agentes pertenecientes a grupos distintos. Su análisis desde una perspectiva de teoría de juegos cooperativos inició con el artículo “College admission and the stability of marriage” de Gale y Shapley (1962), quienes propusieron dos modelos: un mercado uno a uno en el que hombres y mujeres debían emparejarse con un integrante del otro grupo (modelo de matrimonio) y un mercado muchos a uno en el que era permitido que las universidades aceptaran a más de un estudiante (modelo de admisión universitaria).

En particular, la línea de investigación iniciada por Gale y Shapley (1962), estudia las condiciones para garantizar la presencia de mecanismos económicos que permitan emparejar integrantes de un grupo a integrantes del otro grupo (existencia), tal que los agentes no encuentren otra manera de mejorar su situación (estabilidad) y el uso de información falsa no mejore el bienestar de un participante a costa de la utilidad de otro u otros (no manipulabilidad).

El objetivo de este trabajo es hacer una introducción de la teoría de los mercados de asignación, con base en los resultados del modelo uno a uno. Por considerarse de especial importancia, se hace un resumen de las consecuencias que tiene para el comportamiento estratégico de los agentes contar con información completa o incompleta. A diferencia del artículo original de Gale y Shapley (1962), en donde los agentes son representados por hombres y mujeres, en este trabajo se emplean empresas y trabajadores, lo que tiene una mayor correspondencia con los mercados laborales.

La estructura del artículo es la siguiente. En la primer sección se presentan las características básicas del modelo uno a uno o de matrimonio, incluyendo las condiciones de estabilidad, el conjunto de asignaciones estables y las opciones estratégicas. En la segunda parte se profundiza el caso cuando la información que poseen los agentes es perfecta y se introduce el tema de la información imperfecta. En la tercera sección se discuten los brevemente los resultados teóricos previos, finalmente se presentan los comentarios finales.

1. Características del modelo uno a uno

1.1 Mercado

Existen dos conjuntos finitos y disjuntos de empresas y trabajadores, $F = \{f_1, \dots, f_{|F|}\}$ y $W = \{w_1, \dots, w_{|W|}\}$, respectivamente. Una empresa $f \in F$ tiene una lista ordenada de preferencias P_f sobre el conjunto $W \cup \{\emptyset\}$ y un trabajador $w \in W$ tiene un ordenamiento de preferencias P_w sobre el conjunto $F \cup \{\emptyset\}$, donde los conjuntos vacíos indican que está permitido que empresas y trabajadores se queden sin pareja en caso de que sean rechazados por todas sus opciones aceptables. El perfil de preferencias estrictas, completas y transitivas está representado por $P = \{P_{f1}, \dots, P_{f|F|}, P_{w1}, \dots, P_{w|W|}\}$. El orden débil asociado a P es denotado por R . El mercado de asignación se simboliza por la tripleta (F, W, P) y una asignación (o emparejamiento) es una función uno a uno $\mu : F \cup W \rightarrow F \cup W$ que cumple las siguientes características:

1. Si $\mu(f) \neq f$ entonces $\mu(f) \in W$.
2. Si $\mu(w) \neq w$ entonces $\mu(w) \in F$.
3. Es de orden dos (i.e., $\mu^2(x) = x$), lo que significa que si la empresa f es emparejado con w , entonces w es emparejado con f .

La pareja de x se representa por $\mu(x)$.

1.2 Estabilidad

Una empresa f (un trabajador w) bloquea una asignación μ si prefiere mantenerse sola (solo) a emparejarse con w (f). Una asignación μ es individualmente racional si no está bloqueada por ningún agente. Por su parte, un par (f, w) bloquea una asignación μ si $wP_f\mu(f)$ y $fP_w\mu(w)$, de tal manera que una asignación μ es estable si es individualmente racional y no tiene uno o más pares bloqueadores. El primer resultado relevante es que siempre existe al menos una asignación estable.

Teorema 1 (Gale y Shapley, 1962). Una asignación estable existe para cada mercado de asignación uno a uno.

Para la demostración del Teorema 1 es necesario emplear el algoritmo de Gale-Shapley (1962) o de aceptación diferida, que consiste en una sucesión de t pasos y asignaciones provisionales, en donde agentes de un lado del mercado hacen ofertas de manera decreciente con base en su lista de preferencias, mientras que los integrantes del otro lado del mercado rechazan o aceptan las propuestas que reciben. El algoritmo de AD funciona de la siguiente manera:

Paso 1. Cada empresa le hace una propuesta a su trabajador favorito, es decir, a aquél que ocupa el primer lugar en su lista de trabajadores aceptables. Por su parte, cada trabajador acepta la propuesta de la empresa que es su favorita y rechaza las que recibe de empresas inaceptables.

Paso t . Si una empresa no tiene pareja en el paso t , ésta le hace una oferta al trabajador que es su favorito entre aquéllos a los que nunca les ha hecho una oferta anteriormente, y los trabajadores aceptan la oferta preferida si es mejor que su asignación tentativa (en caso de que sea una empresa, dejaría a esta empresa en la nueva asignación tentativa). Una empresa que ha sido sucesivamente rechazada o abandonada por todos sus trabajadores aceptables ya no efectuará más propuestas y quedará sin pareja.

Final. El algoritmo se detiene cuando todas las empresas están emparejadas o hicieron ofertas a todos sus trabajadores aceptables. Entonces, la asignación tentativa se vuelve el resultado del algoritmo. Los trabajadores que no recibieron propuesta de alguna empresa aceptable se quedarán sin empleo.

Este resultado se obtiene para cualquier mercado de asignación bilateral uno a uno, independientemente del tipo de preferencias (estrictas o no) de los agentes.¹

1.3 Estructura del conjunto de asignaciones estables

Una asignación estable μ es F -óptima si cada empresa está por lo menos igual de bien que en cualquier otra asignación estable. De manera similar, una asignación estable ν es W -óptima si cada trabajador está por lo menos igual de bien que en cualquier otra asignación estable. Estas definiciones permiten enunciar el segundo resultado relevante obtenido por Gale y Shapley (1962), el cual indica que siempre existen asignaciones estables W - y F -óptimas.

¹ Cuando las preferencias no son estrictas para todos los agentes, es posible obtener los mismos resultados que en el caso de preferencias estrictas mediante una regla de desempate arbitraria entre dos opciones o parejas potenciales indiferentes.

Teorema 2 (Gale y Shapley, 1962). Cuando todas las empresas y trabajadores tienen preferencias estrictas, siempre existe una asignación estable F -óptima y una asignación estable W -óptima. La asignación estable μ_F producida por el algoritmo de AD con las empresas proponiendo es la asignación estable F -óptima. Por su parte, la asignación estable W -óptima es la asignación μ_w producida por dicho algoritmo cuando los trabajadores proponen.

El resultado anterior indica que cuando las preferencias son estrictas, las empresas tienen un interés en común: están de acuerdo sobre la mejor asignación estable. Por otro lado, este interés se contrapone al de los trabajadores debido a que la asignación estable óptima para las empresas es al mismo tiempo el peor emparejamiento estable para los trabajadores. En otras palabras, cualquier asignación estable que es la mejor para todas las empresas es el peor resultado para todos los trabajadores, y viceversa. El siguiente teorema formaliza esta idea.

Teorema 3 (Knuth; citado por Roth y Sotomayor, 1990). Cuando todos los agentes tienen preferencias estrictas, las preferencias comunes de los dos lados del mercado se oponen en el conjunto de resultados estables: si μ y μ' son asignaciones estables, todos las empresas considerarán a μ por lo menos igual de buena que μ' si y solo si todas los trabajadores consideran a μ' por lo menos igual de buena que μ .

Una consecuencia del Teorema 2 es que no existen dos empresas que señalen (indiquen o apunten) al mismo trabajador, por tanto existe una asignación en la que cada empresa es emparejada con el trabajador que señaló. Además, esta asignación es estable. El Teorema 3 establece que es posible obtener la asignación estable W -óptima, por ejemplo, pidiéndole a las empresas que señalen a su trabajador menos preferido.²

Este mismo fenómeno de señalización ocurre para elecciones más restrictivas. Por ejemplo, dadas dos asignaciones μ y μ' , se le pide a cada empresa que señale a su pareja favorita entre ambas asignaciones. Formalmente, cuando las preferencias son estrictas se puede definir, para dos asignaciones μ y μ' , una función característica sobre el conjunto $F \cup W$. Sea $\lambda = \mu \vee_F \mu'$ una función característica definida por:

1. $\lambda(f) = \mu(f)$ si $\mu(f)P_f \mu'(f)$ y $\lambda(f) = \mu'(f)$ de otra manera, $\forall f \in F$.
2. $\lambda(w) = \mu(w)$ si $\mu'(w)P_w \mu(w)$ y $\lambda(w) = \mu'(w)$ de otra manera, $\forall w \in W$.

² Los resultados de los teoremas 2 y 3 no necesariamente se cumplen cuando algunos agentes son indiferentes entre algunas de sus posibles parejas.

De igual forma, se puede definir una función característica $\tau = \mu \wedge_F \mu'$ que proporciona a cada empresa su pareja menos preferida y a cada trabajador su pareja preferida. El siguiente resultado se conoce como el Teorema de la Retícula.

Teorema 4: Teorema de la Retícula (Conway; citado por Roth y Sotomayor, 1990). Cuando todas las preferencias son estrictas, si μ y μ' son asignaciones estables, entonces las funciones $\lambda = \mu \vee_F \mu'$ y $\tau = \mu \wedge_F \mu'$ también son asignaciones estables.

1.4 Juego de reporte

Una vez que se conocen los tipos de asignaciones que se esperan obtener, el siguiente paso es establecer el comportamiento esperado por parte de los agentes, es decir, identificar los incentivos que tienen los agentes para reportar o no sus preferencias verdaderas.

Sea el mercado de matrimonio (F, W, P) , cuyo resultado es determinado por un planificador que aplica el algoritmo de AD con base en los perfiles de preferencias reportados por los agentes.³ Esto implica que cada empresa f con preferencias P_f enfrenta el problema de decidir el ordenamiento de preferencias $\tilde{P}_f$ que le conviene reportar al planificador, mientras que cada trabajador w tiene el mismo problema con los ordenamientos P_w y $\tilde{P}_w$.

Una estrategia $\tilde{P}_w$ para un trabajador w es una ordenación de $F \cup \{\emptyset\}$, mientras que el espacio estratégico D_w es el conjunto de todas las posibles ordenaciones de $F \cup \{\emptyset\}$. Simétricamente, una estrategia $\tilde{P}_f$ para una empresa f es una ordenación de $W \cup \{\emptyset\}$ y el espacio estratégico D_f es el conjunto de todas las posibles ordenaciones de $W \cup \{\emptyset\}$.

El algoritmo de AD empleado por el planificador generará una asignación que es una función de las preferencias que se declaran, es decir, el planificador produce una asignación $\mu = AD(\tilde{P})$, donde $AD(\cdot)$ es la función que describe el resultado del algoritmo de AD para cualquier conjunto de estrategias reportadas $\tilde{P}$. Así, el juego estratégico se representa como $(F \cup W, P, \{D_i\}, AD(\cdot))$, para cada $i \in F \cup W$.

Para el agente i , P_i es una estrategia dominante o débilmente dominante si es la mejor respuesta a cualquiera de los perfiles estratégicos de los demás agentes. Formalmente, se dice que P_i es una estrategia dominante si $AD(P_i, \tilde{P}_{-i}) P_i AD(\tilde{P}_i, \tilde{P}_{-i})$ para toda estrategia alternativa $\tilde{P}$ y para cualquier perfil de estrategia $\tilde{P}_{-i}$ reportada por los demás agentes, mientras que se dice que P_i es débilmente dominante si $AD(P_i, \tilde{P}_i) R_i AD(\tilde{P}_i, \tilde{P}_{-i})$. Por el contrario, P_i es una estrategia dominada y débilmente dominada si $AD(\tilde{P}_i, \tilde{P}_{-i}) P_i AD(P_i, \tilde{P}_{-i})$ y $AD(\tilde{P}_i, \tilde{P}_{-i}) R_i AD(P_i, \tilde{P}_{-i})$, respectivamente.

³ En una asignación centralizada se envía una lista de preferencias a un planificador. Por su parte, en una asignación descentralizada se hacen ofertas a la contraparte en lugar de enviar una lista de preferencias.

Un mecanismo de asignación es a prueba de estrategias, si una estrategia dominante para cada agente es declarar sus preferencias verdaderas. Así, se dice que el algoritmo de AD es a prueba de estrategias si $AD(P_i, P_{-i}) P_i AD(P'_i, P_{-i})$, para todos los perfiles P_i y P'_i y cualquier perfil P_{-i} reportado por el resto de agentes, donde P_i es la verdadera ordenación de preferencias de i y P'_i es una falsa. Un mecanismo es a prueba de estrategias por grupo, si una estrategia dominante para cualquier subconjunto de jugadores es declarar sus preferencias verdaderas. Es decir, sea $C \subset (F \cup W)$ con más de un elemento, el algoritmo de AD es un mecanismo a prueba de estrategia por grupo si $AD(P_C, P_{-C}) P_C AD(P'_C, P_{-C})$, donde P_C es el verdadero perfil de preferencias de C y P'_C es uno falso.

Un perfil de estrategias forma un equilibrio de Nash si ningún jugador puede alcanzar un pago más alto cambiando de estrategia, dado que los demás no cambian las suyas. Formalmente, $\tilde{P} = \{\tilde{P}_{f_1}, \dots, \tilde{P}_{f_{|F|}}, \tilde{P}_{w_1}, \dots, \tilde{P}_{w_{|W|}}\}$ es un equilibrio de Nash si $AD(\tilde{P}) P_f AD(P'_f, \tilde{P}_{-f})$ para toda $f \in (F \cup W)$ y para todo $P'_f \in D_f$. Un equilibrio de Nash fuerte ocurre cuando no existe un subconjunto de jugadores que pueda alcanzar un pago mejor para todos sus miembros cambiando sus estrategias. Es decir, $\tilde{P} = \{\tilde{P}_C, \tilde{P}_{-C}\}$ es un equilibrio de Nash fuerte si $AD(\tilde{P}) P_C AD(P'_C, \tilde{P}_{-C})$ para todo $C \in (F \cup W)$ y para todo $P'_C \in D_C$.

2. Información

2.1 Información completa

A continuación se presentan las principales consecuencias del problema de asignación cuando los agentes poseen información perfecta sobre las preferencias de los demás participantes. El siguiente resultado, conocido como el Teorema de Imposibilidad de Roth, establece que es imposible diseñar un mecanismo que genere asignaciones estables (en términos de las preferencias reportadas) y que al mismo tiempo permita que una estrategia dominante para cada agente sea declarar sus preferencias verdaderas.

Teorema 5: Teorema de Imposibilidad de Roth (Roth, 1982). No existe un mecanismo de asignación estable para el cual declarar preferencias honestamente sea una estrategia dominante para cada agente.

Alcalde y Barberà (1994) proporcionan una versión más general del Teorema de Imposibilidad de Roth. Estos autores descubrieron que, aún relajando los requerimientos de estabilidad de una asignación μ que únicamente sea individualmente racional, no existe un mecanismo de asignación estable que sea a prueba de estrategias. Es decir, la existencia de un par bloqueador (f, w) tal que $w P_f \mu(f)$ y $f P_f$

$\mu(w)$ no es una condición necesaria para que una mecanismo estable sea manipulado en busca de un mejor resultado por parte de los agentes (por ejemplo, únicamente se requeriría que $wP_f\mu(f)$).

En cuanto a los incentivos individuales que tienen las empresas para reportar deshonestamente sus preferencias cuando se emplea un mecanismo que lleva a una asignación estable F -óptima, Dubis y Freedman (1981) y Roth (1982) descubrieron que el problema de reporte es limitado, puesto que una empresa no tiene incentivos para mentir bajo un mecanismo con estas características (e independientemente de las preferencias).

Teorema 6 (Dubis y Freedman, 1981; Roth, 1982). El mecanismo que lleva a la asignación estable F -óptima (en términos de las preferencias reportadas) hace que una estrategia dominante para cada empresa f sea indicar sus preferencias verdaderas.

Ampliando el análisis al tema de la manipulación por grupo, Dubis y Freedman (1981) también encontraron que dicho mecanismo es a prueba de estrategias por grupo para el lado del mercado que propone primero.

Teorema 7 (Dubis y Freedman, 1981). Dado que P son las preferencias verdaderas de los agentes y que $\bar{P}$ difiere de P en que una coalición de empresas $\bar{F} \subset F$ no declara sus verdaderas preferencias, no existe una asignación estable μ para $\bar{P}$ que sea preferida a μ_F para todos los miembros de $\bar{F}$.

Para ambos resultados, Dubis y Freedman (1981) emplean una manipulación consistente en una ordenación falsa de preferencias en la que se agregan otras opciones y/o cambian el orden de las opciones relevantes. En las estrategias que cambian el orden de las preferencias, $P_w^{f \leftrightarrow f'}$ es la ordenación en la que w intercambia los lugares de f y f' en su lista de preferencias. Formalmente, cada empresa f con preferencias verdaderas P_f se enfrenta al problema de decidir la ordenación de preferencias $\tilde{P}_f$ que debe reportar.

Si la honestidad es la mejor respuesta para las empresas cuando se emplea un mecanismo F -óptimo, las cosas podrían ser diferentes para un trabajador o coalición de trabajadores. En el Teorema 8, Gale y Sotomayor (1985b) encuentran que un trabajador puede alcanzar una asignación W -óptima mediante estrategias de equilibrio de Nash, falsificando apropiadamente sus preferencias.

Teorema 8 (Gale y Sotomayor, 1985b). Cuando las preferencias son estrictas, se emplea un mecanismo estable F -óptimo y existe más de una asignación estable, no existe un equilibrio de Nash en el cual reportar sus verdaderas preferencias sea una estrategia dominante para un trabajador, asumiendo que el resto dice la verdad.

Al igual que en el caso para un trabajador, el Teorema 9 muestra que una coalición de trabajadores puede alcanzar una asignación W -óptima falsificando apropiadamente sus preferencias.

Teorema 9 (Gale y Sotomayor, 1985b). Sea P' un conjunto de preferencias tal que cada empresa declara sus verdaderas preferencias y cada trabajador declara una lista de preferencias en la que clasifica a las empresas en el mismo orden que sus preferencias verdaderas, pero coloca como inaceptables a todas las empresas que están por debajo de $\mu_W(w)$. Estas preferencias son un equilibrio de Nash fuerte para los trabajadores en el juego inducido por un mecanismo de asignación estable M -óptimo (y μ_W es la asignación que resulta).

Las estrategias empleadas por Gale y Sotomayor (1985b) se conocen como estrategias truncadas. Consisten en que un agente elimina de su lista de preferencias a un subconjunto de elementos que son preferidos a la alternativa de no quedar emparejados. Formalmente, un truncamiento de P con k elementos aceptables es una lista P' con $k' \leq k$ agentes aceptables tales que los k' elementos de P' son los primeros k' elementos de P , manteniendo el mismo orden.

Demange, Gale y Sotomayor (1987) se preguntan hasta qué punto un mecanismo de asignación estable puede ser manipulado. Para responder lo anterior, consideran una coalición integrada por empresas y trabajadores.

Teorema 10: Teorema de No Manipulación (Demange, Gale y Sotomayor, 1987). Para todos los integrantes de una coalición de empresas y trabajadores $C \subset (F \cup W)$, declarar las preferencias verdaderas es un equilibrio de Nash fuerte.

Este resultado también se denomina Teorema de los Límites de la Manipulación Exitosa y es una generalización del Teorema 2. Del Teorema 10 se desprende que siempre existirá un integrante de la coalición que reportando deshonestamente $\bar{P}$ en lugar de P no estará mejor que en un resultado estable obtenido a través del reporte de P , sin importar cual asignación estable producto de declarar $\bar{P}$ es elegida. Por ejemplo, si la coalición está integrada únicamente por empresas, por lo menos una de éstas no podrá estar peor en la asignación F -óptima producto de declarar las preferencias verdaderas que como se encontraría en una asignación estable resultado de reportar las preferencias falsas.

2.2 Información incompleta

Roth y Rothblum (1999) y Ehlers (2004) obtienen resultados que brindan asesoría sobre cómo deben comportarse los agentes en mercados de asignación cuando tienen información limitada sobre el resto de participantes. Como indican los resultados previos, en mercados con asignaciones estables —excepto cuando sólo hay una asignación estable— los participantes pueden mejorar si no revelan sus verdaderas preferencias. Aún más, en equilibrio, cuando los agentes mienten, el algoritmo de AD continúa produciendo asignaciones estables con respecto a las verdaderas pre-

ferencias. Sin embargo, dichas estrategias de equilibrio requieren que los agentes posean información perfecta sobre las preferencias en ambos lados del mercado, que es más información de la que tienen en la práctica.

En el modelo de Roth y Rothblum (1999) los trabajadores no pueden distinguir entre las preferencias de dos empresas, es decir, no tienen información suficiente para identificar plenamente los incentivos de los demás agentes. Los autores establecen la existencia de una asignación aleatoria $\tilde{p}$ cuyo rango es el conjunto de todas las asignaciones posibles. Dadas las asignaciones aleatorias $\tilde{p}$ y $\tilde{p}'$, un trabajador $w \in W$ y un perfil de preferencias P_w sobre $F \cup \{w\}$, se dice que $\tilde{p}' P_w$ -domina estocásticamente a $\tilde{p}$ si $Pr\{\rho'(w)R_{\tilde{p}'w}\mu\} \geq Pr\{\rho(w)R_{\tilde{p}w}\mu\}$.⁴

La estructura de información puede tener diferentes grados de detalle, que permite establecer que tan diferenciada está la información de los trabajadores. Se entiende por diferenciada la capacidad o recursos con los que cuenta un trabajador para distinguir entre las diferentes empresas:

- 1) Sea $\tilde{P}_{-w}$ un perfil de preferencias aleatorias que representa las creencias de w sobre las preferencias declaradas de los demás. Para distintas empresas f y f' , se dice que la variable aleatoria es $\{f, f'\}$ -simétrica si las distribuciones de $\tilde{P}_{-w}$ y $(\tilde{P}_{-w})^{f \leftrightarrow f'}$ coinciden. Por ejemplo, las creencias de w son $\{f, f'\}$ -simétricas si sabe que f y f' prefieren a w' y w'' , pero no conoce otra diferencia entre las preferencias de f y f' acerca de los demás trabajadores. Además, w conoce P_w .
- 2) Referente a información más compleja, sea $\{F, \dots, F_p\}$ una partición de F . Se dice que las creencias $\tilde{P}_{-w}$ de w sobre las preferencias de los demás son F_k -simétricas (para cada $k = 1, \dots, p$) si w tiene información que es suficiente para diferenciar empresas en diferentes conjuntos, pero insuficiente para distinguir entre las preferencias a ser esperadas por y sobre empresas dentro del mismo conjunto.

Si la información está particionada en grupos de una sola empresa, el trabajador será capaz de reconocer a cada empresa f .⁵ Pero a medida que una partición de F tiene más elementos, un trabajador no puede distinguir entre las empresas pertenecientes a un mismo conjunto, es decir, su información es menos diferenciada. Cuando un trabajador no puede apreciar diferencias entre todas las empresas existentes, se dice que sus creencias son F -simétricas.

⁴ Puesto que los agentes evalúan los riesgos de los diferentes resultados más que determinar con certeza la utilidad esperada de cada uno de ellos, las comparaciones son efectuadas en términos de dominancia estocástica de segundo grado.

⁵ El caso de un agente que es capaz de reconocer las preferencias del resto de empresas y trabajadores es el mismo que el problema de información completa analizado previamente.

Un trabajador w que desee eliminar el riesgo de quedarse sin pareja detectará una oportunidad de reportar incorrectamente su lista de preferencias cuando posea información detallada tanto de las preferencias de las empresas como del resto de los trabajadores. Aunque este resultado parece sugerir que para que w pueda obtener beneficios mediante la manipulación de preferencias es necesario que conozca perfectamente las preferencias del resto de los agentes, en realidad indica que en ambientes con menos información la manipulación de preferencias continuará siendo provechosa, pero será necesario aplicar una estrategia diferente a la de cambio de orden de sus preferencias verdaderas.

Los dos tipos de estrategias que puede instrumentar un trabajador w son las de cambio de orden de las preferencias y las de truncamiento, comentadas anteriormente.

Roth y Rothblum (1999) demuestran que una manipulación con estrategias truncadas podría llevar a los agentes a obtener beneficios aún cuando disponen con poca información sobre las preferencias del resto de los participantes en el mercado. Los resultados indican que un trabajador con creencias $\{f, f'\}$ -simétricas —es decir, cuya información sobre dos firmas es simétrica—, nunca podrá mejorar su situación simplemente cambiando el orden de f y f' en su perfil de preferencias e independientemente de su actitud hacia el riesgo.⁶ En otras palabras, el resultado (aleatorio) de dicha estrategia es estocásticamente dominado por la revelación honesta de sus preferencias. Cuando la información de w es $\{F\}$ -simétrica tampoco será una estrategia dominante para w manipular intercambiando el orden de sus preferencias. Dada esta información, si w no trunca sus preferencias, lo mejor que puede hacer es reportar sus preferencias verdaderas. Dicho de otra manera, los resultados no permiten afirmar que una estrategia estocásticamente dominante para w es decir la verdad, sino que cuando la información es muy limitada sobre las diferencias de las preferencias de los otros agentes, w no puede hacer mejor que revelar un truncamiento de sus preferencias verdaderas. Sin embargo, si el mercado sigue un mecanismo F estable, la única estrategia estocásticamente dominante para trabajadores con información $\{F\}$ -simétrica es revelar sus preferencias verdaderas.

Roth y Rothblum (1999) proporcionan consejos sobre la lista que un trabajador w debe reportar, dada la incertidumbre que tiene sobre las preferencias reportadas por los otros agentes. Demuestran que con poca información⁷ el traba-

⁶ Un agente debe hacer un balance de su postura ante el riesgo, puesto que reportar una lista de preferencias más corta incrementa el riesgo de no ser emparejado, mientras que una lista más larga disminuye la probabilidad de ser emparejado con su resultado favorito.

⁷ Es decir, únicamente consultando su propia función de utilidad.

jador w algunas veces identificará una mejor estrategia que indicar sus preferencias verdaderas. Específicamente, muestran que lo mejor que w puede hacer es emplear una estrategia truncada. Su análisis termina cuando un trabajador es capaz de distinguir entre las preferencias de las empresas.

Ehlers (2004) extiende el análisis impidiéndole a un trabajador distinguir entre las opciones estratégicas de dos empresas. Señala que cada trabajador tiene un conjunto de opciones estratégicas s -*opción* en cualquier paso s del algoritmo de AD. Sea $\Theta(s)$ el conjunto de todas las s -*opciones*, donde un elemento $O \in \Theta$ es una opción estratégica para el trabajador w y el conjunto Θ resume las opciones estratégicas posibles que w enfrenta en cada posible ejecución del algoritmo de AD. Dadas dos empresas f y f' , la información de un trabajador es $\{f, f'\}$ -*opción-simétrica* si la probabilidad que enfrenta la s -*opción* O en el paso s es la misma que la probabilidad que enfrenta la s -*opción* cuando los papeles de f y f' son intercambiados en O , $O^{f \leftrightarrow f'}$. La $\{f, f'\}$ -*opción-simetría* es más débil que $\{f, f'\}$ -*simétrica*, es decir, si la información de un trabajador es $\{f, f'\}$ -*simétrica*, entonces su información es $\{f, f'\}$ -*opción-simétrica*.⁸ El autor encuentra que para un trabajador con información $\{f, f'\}$ -*opción-simétrica* cualquier estrategia que intercambia a f y f' es estocásticamente dominada por una estrategia que preserva el verdadero orden de f y f' .

Si las creencias de un trabajador son F -*simétricas*, entonces son F -*opción-simétricas*. En este caso, w únicamente podría estar mejor truncando sus verdaderas preferencias. Si un trabajador está completamente informado, entonces cualquier estrategia no truncada es dominada por un truncamiento de las preferencias verdaderas, en el que se revela el orden verdadero de las empresas aceptables y en el que ninguna empresa inaceptable es reportada como aceptable.

Dado que el perfil aleatorio de preferencias $\check{P}_w$ representa las creencias o información que w tiene de las preferencias declaradas por los otros agentes, un trabajador puede dividir a las empresas en tres conjuntos: 1) uno conformado por aquéllas que cree que no recibirá una propuesta, 2) otro por aquéllas que sabe con certeza que recibirá una oferta y 3) otro por aquéllas que cree que recibirá una oferta; que se representan como $\tilde{F}^1$, $\tilde{F}^2$ y $\tilde{F}^3 \equiv F/(\tilde{F}^1 \cup \tilde{F}^3)$, respectivamente. El propósito del trabajo de Ehlers (2004) es aconsejar a los trabajadores que poseen estas estructuras de información. Formalmente, $\check{P}_w$ se llama $\{\tilde{F}^1, \tilde{F}^2, \tilde{F}^3\}$ -*opción-simétrica* si para toda $t \in \{1, 2, 3\}$ y toda $f, f' \in \tilde{F}^t$, $\check{P}_w$, es $\{f, f'\}$ -*opción-simétrico*, de tal manera que la incertidumbre de un trabajador no expresa diferencias entre

⁸ Si la información de un trabajador es $\{f, f'\}$ -simétrica, entonces él creará que surgen con la misma probabilidad tanto cada cadena de rechazos y aceptaciones, como la cadena simétrica donde los roles de f y f' son intercambiados. Sin embargo, un trabajador *no está interesado* en la secuencia exacta de propuestas y rechazos de los otros trabajadores y empresas, sino únicamente está interesado en los conjuntos de empresas que podría elegir en cada paso.

empresas que pertenecen a la misma categoría. Se demuestra que un trabajador con información $\{\tilde{F}^1, \tilde{F}^2, \tilde{F}^3\}$ -*opción-simétrica* no puede beneficiarse invirtiendo el ordenamiento verdadero de empresas que pertenecen a la misma partición.

3. Discusión

Los mercados analizados previamente están organizados de tal forma que siempre existe un resultado estable, como lo demostraron Gale y Shaple (1962) en el Teorema 1. Otros descubrimientos teóricos muestran que, excepto cuando sólo hay un resultado estable, siempre existen agentes que están mejor manipulando sus preferencias que reportándolas honestamente, mientras que el mecanismo continúa proporcionando asignaciones estables (Dubis y Freedman, 1981; Roth, 1982; Gale y Sotomayor, 1985b). Un hecho interesante es que una manipulación exitosa puede tomar más de una forma: reportando como aceptables opciones inaceptables (Dubis y Freedman, 1981), cambiando el orden de las opciones aceptables (Dubis y Freedman, 1981) o truncando el perfil de preferencias (Gale y Sotomayor, 1985b). Estos resultados podrían estar restringidos a la conformación de coaliciones (Demange, Gale y Sotomayor, 1985), pero no necesariamente a la estructura de la información disponible (Roth y Rothblum, 1999; Ehlers, 2004).

Roth y Rothblum (1999) y Ehlers (2004) exploran el problema de estructuras de información limitada sobre las preferencias del resto de los participantes. En esta vertiente de la literatura se encuentra que, a pesar de contar con poca información sobre las estrategias u opciones estratégicas de los demás agentes, es posible instrumentar manipulaciones exitosas. Una diferencia con los descubrimientos precedentes es que las manipulaciones factibles son más restringidas, confinándose exclusivamente a estrategias truncadas.

En el problema de Roth y Rothblum (1999), la intuición de preferir una estrategia truncada a una de cambio en el perfil de preferencias radica en que la decisión de w de cambiar el orden de preferencias implica la elección de rechazar a una de dos empresas, f o f' , teniendo ofertas de ambas. La empresa rechazada puede dar inicio a una cadena de rechazos adicionales, la cual puede conducir a nuevas ofertas para w . Así, para elegir a quién debe rechazar, w debe conocer ambas cadenas de rechazos. Si no conoce la secuencia, entonces lo adecuado sería no rechazar a la empresa favorita y rechazar a la menos favorita. El truncamiento es diferente, puesto que si w toma una oferta de f en lugar de rechazarla, no generará una cadena de rechazos adicionales. Por lo tanto, truncar o no es una elección entre aceptar o rechazar una oferta, mientras que cambiar el orden de las preferencias es elegir cuál de las dos ofertas rechazar.

En el modelo de Ehlers (2004), cualquier estrategia truncada acotada que no es un truncamiento de la relación de preferencias verdaderas ordena como la última empresa aceptable a la firma preferida en $\tilde{F}^3$ y elimina a algunas empresas que pertenecen tanto a $\tilde{F}^1 \cup \tilde{F}^2$ como a la lista verdadera de aceptables. En el algoritmo de aceptación diferida dicha estrategia incrementa la probabilidad de w de ser emparejado a su empresa favorita, debido a que se eliminarían a algunas empresas de la lista verdadera de aceptables. Al mismo tiempo, w sacrifica la opción de ser emparejado a una empresa de las cuales está seguro que recibirá una oferta, por lo que podría terminar sin pareja.

Conclusiones

En este trabajo se hizo una revisión del modelo uno a uno o de matrimonio, en el cual hay dos conjuntos disjuntos de empresas y trabajadores cuyos integrantes tienen preferencias sobre individuos del otro conjunto, pudiéndose emparejarse sólo con uno de ellos. Gale y Shapley (1962) también desarrollaron el modelo muchos a uno o de admisión universitaria, el cual es idéntico al modelo uno a uno excepto en que los integrantes de un lado del mercado pueden emparejarse con uno o más miembros del otro grupo. El caso más estudiado en la literatura empírica de los modelos de asignación, la competencia entre hospitales por nuevos residentes médicos y de éstos por asistir a programas de residencias, corresponde a este último.

Como lo relata Roth (2003), la organización del mercado de residentes médicos en EUA han sufrido diversas modificaciones con la finalidad de adoptar un sistema que permita alcanzar resultados estables y que elimine el riesgo de que los aspirantes a residentes médicos mientan acerca de sus verdaderas listas de hospitales preferidos. En un principio, entre los primeros años del siglo XX y 1945, la competencia entre hospitales por contratar nuevos residentes médicos consistía en adelantarse a sus competidores para contratar a los estudiantes de medicina lo antes posible, de tal manera que éstos solían recibir una propuesta laboral a la vez, sin tener conocimientos de sus posibilidades con otros hospitales. Conforme pasaron los años, la tendencia fue que las ofertas laborales se hicieran con mayor anticipación. El problema con esta situación era que los hospitales podían ejercer presión sobre los candidatos seleccionados para aceptar sus ofertas, enfrenando al estudiante con un dilema: rechazar definitivamente una propuesta que podía ser aceptable pero no su favorita o enfrentar el riesgo de no ser aceptado por el hospital que era su mejor opción y quedar finalmente desempleado.

La solución que se procuró en 1945 fue que las escuelas de medicina enviaran la información de sus estudiantes hasta una fecha límite. Aunque esta medida

en un principio ayudó a controlar el mercado, no impidió que surgiera un problema de congestión de ofertas. En particular, los estudiantes eran presionados para decidir en muy poco tiempo, debido a que los hospitales se percataron que si algunas de sus primeras ofertas eran rechazadas, los candidatos a los que deseaban hacer las siguientes ofertas ya habían aceptado propuestas previas por parte de sus competidores (Roth, 2003).

Estos problemas por lo regular llevaban a resultados injustos para los estudiantes, porque eran obligados a aceptar ofertas que podían no ser las mejores para ellos. De esta manera, se empezó a discutir la adopción de un servicio de intercambio información (*clearinghouse*), que fuera usado por hospitales y estudiantes para solicitar listas ordenadas de preferencias y producir emparejamientos. Después de considerar opciones, en 1952 se adoptó un mecanismo equivalente al algoritmo de aceptación diferida desarrollado por Gale y Shapley (1962). En concreto, se trataba de un mecanismo de asignación óptimo para los hospitales (*Hospital-óptimo*), por el cual éstos hacían ofertas a los estudiantes, iniciando por su candidato favorito, y teniendo los aspirantes el derecho de rechazarlas si posteriormente recibían propuestas mejores (Roth, 2003).

En la actualidad, a este mecanismo de asignación se le conoce como el *National Resident Matching Program* (NRMP) que, de acuerdo con Roth (2003), debe su permanencia de más de 50 años a que produce resultados estables, en el sentido que se ha discutido en este trabajo. A causa de los cambios en el estudio y práctica de la medicina en los EUA, así como a la necesidad de parejas de médicos por obtener trabajo en los mismos lugares, en 1998 –sin afectar su esencia– el algoritmo del NRMP fue modificado con la asesoría de economistas. Desde entonces, con el propósito de favorecer a los estudiantes, se adoptó un algoritmo de aceptación diferida óptimo para los estudiantes (*Estudiante-óptimo*), puesto que éstos ahora hacen ofertas a los hospitales para asistir a sus programas de residencia médicas, de manera decreciente con base en sus listas de programas aceptables.

Si bien el NRMP es el mecanismo de asignación bilateral más conocido, también se han analizado situaciones diferentes en EUA y otros países. Como muestra se encuentran los mercados regionales de nuevos médicos y cirujanos en Reino Unido (Roth, 1991; Ünver, 2001) o la elección de estudios en universidades públicas de España (Romero-Medina, 1998; Mora y Romero-Medina, 2001). Incluso, en fechas recientes economistas han participado en la adaptación de mecanismos de asignación para la contratación de funcionarios de juzgados federales de los EUA (Avery *et al.*, 2007) y la asignación de estudiantes a las escuelas de bachillerato (*high schools*) de la Ciudad de Nueva York (Abdulkadiroglu *et al.*, 2005) y a las escuelas públicas de todos los niveles de Boston (Abdulkadiroglu *et al.*, 2005).

En México también existen mecanismos de asignación como los estudiados en este trabajo, aunque sus orígenes y desarrollos no necesariamente han estado vinculados al estudio académico. Para poner un ejemplo, probablemente el caso que recibe más atención por parte de los medios de comunicación es el concurso de ingreso de la Comisión Metropolitana de Instituciones Públicas de Educación Media Superior (COMIPEMS), el cual se trata de un proceso de selección de estudiantes de educación media superior que se lleva a cabo en la zona que incluye el Distrito Federal y 22 municipios conurbados del Estado de México. Los principios que rigen la operación del concurso de ingreso son: a) la publicación de una convocatoria anual, b) la realización de un registro de aspirantes, c) la aplicación de un examen para evaluar sus habilidades y conocimientos, y d) la asignación de los planteles escolares de acuerdo a las preferencias de los aspirantes. Se puede interpretar al concurso de ingreso de la COMIPEMS como un algoritmo de aceptación diferida con asignaciones muchos a uno óptimas para los aspirantes (*Estudiante-óptimo*). Para tener una idea de sus dimensiones, en 2008 un total de 257 mil 199 aspirantes cumplieron todos los requisitos y presentaron examen, de los cuáles 221 mil 276 fueron asignados a una escuela (86%) y 87 mil 514 pudieron asistir a su primera opción (34%) (COMIPEMS, 2008).

Desde la publicación del artículo seminal de Gale y Shapley (1962), la disciplina económica se ha visto beneficiada en tres direcciones. En primer lugar, con la aparición de numerosos desarrollos teóricos de mercados de asignación que han ampliado el conocimiento más allá del modelo de matrimonio que se presentó en este trabajo. En segundo lugar, con el surgimiento de estudios empíricos, y finalmente, aunque no menos importante, gradualmente se han abierto oportunidades para que los economistas se involucren en el diseño de mercados, una práctica que permitiría a personas e instituciones alcanzar situaciones más eficientes y justas.

Referencias bibliográficas

- Abdulkadiroglu, A., P. A. Pathak y A. E. Roth (2005). "The New York city high school match", *American Economic Review, Papers Proceeding*, 95, pp. 364-367.
- Abdulkadiroglu, A., P. A. Pathak, A. E. Roth y T. Sönmez (2005). "The Boston public high school match", *American Economic Review, Papers Proceeding*, 95, pp. 368-371.
- Alcalde, J. y S. Barberà (1994). "Top dominance and the possibility of strategy-proof stable solutions to matching problems", *Economic Theory*, 4, pp. 417-35.
- Avery, C., C. Jolls, R. A. Posner y A. E. Roth (2007). "The new market for federal judicial law clerks", *University of Chicago Law Review*, 74, pp. 447-486.

- Comisión Metropolitana de Ingreso a la Educación Media Superior (COMIPEMS) (2003). *Concurso de ingreso a la Educación Media Superior de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México 2008. Gaceta de resultados*, disponible en (www.comipems.org.mx).
- Demange, G. y D. Gale (1985). "The strategy structure of two-sided matching markets", *Econometrica*, 55, pp. 1057-74.
- Demange, G., D. Gale y M. O. A. Sotomayor (1987). "A further note on the stable matching problem", *Discrete Applied Mathematics*, 16, pp. 217-22.
- Dubins, L. E. y D. A. Freedman (1981). "Machiavelli and the Gale-Shapley algorithm", *American Mathematical Monthly*, 88, pp. 485-94.
- Ehlers, L. (2004). "In search of advice for participants in matching markets which uses the deferred-acceptance algorithm", *Games and Economic Behavior*, 48, pp. 249-270.
- Gale, D. y L. Shapley (1962). "College admission and the stability of marriage", *American Mathematical Monthly*, 69, pp. 9-15.
- Gale, D. y M. O. A. Sotomayor (1985). "Some remarks on the stable matching problem", *Discrete Applied Mathematics*, 11, pp. 223-32.
- (1985b). "Ms. Machiavelli and the stable matching problem", *American Mathematical Monthly*, 92, pp. 261-8.
- Mora, R. y A. Romero-Medina (2001). "Understanding Preference Formation in a Matching Market", *Economics Working Papers*, Universidad Carlos III, 42 p.
- Romero-Medina, A. (1998). "Implementation of stable solutions in a restricted matching market", *Review of Economic Design*, 3, pp. 137-47.
- Roth, A. E. (1982). "The economics of matching: stability and incentives", *Mathematics of Operations Research*, 7, pp. 617-28.
- (1991). "A natural experiment in the organization of entry level labor markets: regional markets for new physicians and surgeons in the U.K.", *American Economic Review*, 81, pp. 415-440.
- Roth, A. E. y M. O. A. Sotomayor (1990). *Two-sided matching: a study in game theoretical modeling and analysis*, Econometric Society Monograph Series, vol. 18, Cambridge: Cambridge University Press.
- Roth, A. E. y U. Rothblum (1999). "Truncation strategies in matching markets: in search of advice for participants", *Econometrica*, 67, pp. 21-43.
- Sempere, J. (2004). "Teoría y política microeconómica. De la regulación al diseño de mercados", en Pablo Ruiz Nápoles y Fernando Serrano Migallón (comps.), *Enseñanza y reflexión económicas: Homenaje a Carlos Rocés*, Plaza y Valdés, pp. 91-98.
- Ünver, M. U. (2001). "Backward unraveling over time: the evolution of strategic behavior in the entry-level British medical labor markets", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25, pp. 1039-1080.