

# la teoría de la demanda efectiva de r. torrens \*

carlo benetti \*\*

El pensamiento clásico trata la cuestión de la crisis macroeconómica (o, si se prefiere, del nivel de actividad) a través de una interrogación sobre la sobreproducción general. En el capítulo VI, sección 6 de su obra<sup>1</sup> (la tercera y sin duda la última gran obra de la economía política inglesa) R. Torrens elabora una concepción original de la demanda efectiva, en la cual él deduce las condiciones de la sobreproducción general. Su teoría se opone a la vez a la doctrina de R. Malthus por una parte, y a la doctrina de J. Mill y V.B. Say (y por consecuencia también a la de Ricardo) por la otra.

Este importante debate no será examinado. En este artículo nos limitamos a proponer un esquema simplificado que permite, en nuestra opinión, tratar de manera coherente los principales aspectos de la teoría de Torrens.

\* Es profesor e Investigador de la Universidad de París X – Nanterre, donde dirige el Area de Sistemas y Estructuras del Doctorado de esa Universidad. Ha publicado varios libros y múltiples artículos, fundamentalmente de carácter teórico, estableciendo con claridad los puntos débiles de las diversas escuelas del pensamiento económico. Sus investigaciones más recientes enfatizan sobre la incapacidad de comprensión del fenómeno monetario.

\*\* Traducción a cargo del Dr. Ernesto H. Turner. Es profesor e investigador de la UAM en el área de Desarrollo y Planificación. Hizo estudios de maestría en el Colegio de México y Doctorado en la Universidad de Nanterre, en donde se abocó al análisis y caracterización de la crisis en México. Actualmente continúa en el estudio de la crisis y trabaja en el establecimiento de un modelo con objeto de superarla. Ha publicado algunos artículos en las Revistas de esta Universidad (UAM).

<sup>1</sup> *An Essay of the Production of Wealth*, 1821, A.M. Kelley, New York, 1956.

La interpretación del concepto central de demanda efectiva aquí establecida conduce de manera principal: 1) al establecimiento de un modelo dinámico en el seno del cual puedan ser explicitadas las reglas de formación de las magnitudes económicas en cada período, como también las condiciones de la sobreproducción general; 2) a profundizar sobre la noción de mercancía homeotética, que no tiene el mismo significado según si está referida a la teoría de los precios de producción (Sraffa) o a la teoría de los precios y de las ganancias, elaborada a partir de la noción de demanda efectiva (Torrens); 3) a plantear finalmente, el problema de la incompatibilidad entre el ajuste concurrencial clásico y el proceso obtenido una vez que la demanda efectiva es introducida.

### LA POSICION DE TORRENS

Las principales proposiciones de Torrens sobre la demanda y la sobreproducción general pueden ser sintetizadas y agrupados así:

(i) *La importancia de los "principios de la demanda y de la oferta"*

Esta importancia está explícitamente afirmada desde la Introducción: "Were it permitted to the Author to express an opinion on the subject, he would say that the most original and, in the present stage of economical science, the most important division of this work, is that he discusses the principles of demand and supply" (P. ix).<sup>2</sup>

Lo que está ligado a la constatación según la cual: "Indeed, there are scarcely any principles in economical science wich come so frequently into practical operation, and wich at the same time are so imperfectly understood, as those wich are termed the laws of supply and demand" (p. 341-2). O también "We frequently meet, both in discourse and in writing, with such expressions as the following, —the supply exceeds the demand,— the supply falls short of the de-

<sup>2</sup> Según Sraffa, Torrens es conocido sobre todo por haber propuesto un método ingenioso que permitía el manejo del *capital fijo* (cf. *Production of commodities by means of*, Cambridge, 1960, p. 94-5). Su teoría de la demanda efectiva y de la crisis, sin embargo lo central en su obra apenas fue examinada.

A nuestro conocimiento el único estudio reciente sobre esta cuestión es el de J. Cartelier: "Emande effective et surproduction générale chez Torrens", 1979 (mimeografiado). Nuestras divergencias con él aparecerán claramente en el texto que sigue. Ellas se manifiestan principalmente en el análisis de la sobreproducción general y en la interpretación de la demanda efectiva y de la mercancía homotética.

mand, —and— the supply is equal to the demand. Economical writers however, have been neither very careful not very successful in explaining the precise nature of those relations between demand and supply, to wich they apply these terms" (p. 360).

*(II) La dificultad principal concierne a la noción de demanda*

La definición de la oferta no plantea ningún problema: "The supply of a commodity consists of the quantity of it wich is brought to market in orden to be sols" (p. 360).

Por el contrario, es sobre la noción de demanda que versan las discusiones<sup>3</sup> y reposan las posturas: "If the theory of effectual demand, wich. I have ventured to unfold, does not explain in a satisfactory manner the overstocking of the market, and want of profitable vend for commodities, the existence of wich is matter of general experience. I'am ready to admit that such theory must be essentially defective and incorrect" (p. 399).

*(iii) Definición de la demanda efectiva*

La demanda efectiva (effectual demand") es definida en dos ocasiones: una primera vez p. 342: "Effectual demand must... consist in the power and inclination to give for a commodity, either by direct or circuitous exchange, a quantity of the other commodities required in (its) production, somewhat greater than (its) production actually costs". Una segunda vez p. 313: "The effectual demand for any commodity is always determined, and under any given rate of profit, is constantly commensurate with the quantity of the ingredients of capital, or of the things required in is production, wich consumers may by able and willing to offer in exchange for it".

*(iv) La igualdad entre la oferta y la demanda efectiva*

"Effectual demand and supply are in the relation of equality when the ingredients of capital offered in exchange for commodities exceed, by the customary rate of profit, the ingredients of capital expended in producing them" (p. 360-1).

<sup>3</sup> Cf. entre otros p. 367 nota y p. 384 y siguientes de la obra de Torrens; T.R. Malts: *Definitions in Political Economy*, 1827, p. 57-63, *Works of D. Ricardo*, (Sraffa ed.) tomo 8 p. 149, 227, 260.

En este caso, puesto que las mercancías son "produced and exchanged in the proper proportion, each contributes to create the effectual demand for all" (p. 352). Tal es "the principle, that proportionally increased production occasions increased effectual demand" (p. 380).

*(v) La sobreproducción general*

"This happy and prosperous state of things is immediately interrupted when the proportions in which commodities are produced are such as to disturb the equality between effectual demand and supply" (p. 371).

Se sigue una sobreproducción general que resulta de la difusión de la sobreproducción de una mercancía particular, al conjunto de sistema: "a glut of a particular commodity may occasion a general stagnation, and lead to a suspension of production, not merely of the commodity which first exists in excess, but of all the other commodities brought to market" (p. 414).

Esta teoría se opone a la vez:

- A la tesis de R. Malthus: según las proposiciones (IV), si la oferta es igual a la demanda efectiva la sobreproducción está excluida, cualquiera que sea la propensión al ahorro de los capitalistas, siempre y cuando la tasa de ganancia mantenga un valor superior a un nivel mínimo (cf. p. 390 y 371);
- A la tesis de J. Mill y de J.B. Say, quien "though it embraces the very keystone of economical science, is not correct in the general and unqualified sense in which these distinguished writers have stated it" (p. ix). En efecto, según las proposiciones (iv) y (v) el principio, según el cual la oferta crea su propia demanda, no se verifica, salvo, si la condición de igualdad entre oferta y demanda efectiva se satisface.

Nosotros no seguiremos la demostración proporcionada por Torrens, que se apoya en la ilustración numérica de un esquema de reproducción de cuatro ramas (dos para los medios de producción y dos para los bienes de lujo) construido en base a una técnica de producción particular. Proponemos más bien el estudio de un modelo a la vez más simplificado (sólo de dos ramas de medios de producción) y menos restrictivo en lo que concierne a la técnica de producción (cf. sección II). Ello es para nosotros suficiente para despejar las ambigüedades de la demostración de Torrens (cf. par. 12), para establecer el interés de su teoría y los problemas que provoca. (cf. secc. III).

Este estudio estará precedido por la presentación de un esquema general (cf. secc. I) que permite demostrar las principales características de nuestra interpretación de la teoría de Torrens.

## I. UN ESQUEMA GENERAL

### 1. Las hipótesis

Adoptemos las hipótesis siguientes que en su mayor parte, son explícita o implícitamente planteadas por Torrens.

- H1: La técnica de producción está dada y permanece invariable. Está representada por la matriz cuadrada  $A$ , de coeficientes de producción  $X_{ij}$  (cantidad de mercancía  $j$  necesaria para la producción de una unidad de la mercancía  $i$ ).
- H2: Los salarios que se suponen dados e invariables, están comprendidos como parte de los medios de producción.
- H3: Todas las mercancías son medios de producción o mercancías fundamentales para las cuales, la utilización productiva es el único uso posible.

Por ello, están excluidos por una parte, los bienes de lujo y por otra, el consumo final de las mercancías fundamentales.

La omisión de los bienes de lujo es una simplificación que no modifica las conclusiones de Torrens: "There is a very important limitation to the principle, that increased supply is the occasion of increased demand; and it will appear, that an increased production of those articles which do not form component parts of capital, can not create an increased effective demand, either for such articles which do form components parts of capital" (p. 349-350). En otras palabras, si la oferta es igual a la demanda efectiva, el gasto en bienes de lujo tiene como único resultado la reducción de la tasa de crecimiento; si la oferta difiere de la demanda efectiva, el gasto en bienes de lujo no impide la sobreproducción general.

- H4: Todo el capital es circulante.
- H5: El horizonte económico de los productores está limitado al período unitario.

## 2. Enfoque descriptivo

En este esquema el tiempo está representado por una secuencia de períodos unitarios.

Uno puede ayudarse de la siguiente ilustración. El período unitario es la semana. La producción se efectúa desde la mañana del lunes hasta el sábado por la noche. El domingo en la mañana los productos obtenidos son llevados al mercado que se lleva a cabo durante todo el día. El domingo por la noche el mercado se ha cerrado: los medios de producción comprados están en disponibilidad para ser utilizados a partir de la mañana del lunes de la siguiente semana.

El período unitario, en el seno del cual se han determinado los valores de las variables, comprende pues a la vez, la producción y el intercambio.

La descripción de la actividad económica del período es la siguiente: Sea  $q_i$  la cantidad producida de la mercancía  $i$ .

$X_{i_1} q_i \oplus X_{i_2} q_i \oplus \dots \oplus X_{i_n} q_i \longrightarrow q_i \longleftrightarrow (1 + g_i) (X_{i_1} g_i \oplus X_{i_2} q_i \oplus \dots \oplus X_{i_n} q_i)$  donde  $\longleftrightarrow$  representa el proceso de producción y  $\longleftrightarrow$  el proceso de intercambio por el cual son reconstituidas, a una escala generalmente diferente, las condiciones iniciales de producción.

Las cantidades que están a la derecha representan la demanda efectiva de  $q_i$  en el período considerado. Ellas dependen de  $g_i$  que es una tasa puramente física porque, en virtud de las hipótesis realizadas, los ingresos y los medios de producción se componen de cantidades diferentes de las mismas mercancías, tomadas en las mismas proporciones. Esta tasa mide el "power and inclination" (cf. (iii) par. 1), es decir, la importancia de la demanda efectiva para la producción  $q_i$ . Si fuese posible utilizar un neologismo, se podría llamar  $g_i$  la tasa de la demanda efectiva. A continuación, se ha preferido una terminología más convencional y llamar a  $g_i$ , tasa de reproducción o de expansión de la rama o de la mercancía  $i$ .

Parece que la demanda efectiva de cada mercancía  $i$ , no puede ser conocida más que cuando las  $g_i$  están determinadas.

### 3. *La determinación de la demanda efectiva*

Ocupa un lugar central. Si la teoría de Torrens fracasase en este punto, sería evidentemente en la incapacidad de formular una proposición cualquiera coherente sobre la sobreproducción.

Dentro de un período (t), las tasas  $g_i$  son fijadas después de las operaciones de intercambio entre las cantidades producidas en (t) y los medios de producción necesarios. Su determinación exige pues, la adopción de una regla de intercambios que sea conforme a la definición de la demanda efectiva.

Nosotros adoptamos la regla que ha sido proporcionada por la concepción clásica del mercado concurrencial, en términos de ajuste a través de las cantidades: las negociaciones continúan hasta que la cantidad total de la mercancía aportada al mercado, o producida, en (t) sea vendida a un precio positivo o nulo.

Por ello mismo, queda excluido el "fix price method" (4), manifiestamente incompatible con el análisis de Torrens (que admite la flexibilidad de precios durante la realización de los intercambios y, más generalmente, de la escuela clásica.

Precisemos más. La formación de precios, el "domingo", no es instatánea, sino que resulta de un proceso de negociación. La regla anterior excluye la presencia simultánea, al final del proceso de intercambio, de precios y "stocks" positivos de la misma mercancía. Es entonces incompatible con una política activa de almacenamiento, a través de la cual, los productores podría, eventualmente, atenuar la baja de precios consecutiva a la existencia de diferencias negativas entre la demanda y la oferta de mercancías vendidas. Se trata aquí de la consecuencia directa de la hipótesis de "miopía de los agentes" (cf.(H5)), la cual parece ser, la que mejor se conforma a la teoría de Torrens.<sup>5</sup> Los resultados obtenidos serían evidentemente modificados, si otras hipótesis sobre las anticipaciones, fueran adoptadas.

Sobre estas bases, la determinación de las magnitudes económicas del período (t) es posible. No teniendo que temer ninguna ambigüedad, con el propósito de no hacer más pesadas las notaciones, omitimos el índice (t) relativo a todas las variables exceptuando los coeficientes de producción (cf.(H1)).

<sup>4</sup> cf. J.R. Hicks: *Capital and Growth*, Oxford, 1971.

<sup>5</sup> Se verá en la parte 13 que la presencia de los precios y el "stock" positivo de una misma mercancía (cf p. 404 y siguientes) no resuelta de una política de almacenamiento.

La primera etapa es la determinación de la demanda efectiva. Sea  $(q_1, q_2, \dots, q_n)$  el vector, dado,<sup>6</sup> de cantidades producidas en  $(t)$ , aproximado a un escalar (salvo un escalar). Las tasas  $g_i$  son obtenidas como solución del sistema siguiente:

*Sistema g*

$$\begin{aligned}
 q_1 &= X_{11} q_1 (1 + g_1) + X_{21} q_2 (1 + g_2) + \dots + X_{n1} q_n (1 + g_n) \\
 q_2 &= X_{12} q_1 (1 + g_1) + X_{22} q_2 (1 + g_2) + \dots + X_{n2} q_n (1 + g_n) \\
 [i] &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 q_n &= X_{1n} q_1 (1 + g_1) + X_{2n} q_2 (1 + g_2) + \dots + X_{nn} q_n (1 + g_n)
 \end{aligned}$$

Después del estudio del esquema de dos mercancías se precisarán las condiciones que aseguran soluciones económicamente aceptables:  $(1 + g_i) \geq 0$ , para cualquier  $i$ .

A fin de evitar cualquier malentendido, subrayaremos que el sistema  $g$  no significa que, según la terminología de Torrens, la oferta es igual a la demanda. En otros términos, no implica ninguna condición de equilibrio. El sistema  $g$  expresa la configuración de las cantidades al cerrarse el mercado del período  $(t)$ . Tomando en cuenta las hipótesis establecidas (cf. par.2), este sistema determina la demanda efectiva de cada rama en función de los coeficientes de producción (dados) por una parte, y las proporciones (variables) entre las cantidades producidas por otra. Es aquí donde aparece una contribución notable de Torrens: la demanda efectiva de una mercancía particular no puede ser conocida más que en el seno de un sistema de interdependencia general.

#### 4. *Los precios y las tasas de ganancia*

Una vez que las  $g_i$ , o las demandas efectivas, son conocidas, la condición de igualdad entre ingresos y compras en cada rama permite obtener los precios en  $(t)$ , llamados por los clásicos precios de mercado:

<sup>6</sup> Este vector está determinado por el sistema dinámico VI cr. par. 7.

$$\begin{aligned}
P_1 &= (1 + g_1) (X_{11} P_1 + X_{12} P_2 + \dots + X_{1n} P_n) \\
P_2 &= (1 + g_2) (X_{21} P_1 + X_{22} P_2 + \dots + X_{2n} P_n) \\
\vdots & \\
\text{[II]} \quad \vdots & \\
\vdots & \\
P_n &= (1 + g_n) (X_{n1} P_1 + X_{n2} P_2 + \dots + X_{nn} P_n)
\end{aligned}$$

Las tasas de ganancia del período (t) (o de mercado) pueden ser calculadas:

- Sea evaluando los ingresos (y compras) al precio (t) y los costos de producción a los precios (t-1);
- Sea evaluando a los mismos precios (t) los costos de producción y los ingresos (y compras). En este caso, de la condición de igualdad en cada rama entre los costos y las compras, se obtiene  $r_i = g_i$ , para toda i:

$$\text{[III]} \quad (1 + r_i) (X_{i1} P_1 + X_{i2} P_2 + \dots + X_{in} P_n) = (1 + g_i) (X_{i1} P_1 + X_{i2} P_2 + \dots + X_{in} P_n)$$

Este segundo procedimiento de cálculo es preferible. Ofrece una evaluación de las ganancias más adecuadas si se toma en cuenta su utilización, la compra de medios de producción.

### 5. La desigualdad entre la oferta y la demanda efectiva

Existe una estructura particular de la producción (un vector  $(q_1^*, q_2^*, \dots, q_n^*)$  aproximado a un escalar) tal que  $g_i = g^*$  para toda i. Se trata del sistema homotético siguiente, del cual se obtiene  $g^*$  y el vector  $q^*$ .

#### Sistema $g^*$

$$\begin{aligned}
q_1^* &= (1 + g^*) (X_{11} q_1^* + X_{21} q_2^* + \dots + X_{n1} q_n^*) \\
q_2^* &= (1 + g^*) (X_{12} q_1^* + X_{22} q_2^* + \dots + X_{n2} q_n^*)
\end{aligned}$$

[IV] :

$$q_n^* = (1 + g^*) (X_{1n}q_1^* + X_{2n}q_2^* + \dots + X_{nn}q_n^*)$$

La condición de igualdad entre los costos, los ingresos y las compras de cada rama se escribe, para toda  $i$ :

$$[V](1 + r^*) (X_{i1} P_1^* + X_{i2} P_2^* + \dots$$

$$+ X_{in} P_n^*) = P_i^* = (1 + g^*) (X_{i1} P_1^*$$

$$+ X_{i2} P_2^* + \dots + X_{in} P_n^*)$$

De dónde se deduce  $r^* = g^*$ , independientemente del modo de cálculo de la tasa de ganancia (porque los precios permanecen inalterados de un período al otro), y el vector  $p^*$  que los clásicos llaman precios naturales.

Los sistemas [IV] y [V], son la formalización de la definición que da Torrens, de la igualdad entre la oferta y la demanda efectiva. La producción es "duly proportioned", (p. 381) cuando es homotética con respecto a los medios de producción. Cuando esta condición se satisface, la oferta es igual a la demanda efectiva, la tasa de ganancia es uniforme (e igual a la tasa uniforme de reproducción). En caso contrario, (cf. el sistema [I]) las tasas de reproducción de las diferentes ramas (y por consecuencia las tasas de ganancia) son desiguales: la oferta difiere de la demanda efectiva.

## 6. La sobreproducción general

Hemos visto según Torrens, que (cf. las proposiciones (v) par. 1) por una parte, la sobreproducción general resulta de la difusión de la sobreproducción de al menos una mercancía al conjunto del sistema, y por otra parte, que cuando la producción no está bien proporcionada, una mercancía al menos acaba por encontrarse en estado de sobreproducción. La sobreproducción general y, por ello, el paro de la producción, es pues inevitable cuando la condición de igualdad entre la oferta y la demanda efectiva o de homotecia entre la producción y los medios de producción, (cf. el sistema  $g^*$ ) no es satisfecha.

Tratemos de formular todo esto con más precisión. La noción de demanda efectiva proporciona el criterio para definir la sobreproducción de una mercancía: una mercancía  $i$  está en estado de sobreproducción cuando el nivel relativo de su producción es tal que la tasa  $g_i$  cae a  $-1^7$  o, lo que significa lo mismo (cf. para 9 y 10), no existe precio positivo al cual toda la producción de  $i$  pueda ser vendida.

En este caso, la reproducción de la mercancía  $i$  para el período siguiente no es posible. Ello entraña, diría Torrens, una carencia de demanda efectiva de las mercancías que utilizan  $i$  como medio de producción. Se trata, en realidad, de una imposibilidad técnica de intercambio que se traduce por el paso de la producción de estas mercancías. Por ello, la imposibilidad técnica de intercambio se transmite a otras mercancías y, de período en período, al conjunto de la economía (cf.; la hipótesis (H3)): la sobreproducción se generaliza.

El punto consiste entonces en saber si la desigualdad entre la oferta y la demanda efectiva engendra una evolución tal de las proporciones entre las cantidades producidas, que desemboca en la sobreproducción de al menos una mercancía. Esta cuestión no puede ser tratada más que en el seno de un modelo dinámico.

Partamos del sistema [I] que expresa un estado de desigualdad entre la oferta y la demanda efectiva. Puesto que cualquiera que sea  $i$ :  $q_i(t) (1 + g_i(t)) = q_i(t+1)$ .

El sistema [I] se transforma en:

$$q_1(t) = X_{11} q_1(t+1) + X_{21} q_2(t+1) + \dots + X_{n1} q_n(t+1)$$

$$[VI] \quad q_2(t) = X_{12} q_1(t+1) + X_{22} q_2(t+1) + \dots + X_{n2} q_n(t+1)$$

$$\vdots$$

$$q_n(t) = X_{1n} q_1(t+1) + X_{2n} q_2(t+1) + \dots + X_{nn} q_n(t+1)$$

sea:

$$[VI'] \quad q(t+1) = A^{-1} q(t)$$

donde  $q$  es el vector (columna) de las cantidades producidas a un factor escalar próximo.

<sup>7</sup> No puede evidentemente caer por debajo de  $-1$ , puesto que de otra manera la rama en la cual la oferta es excedentaria obtendría, a través del intercambio, cantidades negativas de mercancías.

El estudio del comportamiento dinámico de este sistema, reducido a dos mercancías, se ha desarrollado en la par. 12.

## II. ESTUDIO DE UN ESQUEMA DE DOS MERCANCÍAS

### 1 Introducción

Consideremos una economía compuesta por dos mercancías (1) y (2).

A la matriz A de coeficientes de producción corresponde un vector de la producción  $(q_1^*, q_2^*)$ , a un factor escalar próximo, tal que la tasa de reproducción  $g^*$  es la misma en las dos ramas. Se tiene el sistema  $g^*$  siguiente:

$$(1 + g^*) \begin{pmatrix} X_{11} & X_{21} \\ X_{12} & X_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix}$$

ó  $A'q^* = \frac{1}{1 + g^*} q^*$

donde  $\frac{1}{1 + g^*}$  es el valor propio dominante y  $q^*$  el vector propio de A' asociado a  $\frac{1}{1 + g^*}$ .

En la terminología de Torrens, tal sistema está en las proporciones correctas.

Establezcamos:  $\lambda^* = q_2^*/q_1^*$

Tomemos ahora una proporción cualquiera entre las cantidades producidas:  $(q_1, q_2)$  es el vector de la producción, a un factor escalar próximo, obtenido en el período (t):

Sobre la base de las hipótesis hechas en la par. 2 y de las indicaciones suministradas en la sección precedente, se trata de proceder al estudio de:

- el período, es decir, de la determinación, a través del proceso de mercado, de las tasas de reproducción (y entonces de las demandas efectivas), del precio y de las tasas de ganancia en el período (t).

El funcionamiento del mercado puede ser descrito con la ayuda de dos modelos, uno en términos de cantidades donde los precios no figura más que implícitamente (cf. par. 9); el otro en términos de precios, donde los precios juegan explícitamente el rol de variables de ajuste (cf. par. 10). Estos modelos son formalmente equivalentes.

- La evolución dinámica (vf. par. 11).

## 2 El modelo de mercado en términos de cantidades

El sistema g reducido a dos mercancías es:

$$X_{11} q_1 (1 + g_1) + X_{21} q_2 (1 + g_2) = q_1$$

$$X_{12} q_1 (1 + g_1) + X_{22} q_2 (1 + g_2) = q_2$$

Estableciendo  $\lambda = q_2/q_1$  se tiene

$$X_{11} (1 + g_1) + \lambda X_{21} (1 + g_2) = 1$$

[1]

$$X_{12} (1 + g_1) + \lambda X_{22} (1 + g_2) = \lambda$$

de donde se deduce:

$$(1 + g_1) = \frac{X_{22} - \lambda X_{21}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}}$$

Si se establece  $\beta_1 = X_{12}/X_{11}$  y  $\beta_2 = X_{22}/X_{21}$  se obtiene:

$$(1 + g_1) = \frac{\lambda - \beta_2}{X_{11} (\beta_1 - \beta_2)}$$

[2]

$$(1 + g_2) = \frac{\lambda - \beta_1}{\lambda X_{21} (\beta_2 - \beta_1)}$$

Como la técnica de producción ha sido fijada, las tasas de reproducción (y entonces las demandas efectivas de las dos mercancías) dependen únicamente de la proporción entre las cantidades producidas en el período. Se sabe que, una vez que esas tasas son conocidas, el precio y la tasa de ganancia de mercado están determinados (cf. par. 5).

La reconstitución de las condiciones de producción, y por ello la continuación de la actividad en el período siguiente, exige que la demanda de cada mercancía sea positiva.

a) De acuerdo con el sistema [2], la condición de existencia de una demanda efectiva positiva para cada mercancía ( $(1 + g_1) > 0$  y  $(1 + g_2) > 0$ ) es:

$$[3] \beta_2 > \lambda > \beta_1 \quad \text{ó} \quad \beta_2 < \lambda < \beta_1$$

es decir: la proporción en la cual las mercancías (2) y (1) son producidas, está en el intervalo definido por las proporciones en las cuales la mercancía (2) y la mercancía (1) son utilizadas como medios de producción en las dos ramas.<sup>8</sup>

b) Los valores de  $g_1$  y de  $g_2$  determinados por [2], son obtenidos a partir de un proceso de negociación que se ilustrará, en el Apéndice, con la ayuda de un ejemplo numérico.

<sup>8</sup> Se tiene:

$$(1 + g_1) > 0 \text{ y } (1 + g_2) < 0 \text{ si } \beta_2 > \beta_1 > \lambda \text{ ó } \beta_2 < \beta_1 < \lambda$$

$$(1 + g_1) < 0 \text{ y } (1 + g_2) > 0 \text{ si } \beta_1 > \beta_2 > \lambda \text{ ó } \beta_1 < \beta_2 < \lambda$$

El proceso de mercado es estable si  $g_1$ , es una función creciente de  $\lambda$  y  $g_2$ , una función decreciente de  $\lambda$ ; lo que de acuerdo con [2] se verifica si:  $\beta_2 - \beta_1 < 0$ , es decir, si el determinante de la matriz  $A'$  es negativo.

La condición de reproducción es pues:

$$[4] \beta_2 < \lambda < \beta_1$$

Si esta condición no se cumple (es decir, si  $\beta_2 > \lambda > \beta_1$ ), el proceso de mercado en el período, conduce a la anulación de una de las dos tasas  $(1 + g_i)$ . Más precisamente: si  $\lambda < \lambda^*$  entonces  $(1 + g_1) = 0$ ; si  $\lambda > \lambda^*$  entonces  $(1 + g_2) = 0$ . En los dos casos, la producción de una mercancía es nula en el período siguiente, lo que se traduce por la sobreproducción de la otra mercancía. Se encontrará en el Apéndice un ejemplo numérico ilustrando esta inestabilidad.

### 3 Modelo de mercado en términos de precios

El punto de partida es esta vez la restricción presupuestaria de cada rama, que debe ser representada, durante todo el proceso de mercado; sea:

$$(1 + g_1) X_{11} q_1 P_1 + (1 + g_1) X_{12} q_1 P_2 = q_1 P_1$$

$$[5] (1 + g_2) X_{21} q_2 P_1 + (1 + g_2) X_{22} q_2 P_2 = q_2 P_2$$

$$P_1 = 1$$

donde las  $(1 + g_i) X_{ij} q_i$  representan las cantidades demandadas en función de los precios.

El sistema [5] puede también, escribirse:

$$(1 + g_1) X_{11} (1 + \beta_1 P_2) = 1$$

[5']

$$(1 + g_2) \lambda X_{22} (1/\beta_2 + P_2) = \lambda P_2$$

Se deducen las demandas excedentarias,  $Z_1$  para la mercancía (1) et  $Z_2$  para la mercancía (2):

$$Z_1 = (1 + g_2) \lambda X_{21} + (1 + g_1) X_{11} - 1 = \frac{\lambda P_2}{1 + \beta_2 P_2} - \frac{\beta_1 P_2}{1 + \beta_1 P_2}$$

[6]

$$Z_2 = (1 + g_1) X_{12} + (1 + g_2) \lambda X_{22} - \lambda = \frac{\beta_1}{1 + \beta_1 P_2} - \frac{\lambda}{1 + \beta_2 P_2}$$

El precio de mercado  $P_2$  del período (t), es el precio que anula las demandas excedentarias de las dos mercancías,<sup>9</sup> o sea:

$$[7] \quad P_2 = \frac{\lambda - \beta_1}{\beta_1 (\beta_2 - \lambda)}$$

Como la técnica de producción permanece invariable, el precio del período (t) depende únicamente de la proporción entre las cantidades producidas en este período. Una vez que el precio de mercado es conocido, el sistema [5] permite la determinación de las tasas de reproducción (o las demandas efectivas);

$$(1 + g_1) = \frac{1}{X_{11} (1 + \beta_1 P_2)}$$

$$(1 + g_2) = \frac{P_2}{X_{21} (1 + \beta_2 P_2)}$$

que es equivalente a [2]. Las tasas de ganancia de mercado están, ellas también, determinadas (cf. par. 5).

La reconstitución de las condiciones de producción en las dos ramas y como consecuencia, la continuación de la actividad en el período siguiente, exige que el precio de mercado sea positivo.

a) De acuerdo con [7] la condición de existencia de un precio de mercado positivo ( $P_2 > 0$ ) es:

<sup>9</sup> Es suficiente que una de las dos demandas excedentarias sea nula para que, en virtud de la ley de Walras, la otra lo sea también ( $Z_1 + Z_2 P_2 = 0$ ).

$$[3'] \beta_2 > \lambda > \beta_1 \quad \text{ó} \quad \beta_2 < \lambda < \beta_1$$

Se trata evidentemente, de la misma condición que asegura la existencia de  $(1 + g_1) > 0$  y de  $(1 + g_2) > 0$  en el modelo en términos de cantidades.

- b) El precio del período (t) se obtiene al término del proceso de mercado de este período, para él se suministrará en el Apéndice, una ilustración numérica. La estabilidad de este proceso está asegurada si  $P_2$  es una función decreciente de  $\lambda$ ; lo que, de acuerdo con [7], se verifica si  $\beta_2 - \beta_1 < 0$ , es decir, si el determinante de la matriz  $A'$  es negativo.<sup>10</sup> Esta condición es evidentemente la misma que aquella que fue obtenida, en el modelo de cantidades.

La condición de reproducción es pues, como precedentemente:

$$[4'] \beta_2 < \lambda < \beta_1$$

Si ella no se cumple (es decir si  $\beta_2 > \lambda > \beta_1$ ), el proceso de mercado del período conduce a la anulación de uno de los dos precios. Más precisamente: si  $\lambda < \lambda^*$  entonces  $P_1 = 0$ ; si  $\lambda > \lambda^*$  entonces  $P_2 = 0$ . En los dos casos, la producción de una mercancía se anula en el período siguiente, lo que se traduce por la sobreproducción de la otra mercancía. Se encontrará en el Apéndice un ejemplo numérico ilustrando esta inestabilidad.

#### 4 Modelo dinámico y sobreproducción general

Cuando la tasa de reproducción de una mercancía cae a  $-1$ , o su demanda efectiva y su precio se anulan, los productores se encuentran al término del proceso de intercambio del período con un "stock" no vendido de la mercancía producida y una cantidad nula de la otra mercancía. La reproducción de la rama no es posible en los sucesivo. En el período siguiente, es la otra mercancía la que resulta sobreabundante, puesto que toda su producción no puede ser intercambiada por falta de "salidas", en la rama en donde la oferta fue inicialmente excesiva.

<sup>10</sup> Esta condición se deduce inmediatamente si (7) se reescribe bajo la forma:

$$P_2 = \frac{\lambda - \beta_1}{-\lambda + \beta_2}$$

Admitamos que la condición de estabilidad del proceso de mercado se cumpla (cf. [4]). En este caso, la sobreproducción general implica que el valor de  $\lambda$ , tal como resulta de la evolución de las producciones de las dos ramas de un período al otro, acaba por encontrarse fuera del intervalo comprendido entre  $\beta_1$  y  $\beta_2$ .

Torrens (cf. (v), par. 1) afirma que ello es inevitable si las cantidades producidas están, inicialmente o como resultado de una perturbación, fuera de las "proporciones correctas". La demostración de esta proposición exige el estudio del comportamiento dinámico de las magnitudes del mercado.

En una economía compuesta por dos mercancías el sistema [VI] se transforma en:

$$q_1(t) = X_{11} q_1(t+1) + X_{21} q_2(t+1)$$

[8]

$$q_2(t) = X_{12} q_1(t+1) + X_{22} q_2(t+1)$$

Se encontrará en el Anexo la demostración de la inestabilidad de este sistema, en el caso en el que el determinante de la matriz  $A'$  es negativo. La proposición principal de Torrens está entonces probada: la sobreproducción general es inevitable si las mercancías no son producidas en las proporciones correctas, o, si la oferta difiere de la demanda efectiva.

Concluamos. Si la técnica de producción es conocida e invariable (cf.  $H_1$ ), el principio de la demanda efectiva propuesto por Torrens conduce a la alternativa siguiente:

- Si el determinante de la matriz  $A'$  es positivo ( $\beta_2 - \beta_1 > 0$ ): en este caso, el proceso por el cual se fijan las magnitudes del mercado relativas a un período dado, es inestable. Una de las dos demandas efectivas (y uno de los dos precios) del período se anulan. La producción de una mercancía en el período siguiente, será entonces, nula, de donde resulta, la sobreproducción de la otra mercancía.
- si el determinante de la matriz  $A'$  es negativo ( $\beta_2 - \beta_1 < 0$ ), en este caso el proceso de mercado del período es estable, pero el proceso de evolución de las magnitudes del mercado de un período a otro es inestable: necesariamente llega un momento en el cual, una de las dos demandas efectivas (y uno de los dos precios) se anula. La reproducción de una rama es entonces imposible. La sobreproducción se transmite entonces a la otra mercancía.

El modelo dinámico construido a partir del principio de la demanda efectiva plantea un problema de interpretación, puesto que describe, a la vez, un proceso de acumulación y un proceso clásico de competencia. Esta cuestión será tratada en la sección III, después de haber examinado la demostración propuesta por Torrens.

### 5 *Las ambigüedades de la demostración de Torrens*

La demostración de Torrens presenta ciertas ambigüedades, las cuales a la luz del análisis precedente, pueden ser fácilmente eliminadas.

La primera consiste en que el ejemplo numérico sobre el cual se apoya su exposición ha sido construido a partir de una hipótesis muy particular concerniente a la técnica de producción: la relación entre las cantidades de medios de producción es la misma en las dos ramas. Se encontrará en el Apéndice un ejemplo numérico donde este inconveniente ha sido suprimido.

La segunda ambigüedad es más interesante. Después de haber introducido una perturbación exógena de la igualdad inicial entre oferta y demanda efectiva, Torrens analiza las transacciones entre las dos ramas. En su ejemplo el proceso de mercado se detiene después que el "stock" y el precio de la mercancía para la cual la oferta se supuso haber aumentado anormalmente, son ambos positivos.

Veamos esto de más cerca, retomando la demostración de Torrens. Si se ignoran los bienes de lujo, el modelo queda reducido a un sistema de producción compuesto de dos ramas: agrícola y artesanal. En la primera 100 familias utilizan 100 quarters de trigo (indicado por (b)) y 100 vestidos (indicados por (h)) para producir 400 quarters de trigo; en la segunda rama, 100 familias utilizan 100 quarters de trigo y 100 vestidos para producir 400 vestidos.

Utilizando para la producción y para los medios de producción las mismas notaciones que hemos presentado, el sistema  $g^*$  que corresponde a esta producción homotética es:

$$400 (b) = (1+g^*) ( 100 (bb) + 100 (hb) )$$

$$400 (h) = (1+g^*) ( 100 (bh) + 100 (hh) )$$

Se tiene  $g^* = r^* = 100\%$ <sup>11</sup>; el intercambio de 200 quarters de trigo contra 200 vestidos permite la reproducción de las dos mercancías a esta tasa.

Torrens: "Such being the previous state of things, let us now assume, that an unusually abundant harvest occurs, which yields to the growers of corn five hundred instead of four hundred quarters. Now what influence would this excess have upon the effectual demand, or profitable vend, first for the corn, and then for the other articles produced? The inquiry is most important" (p. 402)<sup>12</sup>

Al precio inicial hay un excedente de trigo igual a 100 quarters. Ello provoca la baja del precio del trigo.<sup>13</sup> A este nuevo precio, "the abundant harvest... will have left upon their hands (de los agricultores) one hundred quarters of corn, for which no profitable vend can be obtained" (p. 405-6). A pesar de la baja del precio el stock no vendido de trigo, permanece inalterado.

Esta conclusión aparentemente sorprendente, se justifica por completo en el marco del modelo de dos mercancías fundamentales teniendo en cuenta la particularidad de la técnica de producción. En efecto cuando los agricultores proponen a la venta los 100 quarters de trigo suplementarios, su oferta se eleva a 300 quarters. Como resultado de la restricción técnica del sector artesanal, ellos reciben a cambio solamente 100 vestidos, aunque el precio de trigo baje a 1/3 y el stock de trigo no vendido permanezca igual a 100 quarters (cf. Appendice par. 1: si se elimina la hipótesis particular referente a la técnica, el stock se modifica al mismo tiempo que el precio).

Después de esta primera negociación la situación se presenta como sigue:

$$500 (b) = 100 (bb) + 300 (hb) + 100 (b^1)$$

$$400 (h) = 100 (bh) + 300 (hh)$$

donde  $100 (b^1)$  es el stock de trigo no vendido.

11 Debido a la presencia de bienes de lujo, en el modelo del capítulo VI, sección 6 la tasa de reproducción es nula y la tasa de ganancia es igual a 100%.

12 De una manera general la sobreproducción de una mercancía puede tener por causar "the enoreous calculations of producers" o "the irregularity of the seasons" (p. 400).

13 "Now, with respect to articles of which a given population can consume only a given quantity, a moderate increase in the supply occasions a considerable decrease in the price. We will assume, therefore, that the abundant harvest which augments the supply of corn on fourth, reduces the prices of corn one half" (p. 404). Tal explicación de la baja del precio del trigo es evidentemente insuficiente. Esta laguna no afecta demasiado en la medida en que la cuestión de la sobreproducción puede ser tratada fuera de los bienes de lujo y del consumo final de las mercancías fundamentales (cf la hipótesis No. 3, par. 2). En este caso, se sabe que los precios de los medios de producción dependen únicamente de la proporción entre las cantidades producidas y de la técnica de producción (cf. I y II par. 4 y 5).

Lo que sigue de la demostración es sin embargo, un tanto torpe. Después de haber ilustrado en un cuadro (p. 407-8) la situación al final del primer intercambio mercantil, Torrens se cree obligado de suponer: "that a second abundant harvest occurs, trowing, including the stock already in hand, six hundred quarters of corn on the market, instead of four hundred" (p. 409), lo que lleva a una baja ulterior del precio del trigo. No es más que después de esta nueva alza del precio de producción del trigo que, Torrens obtiene una sobreproducción de vestidos.

Todo esto es tan arbitrario como inútil. Puesto que el precio del trigo cae por debajo de su nivel natural, ningún acrecentamiento de la producción puede ser atribuido al mecanismo del mercado concurrencial. La nueva alza de la producción del trigo debe entonces ser arbitrariamente postulada. Se trata entonces de una hipótesis innecesaria. En efecto, como resultado de las condiciones de producción particulares adoptadas en el modelo de Torrens, la sobreproducción de vestidos es consecuencia inmediata de la desproporción inicial. El precio del trigo no puede permanecer al nivel que se estableció después del primer intercambio mercantil: la misma causa que provocó su baja de 1 a 1/3 continúa actuando y teniendo los mismos efectos. Cuando los 100 quarters que han permanecido en stock son propuestos a la venta, el precio del trigo se anula y se tiene:

$$500 (b) = 0 (bb) + 400 (hb) + 100 (b^1)$$

$$400 (h) = 0 (bh) + 400 (hh)$$

Este resultado nos es familiar: la perturbación inicial tiene como efecto modificar la proporción entre la producción del trigo y la producción de vestidos, de tal manera que la condición (3) o (3') ya no se verifica. Por ello,  $(1 + g_b)$  y el precio del trigo se anulan. La producción de trigo en el período siguiente se anula también y la producción de vestidos que resulta de la puesta en marcha de 400 (hb) + 400 (hh) se vuelve a su vez sobreabundante.

Así corregido este ejemplo numérico ilustra convenientemente la descripción de Torrens: "The fall in the exchangeable value of the redundant commodity, deprives its producers of the power of replacing the ingredients of capital, without which they cannot continue their business... The supply of these commodities, therefore, though not absolutely increased, becomes relatively redundant, as compared with the effectual demanda; they also fall in exchangeable value, and the producer of them are in their turn deprived of the power of replacing the

ingredients of capital... The motive for continued production would therefore cease and through all the channels of industry a general stagnation would prevail" (p. 414-6).<sup>14</sup>

### III PROBLEMAS DE INTERPRETACION

Las cuestiones de interpretación planteadas por la teoría de TORRENS están ligadas a la noción de demanda efectiva, por lo menos tal como nosotros la hemos presentado en las secciones precedentes. Tres de entre ellas nos parecen particularmente interesantes. Ellas se refieren a la teoría de los precios de producción, a la teoría de la reproducción y a la teoría de la competencia.

#### 1 Demanda efectiva y teoría de los precios de producción

Nosotros nos proponemos mostrar que, a pesar de las analogías formales y de la proximidad cultural evidentes, existe una profunda diferencia entre la teoría construida a partir de la noción de demanda efectiva. (Torrens) y la teoría contemporánea de los precios de producción elaborada por Sraffa. Nos limitaremos a los dos puntos centrales que son la determinación de los precios de producción y de la tasa de ganancia por una parte y, el rol de la mercancía homotética, por la otra.

En la parte 4 de la obra de Sraffa los precios de producción están determinados por un sistema de ecuaciones de la forma:

$$\sum_j X_{ij} q_j p_i (1+r) = q_i p_i$$

donde los precios son coeficientes de evaluación determinados únicamente, a partir de la técnica de producción y de la tasa de ganancia, cuya uniformidad es postulada. Una vez que la técnica ha sido dada, si la tasa de ganancia permanece invariable (o, para facilitar la comparación con la teoría expuesta más arriba, si el vec-

---

<sup>14</sup> Agregemos que puesto que el trigo "forms the basis of labourer's food, it becomes the most important and universal of all the ingredients of capital". De donde se sigue que the first thing the practical statesman should aim at, is to keep the supply and the price of corn uniform and steady" (p. 426).

tor de tasas de ganancia permanece inalterado), el sistema de precios permanece, él también, sin alteración, cualquiera que sean las proporciones en las cuales las mercancías son producidas.<sup>15</sup>

Una configuración tal que asocia a diferentes proporciones entre las cantidades producidas los mismos precios y tasa de ganancia, esta excluida radicalmente, en la teoría de los precios construida sobre la base de la demanda efectiva. Todo cambio de las proporciones en las cuales las mercancías son producidas implica la modificación de las  $g_i$ , o de la demanda efectiva de las diferentes mercancías, y por consecuencia de los precios y tasa de ganancia (cf. par. 4 y 5).

Ello se cumple por el hecho de que, una vez introducida la demanda efectiva, los precios son relaciones de intercambio que dependen de la totalidad de las operaciones que se llevan a cabo en el seno del período unitario, en particular de las transacciones entre las cantidades producidas y los medios de producción.<sup>16</sup> Se sabe que los precios están determinados por el sistema  $g$  y la condición de igualdad entre los ingresos y las compras en cada rama, que reemplaza la condición de igualdad entre los ingresos y los costos en la teoría de los precios de producción. Esta última condición interviene únicamente para la determinación de las tasas de ganancia.

En la teoría de Sraffa, los precios son determinados fuera de toda hipótesis sobre la utilización del excedente: tal es la consecuencia de la condición de "self replacing state". En la teoría de la demanda efectiva de Torrens, ellos son determinados tomando en cuenta la utilización del excedente (limitada, en virtud de la hipótesis H3, a la compra de medios de producción): el "self replacing state" es después abandonado y reemplazado por el estado dinámico, progresivo o estacionario.

Habiendo precisado estos puntos, admitamos, con Sraffa, que la tasa de ganancia "must be uniforme for all industries". Una vez introducida la demanda efectiva, el único sistema productivo que es compatible con esta norma es el sistema patrón mismo y no ese otro cualquiera, de la parte 4 de la obra de Sraffa. Se sabe,

<sup>15</sup> Sraffa precisa este punto en su respuesta a R.F. Harrod (cf. *The Economic Journal*, vol. I, XXII, 1962). Este mismo resultado, obtenido utilizando el análisis neoclásico, es conocido bajo el nombre de "teorema de no sustitución".

<sup>16</sup> En la parte 7 Sraffa escribe: "Its (de una mercancía fundamental) exchange ratio depends as much on the use that is made of it in the production of other basic commodities as on the extent to which those commodities enter its own production. (One might be tempted, but it would be misleading, to say that it depends as much on the Demand side as on the Supply side)". En la teoría de los precios construida a partir de la noción de demanda efectiva este enunciado no conduce a equívoco (cf. [I] y [II], par. 4 y 5).

en efecto, que la igualdad entre la oferta y la demanda efectiva, o el sistema homotético, es en adelante, la condición de la existencia de los precios de producción (los precios asociados a la uniformidad de la tasa de ganancia).

Ello nos conduce a anticipar que, a pesar de su identidad formal, el principio de las "proporciones correctas" de la teoría de Torrens es inasimilable a la noción de mercancía patrón de la teoría de Sraffa.

La mercancía patrón es una "purely auxiliary construction" extraída del "actual economic system". Sraffa la elabora con el propósito de tratar los problemas planteados por las relaciones entre precios y repartición del ingreso.

Las cosas se presentan de manera totalmente distinta cuando se examina el principio de las proporciones correctas. Consideremos primeramente las relaciones entre precios y tasa de ganancia. Esta última es evidentemente una relación entre precios. Ahora bien, la introducción de la demanda efectiva permite conocer la o las tasas de ganancias independientemente de los precios, cualesquiera que sean las proporciones en las cuales las mercancías son producidas, siempre que la producción y los medios de producción estén evaluados en el mismo sistema de precios. (cf. par 4 y 5).

A continuación y sobretodo, tengamos en cuenta que la existencia de las "proporciones correctas" entre las cantidades producidas es la condición a la vez de la ausencia de sobreproducción (y entonces de continuación de la actividad económica) y de la uniformidad de la tasa de ganancia. De ello, resulta que el sistema de producción homotética no es una construcción ficticia y auxiliar; la uniformidad de la tasa de ganancia no es una restricción exógena.

Se trata, por el contrario, de dos expresiones equivalentes del mismo principio normativo "The great practical problems in economic science is, so to proportion production that supply and demand shall be in relation of equality" (p. 370).

Concluamos. La mercancía homotética es una figura central de la teoría clásica. Este estudio ha permitido mostrar que a la misma estructura formal corresponden dos conceptos económicos distintos: el sistema patrón de Sraffa y el sistema bien proporcionado de Torrens.

## *2 Demanda efectiva y teoría de la reproducción*

Si la interpretación propuesta en las secciones precedentes es correcta, se debe

---

reconocer que la noción de demanda efectiva avanzada por Torrens es el fundamento de una teoría dinámica de la reproducción, verdaderamente notable. En el sistema de la parte 2 esta noción está desprovista de toda ambigüedad: las mercancías producidas no tienen otra finalidad que su afectación, por intermedio del mercado, a la reproducción. Es cierto que esta es una idea central en el pensamiento clásico. El mérito de Torrens es el de formularla con fuerza y claridad (lo que ni Ricardo, ni Malthus lograron hacer) y sobretodo de deducir sus consecuencias. Se obtiene de ella, un modelo dinámico de reproducción completamente desagregado, que permite determinar las cantidades producidas, los precios y las tasas de ganancia en cada período.

Este modelo es, en nuestro conocimiento, la primera teoría coherente de la reproducción capitalista que la economía política haya producido. Es el punto de partida de los modelos clásicos de crecimiento con coeficientes de producción fijos y la primera formulación precisa de lo que Marx llama los esquemas de reproducción... (pág. 21).

Un último punto merece ser señalado. Los numerosos debates sobre la sobreproducción general y las crisis, al interior de la teoría marxista en particular, hubieran sido seguramente mucho más fructuosas si el descubrimiento de Torrens referente a la inestabilidad de los senderos dinámicos hubiera sido conocido.<sup>18</sup>

### 3 *Demanda efectiva y Ley de la Competencia*

El modelo dinámico elaborado a partir de la noción de demanda efectiva no describe solamente un proceso de reproducción sino que también un proceso clásico de competencia. Siendo, como se ha visto, la primera interpretación evidente, se trata ahora de explicitar la segunda. Ello conduce a la cuestión de la articulación entre la teoría de la competencia y la teoría de la crisis macroeconómica.

Cada período del sendero dinámico está caracterizado por niveles determinados de tres variables esenciales de la teoría clásica de la competencia.

Las cantidades  $q_i(t)$  son cantidades de mercado, es decir, cantidades produ-

<sup>17</sup> Marx consagra una larga crítica a la teoría del valor y de la ganancia de Torrens (cf. *Théories sur la plus-value*, t. 3, Ed. Sociales, 1976, p. 77-96; *Le Capital*, Ed. Pléiade, t. 2, p. 889-90 nota). Pero no discute su teoría de la crisis. No aborda la cuestión de la demanda efectiva más que bajo el ángulo de la determinación de la ganancia (cf. *Théories sur la plus-value*, op. cit. p. 87 y 88).

<sup>18</sup> Para una demostración de la inestabilidad del esquema de la reproducción ampliada de Marx, cf. M. Morishima: *Marx' Economics*, Cambridge, 1973.

cidas y aportadas al mercado en el período (t).

Los precios  $P_i(t)$  son precios de mercado que, siguiendo la tradición después de Smith, se forman a través de la confrontación entre la cantidad presentada en el mercado  $q_i(t)$  y la "demanda efectiva".

Las tasas de ganancia  $r_i(t)$  son tasas de ganancia de mercado cualquiera que sea el método utilizado para calcularlas.

Subrayemos aquí un punto importante. Según la interpretación propuesta en las secciones precedentes, la teoría Torrens permite formular de manera precisa las reglas de determinación y el proceso de formación de los precios y tasas de ganancia de mercado. Se trata aquí, de un resultado interesante que ni la teoría de Smith, ni la teoría de Ricardo, han, hasta el momento, permitido obtener.

Por otra parte, el estudio del esquema de dos mercancías muestra que las relaciones entre las magnitudes de mercado en el curso del tiempo, corresponden a la descripción clásica de la competencia (cf. la sección II y el Apéndice).

Pero, como lo hemos visto, el modelo dinámico es inestable, cuando la producción está fuera de "las proporciones correctas" o de la posición natural<sup>19</sup>, la sobreproducción es inevitable. La gravitación de las magnitudes del mercado alrededor de su nivel natural, por consecuencia, excluida: si la producción está en la posición natural, por definición la gravitación está ausente; si la producción está fuera de la posición natural, ningún proceso de gravitación le permite alcanzarla o volverla a encontrar. El comportamiento dinámico del sistema no es entonces compatible con el proceso de ajuste concurrencial que sin embargo, Torrens afirma en su exposición de la teoría del valor, en el capítulo I.

Se vio en la parte 13 que la noción de demanda efectiva conduce a una teoría de los precios y tasas de ganancia distinta de la teoría de los precios de producción. Ahora bien, es esto último lo que Torrens defiende al final del capítulo 1: "after the community divides itself into a class of capitalists and a class of labourers, the results obtained by the employment of equivalent capitals or equal quantities of accumulated labour, will be equal in exchangeable value" (p. 28).

Esta regla implica "the law of competition equalizing the rate of profit" (p. 33). Por una parte "after capitalists become a class distinct from labourers, competition turns, not upon the quantity of labour, but upon the amount of capital expended in production" (p. 38); por otra parte "capital ever seeks its most

---

<sup>19</sup> Recordemos que los autores clásicos definen la posición natural por la uniformidad de la tasa de ganancia que se verifica en la teoría de Torrens únicamente cuando la producción está en las "proporciones correctas".

beneficial employment" (p. 27).

Todas estas indicaciones están reunidas en una exposición convencional, después de Smith, del proceso clásico de ajuste del mercado de competencia: "It is the law of competition which determines universally the quantity of any article that shall be offered and accepted for a given quantity of another... In any given state of the market, it turns upon demand and supply; and consequently the exchangeable value of every commodity will, in any given state of the market, be determined exclusively by the proportion which exists between the supply of it and the demand of it... But it is to be considered, that that state of the market upon which competition turns to-day, a previous competition must have produced, and a future competition will either continue or destroy. When the product of a given capital sells for more or less than the products of other and equal capitals, it will be the interest of individuals to betake themselves to the more, or to desert the less, advantageous occupation; and consequently, whereas competition is allowed to operate, it will so regulate the state of the market, or, in other words, so determine the proportions in which commodities shall be produced, and offered in exchange for each other, that, notwithstanding occasional fluctuation, the results obtained by the employment of equal capitals will on the average and in the long run be of equal exchangeable value" (p. 41-2).

Este largo párrafo es significativo. Es verdad que Torrens se limita a afirmar la existencia del ajuste concurrencial sin proporcionar la menor demostración. Sin duda, así como Ricardo, considera que después de Smith, ella es evidente. Pero no es este el punto esencial.

Conviene por el contrario mostrar la incompatibilidad entre la ley de la competencia y la ley de la demanda efectiva; un desajuste de las cantidades producidas tiende a ser sistemáticamente corregido por la acción de la primera ley y a degenerar también al mismo tiempo de manera sistemática, en una sobreproducción general, en virtud de la segunda ley. La "ley" de la competencia, "perpetually operating" (p. 27 y 93) en la teoría del valor del capítulo 1, es siempre inoperante en la teoría de la crisis del capítulo VI, sección 6.

Esta incompatibilidad es tanto más manifiesta, en cuanto Torrens apoya explícitamente la teoría de la sobreproducción sobre la profundización de las nocio-

---

<sup>20</sup> Contra Ricardo a quien conforme a la costumbre, atribuye la determinación de los valores de intercambio por las cantidades de trabajo directamente o indirectamente incorporadas.

nes de oferta y demanda utilizadas en la exposición de la ley concurrencial en el capítulo I<sup>21</sup>. Después de haber constatado las incomprensiones que rodean las "leyes de la oferta y la demanda" y justo antes de presentar su definición de demanda efectiva, Torrens declara "I shall, therefore, in concluding this long chapter upon mercantile society, (el capítulo VI), endeavour to furnish that which I conceive has hitherto remained a *desideratum* in political economy; namely, an accurate and complete analysis of the important principles of supply and demand" (p. 341-2)<sup>22</sup>. Recordemos que este análisis es considerado por el autor como la parte más importante de su obra.

Ahora bien es precisamente sobre la base de estos "importantes principios" que Torrens afirma por una parte, la necesaria igualización de las tasas de ganancia y por otra, demuestra la necesaria agravación de la desigualdad de las tasas de ganancia que conduce a la sobreproducción general. Este último resultado es, por sí, el criterio decisivo que Torrens adopta para juzgar la validez de su teoría de la demanda efectiva (cf. (ii), par. 1). Esta contradicción expresa una de las dificultades mayores que encuentra la teoría clásica de la crisis macroeconómica en un sistema concurrencial. El problema de la demanda efectiva, planteado con fuerza y no resuelto por Torrens, no ha obtenido hasta ahora una solución satisfactoria<sup>23</sup>. París, Mayo 1984. ●

## ANEXO

### LA INESTABILIDAD DEL PROCESO DINAMICO

Este anexo fue redactado por el señor Daniel Cohen a quien agradezco vivamente

I— Llamemos  $q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix}$  la oferta disponible en el instante  $t$ .

Se tiene: (1)  $q(t) = A' q(t+1)$

<sup>21</sup> Lo que es una justificación suplementaria de la interpretación del modelo dinámico como proceso clásico de competencia.

<sup>22</sup> Cf. también el texto p. 360 citado más arriba (cf. (i) par. 1) que precede la definición de igualdad entre oferta y demanda efectiva.

<sup>23</sup> En 1821 Torrens concluyó la introducción de su obra escribiendo "With respect to Political Economy the period of controversy is passing away, and that of unanimity rapidly approaching. Twenty years hence these will scarcely exist a doubt respecting any of its fundamental principles" (p. xiii).

$$\text{donde } A' = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} \\ X_{12} & X_{22} \end{bmatrix}$$

A es una matriz para la cual se supone el *determinante negativo*. Por consecuencia

- a) tiene dos valores propios de signo contrario ( $\alpha, -\Gamma$ )
- b) puesto que la traza ( $=X_{11} + X_{22}$ ) es positiva, la suma  $\alpha - \Gamma$  es positiva, de donde:

$$(2) \alpha \geq \Gamma$$

II – Escribamos I bajo la forma

$$q(t+1) = Bq(t) \text{ o } B = A'^{-1}$$

$$\text{Se tiene } q(t) = B^n q_0$$

$q_0$  es el vector inicial de la cantidad ofrecida. B posee los dos valores propios  $\frac{1}{\alpha}$  y  $-\frac{1}{\Gamma}$ ; por consecuencia para todo vector inicial  $q_0$  se puede escribir:

$$(3) \begin{cases} q_1(t) = a_1 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^n + b_1 \left(-\frac{1}{\Gamma}\right)^n \\ q_2(t) = a_2 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^n + b_2 \left(-\frac{1}{\Gamma}\right)^n \end{cases}$$

Existe un solo vector  $q_0^*$  que corresponderá al crecimiento homotético. Es el vector propio  $q_0^*$  asociado a  $\alpha$ , tal que

$$A' q_0^* = \alpha q_0^* \quad (\text{y } A'^n q_0^* = \alpha^n q_0^*)$$

Para cualquier otro vector inicial,  $b_1$  y  $b_2$  no serán nulos en (3).

Como se vio por (2) que  $\alpha \geq \Gamma$

Se tiene  $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\Gamma}$

Por consecuencia, el término  $(\frac{1}{\Gamma})^n$  fluctúa más que  $(\frac{1}{\alpha})^n$ : habrá pues siempre una época  $n$ , para la cual una de las dos producciones  $q_1$  o  $q_2$  se volverá nula.

Conclusión: todo vector  $q_0$  de oferta inicial no colineal a  $q_0^*$  conduce a la sobreproducción.

## APENDICE

Aquí se encontrará una ilustración, con ayuda de un ejemplo numérico, de la interpretación de la teoría de Torrens que hemos propuesto.

Sean, para dos mercancías (a) y (b), los coeficientes de producción siguientes, tales que el determinante de la matriz  $A'$  es negativo (cf. más adelante par. 3 el caso en que esta condición no se cumple).

$$X_{aa} = 0,303$$

$$X_{ba} = 0,260$$

$$X_{ab} = 1,515$$

$$X_{bb} = 0,260$$

de donde:

$$a = X_{ab}/X_{ba} = 5$$

$$b = X_{bb}/X_{ba} = 1$$

Torrens parte de una situación de igualdad entre oferta y demanda efectiva. El sistema homotético correspondiente a esta técnica da los valores siguientes:

$$q^* = r^* = 10\%$$

$$* = q_b^*/q_a^* = 2,33$$

$$P_a^* = 2,5$$

Fijemos la escala de producción homotética del período inicial  $t_0$ ; sea por ejemplo  $q_a(t_0) = 60$  (a).

La producción es:

$$18,2 \text{ (a)} \oplus 91 \text{ (b)} \longrightarrow 60 \text{ (a)}$$

$$36,4 \text{ (a)} \oplus 36,4 \text{ (b)} \longrightarrow 140 \text{ (b)}$$

Torrens supone a continuación que una perturbación sobreviene, bajo la forma de una variación exógena, y una vez por todas, de la producción de una mercancía, por ejemplo (a). Subrayemos que no se trata de un cambio de técnica: a partir del período siguiente la relación entre la producción y los medios de producción vuelve a encontrar su nivel inicial.

Supongamos que, como resultado de la perturbación, la producción obtenida en el período  $t_1$  sean de  $q_a(t_1) = 82,5$  (a);  $q_b(t_1) = 154$  (b), en lugar de  $q_a^o(t_1) = 66$  (a);  $q_b(t_1) = 154$  (b) (en cuyo caso el índice (o) indica la producción que habría sido obtenida en ausencia de la perturbación).

Se tiene:  $\lambda(t_1) = 1,867$

Sobre la base de [2] y [7] y tomando en cuenta la perturbación se puede calcular:

$$g_a(t_1) = \frac{q_a(t_1)}{q_a^o(t_1)} \frac{\lambda(t_1) - \beta_b}{X_{aa}(\beta_a - \beta_b)^{-1}} = 10,6\%$$

$$g_b(t_1) = \frac{\lambda(t_1) - \beta_a}{\lambda(t_1) X_{ba}(\beta_b - \beta_a)} - 1 = 61,35\%$$

$$P_a(t_1) = \frac{\beta_a(\beta_b - \lambda(t_1))}{\lambda(t_1) - \beta_a} = 1,38$$

Según el método de cálculo utilizado se obtienen las tasas de ganancia siguientes:

— si los medios de producción son evaluados al precio  $t_1$ , se tiene:

$$r_a(t_1) = \frac{q_a(t_1)}{q_a^\circ(t_1)} \frac{P_a(t_1)}{X_{aa} P_a(t_0) + X_{ab}}$$

$$r_b(t_1) = \frac{1}{X_{ba} P_a(t_0) + X_{bb}} - 1 = 10\%$$

- si los medios de producción y la producción, ambos son evaluados al precio  $t_1$ , las tasas de ganancia son iguales a las tasas de reproducción (cf. III), o sea  $a(t_1) = -10,6\%$ ;  $b(t_1) = 61,35\%$ .

Remarquemos que  $g_a(t_1)$  corresponde al valor dado por [2] multiplicado por  $q_a(t_1)/p_a^\circ(t_1)$ , con el propósito de tomar en cuenta la variación exógena de  $q_a$ . La tasa  $g_a(t_1)$  es pues, necesariamente más elevada que lo que sería si la producción  $q_a(t_1)$  hubiese sido obtenida a través de la expansión de la escala productiva de la rama (A) lo que habría exigido la aumentación correspondiente de los medios de producción utilizados. Evidentemente, estas mismas observaciones se aplican a la tasa de ganancia  $r_a(t_1)$ .

Vamos a examinar, sucesivamente, los procesos de mercado por los cuales estas magnitudes se realizan en el período  $t_1$  (par. 1 y 2) y, el comportamiento dinámico de las tasas de reproducción y del precio (par. 4).

## 1— EL AJUSTE DEL MERCADO POR LAS CANTIDADES

Se puede considerar que a la apertura del mercado del período, la situación se presenta así:

$$82,5 (a) = 40 (ba) + 20 (aa) + 22,5 (a^1)$$

$$154 (b) = 40 (bb) + 100 (ab) + 14 (b^1)$$

donde  $a^1$  y  $b^1$  representan los "stocks" de las dos mercancías.

En estas condiciones los productores de las dos mercancías pueden aumentar simultáneamente su tasa de reproducción (y por consecuencia sus demandas recíprocas) hasta el agotamiento de uno de los dos "stocks".

Ello se realiza fácilmente si se admite que los productores toman la relación

del anterior ( $P_a(t_0)=2,5$ ), como base para la primera negociación. Al término de esta primera negociación se tiene:

$$82,5 (a) = 44 (ba) + 22 (aa) + 16,5 (a^1 (1))$$

$$154 (b) = 44 (bb) + 110 (ab)$$

donde  $a^1 (1)$  es el "stock" no vendido de la mercancía (a) después de la primera negociación.

La presencia de este "stock" positivo de (a), se traduce por una proposición de venta a los productores de la rama (B), y por lo tanto por una modificación de la relación de intercambio. Ahora bien, a cada proposición sucesiva de venta de (a) a la rama (B), corresponde una cantidad decreciente de la mercancía (b) disponible para ser vendida a la rama (A). En efecto, la restricción técnica de realización de proporciones adecuadas de medios de producción en la rama (B), conduce a la retención en esta rama de una cantidad creciente de la mercancía (b). De donde resulta el alza del precio de (b). Por otra parte, la baja de la cantidad de (b) obtenida por la rama (A), se traduce por la baja de la cantidad de (a) que esta rama puede utilizar de manera productiva. El "stock" no vendido de la mercancía (a) es por ello mismo, modificado. Estos cambios del "stock" de (a) y de la relación de intercambio continúan hasta el agotamiento de este "stock".

La segunda negociación se desarrolla de la manera siguiente. La proposición de venta de  $16,5 (a)$  es elevada a  $60,5 (a)$ , la cantidad de (a) recibida por la rama (B). Tomando en cuenta el coeficiente  $\beta_b=1$ , la rama (B) retiene  $60,5 (b)$  para su propia reproducción y cede la diferencia,  $93,5 (b)$  a la rama (A). La relación de intercambio al final de esta segunda negociación  $P_a (2)$  se fija entonces en  $93,5 (b)/60,5 (a) = 1,55$ . La rama (A) no puede, por otra parte, utilizar productivamente más que  $18,7 (a)$ , de donde resulta un "stock" de  $(a) = 3,3$ . Esta última cantidad se propone a la venta y la tercer negociación se desarrolla según las mismas modalidades que la precedente.

Este proceso puede ser ilustrado de la manera siguiente: Las fechas describen el desarrollo de las operaciones realizadas bajo la presión del exceso de la oferta de la mercancía (a) y tomando en cuenta los coeficientes de producción:

— segunda negociación:

$$\begin{array}{r}
 82.5 (a) = 60.5 (ba) + 18.7 (aa) + 3.3 (a^{-1} (2)) \\
 \downarrow \quad \quad \quad \rightarrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \rightarrow \\
 154 (b) = 60.5 (bb) + 93.5 (ab)
 \end{array}$$

de donde  $P_a (2) = 1.55$

— tercera negociación

$$\begin{array}{r}
 82.5 (a) = 63.8 (ba) + 18.04 (aa) + 0.66 (a^1 (3)) \\
 \downarrow \quad \quad \quad \rightarrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \rightarrow \\
 154 (b) = 63.8 (bb) + 90.2 (ab)
 \end{array}$$

de donde  $P_a (3) = 1.41$

Continuando, se obtienen las demandas efectivas, las tasas de ganancia y el precio de mercado para el período  $t_1$ : el proceso converge hacia los valores de  $g_a (t_1)$ ;  $g_b (t_1)$ ;  $P_a (t_1)$ ; determinados aquí, anteriormente.

Este resultado depende de la hipótesis según la cual el "stock" que queda en las manos de los productores de la rama (A) al final de cada negociación de mercado es proporcional a su propia producción. Si esta condición no fuera llenada, podría haber en este caso, simultáneamente "stocks" nulos entre algunos productores y un stock global positivo en la rama; la tasa de ganancia y el precio de mercado de los diferentes productores serían desiguales.

Remarquemos finalmente que:

Las tasas  $g_a (t_1)$  y  $g_b (t_1)$ , así como el precio  $P_a (t_1)$  no dependen únicamente del "stock" inicial (aquí igual a 16.5 (a) es decir, de la importancia de la perturbación en el período  $t_1$ . Ellos dependen de la suma de los excesos de oferta de la mercancía (a), decrecientes, que se forman sucesivamente por la acción del mercado a medida que se desarrollan las negociaciones.

— Sobretudo este proceso no hace intervenir explícitamente los precios: la relación de intercambio que se fija en cada período está determinada por la oferta y demanda recíprocas, que dependen únicamente de las cantidades producidas y de la técnica de producción. Es por ello que el ajuste que se acaba de describir, está limitado al caso de una economía de dos mercancías. Si el número de mercancías producidas fuera más elevado, se encontrarían las dificultades bien conocidas ligadas a los intercambios de trueque.

## 2- EL AJUSTE DEL MERCADO POR LOS PRECIOS

Explicitemos las dos primeras etapas de este proceso. Las restricciones p tales de las dos ramas son:

$$q_a P_a = (1+g_a) X_{aa} q_a P_a + (1+g_a) X_{ab} q_a$$

$$q_b = (1+g_b) X_{ba} q_b P_a + (1+g_b) X_{bb} q_b$$

puesto que  $X_{ab} = \beta_a X_{aa}$

$$X_{ba} = \beta_b X_{bb}$$

y planteando, para simplificar las notaciones:

$$(1+g_a) X_{aa} q_a = q_{aa}$$

$$(1+g_b) X_{bb} q_b = q_{bb}$$

Se tiene  $q_a P_a = q_{aa} P_a + q_a + \beta_a$

$$q_b = q_{bb} \beta_b P_a + q_{bb}$$

Sea por ejemplo,  $P_a(1) = 2.5$ , el primer precio comunicado a los productores (por un subastador), Recordemos que

$$\beta_a = 5 \quad \beta_b = 1.$$

Se pueden calcular las demandas excedentarias en las dos ramas, a este precio

— primera negociación

(i) rama (A):  $82.5(a) \cdot 2.5 = q_{aa} \cdot 2.5 + q_{aa} \cdot 5$ ; (de donde  $q_{aa} = 27.5$ ).

de donde: oferta de (a):  $q_a - q_{aa} = 55$  (a) demanda de (b):  $q_{aa} \cdot 5 = 137.5$  (b)

(ii) rama (B):  $154(b) = q_{bb} \cdot 2.5 + q_{bb}$ ; (de donde  $q_{bb} = 44$ )

de donde: oferta de (b) =  $q_b = q_{bb} = 110$  (b) demanda de (a):  $q_{bb} = 44$ (a) al precio  $P_a(1) = 2.5$ , las demandas excedentarias de (a) y de (b) son entonces:

$$z_a(1) = -11 \text{ (a)}; z_b(1) = 27.5 \text{ (b)}$$

El nuevo precio comunicado a los productores es entonces, inferior a 2.5; sea por ejemplo  $P_a(2) = 1.8$ . Se tiene:

$$(i) \text{ rama (A): } 82.5 \text{ (a) } 1.8 = q_{aa} 1.8 + q_{aa} 5$$

$$(ii) \text{ rama (B): } 154 \text{ (b) } = q_{bb} \cdot 18 + q_{bb}$$

al precio  $P_a(2) = 1.8$  las demandas excedentarias de (a) y (b) son:

$$z_a(2) = -5.66 \text{ (a)}; z_b(2) = 10.2 \text{ (b)}$$

Continuando se obtiene el precio de mercado  $P_a(t_1) = 1.38$  que anula las demandas excedentarias de las dos mercancías. Se pueden conocer entonces, las tasas de reproducción y las tasas de ganancia: el proceso converge hacia los valores determinados anteriormente.

### 3— UN EJEMPLO DE INESTABILIDAD DEL PROCESO DE MERCADO

Se sabe que este proceso es inestable si el determinante de la matriz  $A'$  es positivo. Ilustremos esto con la ayuda de un ejemplo numérico.

Sea la técnica siguiente:

$$X_{aa} = 0.699$$

$$X_{ab} = 0.140$$

$$X_{ba} = 0.455$$

$$X_{bb} = 0.606$$

$$\text{de donde: } \beta_a = 0.2$$

$$\beta_b = 1.33$$

El sistema homotético correspondiente a esta técnica da los valores siguientes:

$$q^* = r^* = 10\%$$

$$\lambda^* = 0.46$$

$$P_a^* = 2/3$$

Fijemos la escala de la producción homotética en el período inicial  $t_0$ , sea por ejemplo  $q_a(t_0) = 130$  (a)

La producción es:

$$90.9 \text{ (a)} \oplus 18.2 \text{ (b)} \longrightarrow 130 \text{ (a)}$$

$$27.3 \text{ (a)} \oplus 36.35 \text{ (b)} \longrightarrow 60 \text{ (b)}$$

Supongamos que, como resultado de una perturbación, la producción obtenida en el período  $t_1$  sea de 155 (a) y 66 (b), en lugar de 143 (a) y 66 (b). Se tiene:  $\lambda(t_1) = 0.426$ . La condición [3] ó [3'] se cumple. Las soluciones dadas por [2], habiendo tomado en cuenta la perturbación, y por [7] son:  $g_a(t_1) = 24\%$ ;  $g_b(t_1) = 3\%$ ;  $P_a(t_1) = 0.8$ .

Ahora bien, esos valores no son susceptibles de ser realizados por un proceso de mercado.

### 1) Ajuste por las cantidades

Admitamos que las negociaciones que llevan a la anulación de uno de los dos "stocks" estén terminadas: Se tiene:

$$155 \text{ (a)} = 33 \text{ (ba)} + 110 \text{ (aa)} + 12 \text{ (a}^1 \text{ (1))}$$

$$66 \text{ (b)} = 44 \text{ (bb)} + 22 \text{ (ab)}$$

Siguiendo el mismo procedimiento que anteriormente (Apéndice par. 1) se obtiene:

$$155 \text{ (a)} = 45 \text{ (ba)} + 30 \text{ (aa)} + 80 \text{ (a}^1 \text{ (2))}$$

$$66 \text{ (b)} = 60 \text{ (bb)} + 6 \text{ (ab)}$$

El "stock" no vendido de la mercancía (a) ha aumentado. Puesto que la demanda máxima de (a) por la rama (B), es igual a 66 (b).  $(1/\beta_b) = 49.5$  (a). Cuando la cantidad 80 ( $a^1$  (2)) es propuesta a la venta,  $(1+g_a(t_1))$  y  $P_a(t_1)$  se anulan y se forma un "stock" inutilizable de (a) que es igual a 105.5 ( $a^1$  (3)).

$$\begin{array}{rcccl} \text{Se tiene: } 155 \text{ (a)} & = & 49.5 \text{ (ba)} & + & 0 \text{ (aa)} & + & a^1 & 105.5 \text{ (a}^1 \text{ (3))} \\ & & \downarrow & \longrightarrow & \uparrow & & \longrightarrow & \\ 66 \text{ (b)} & = & 66 \text{ (bb)} & + & 0 \text{ (ab)} & & & \end{array}$$

de donde:  $g_a(t_1) = -100\%$ ;  $g_b(t_1) = 65\%$ ;  $P_a(t_1) = 0$

## 2 Ajuste por los precios

Supongamos que el precio inicial comunicado a los productores sea  $P_a(1) = 2/3$ . A este precio las restricciones presupuestarias son:

$$155 \text{ (a)} = q_{aa} \cdot 2/3 + q_{aa} \cdot 0.2$$

$$66 \text{ (b)} = q_{bb} \cdot 1.33 \cdot 2/3 + q_{bb}$$

de donde se deduce:  $z_a(1) = -26$ ;  $z_b(1) = 1.7$

El precio  $P_a(2)$  que se comunica a los productores en la etapa siguiente, es entonces, inferior a  $2/3$ . El precio de mercado se aleja del nivel  $P_a(t_1) = 0.8$ , calculado a partir de [7].

## 4- EL SENDERO DINAMICO

El cuadro siguiente ilustra el comportamiento dinámico de las magnitudes de mercado descrito por el sistema [8].

	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$
$X_{aa} q_b$	18,2	20	17,,9	47,3	191,4 (a <sup>1</sup> )
$X_{ab} q_a$	9 <sub>1</sub>	100	89,,4	236,5	0
$X_{ba} q_b$	36,4	40	64,,5	11,7	45,1
$X_{bb} q_b$	36,4	40	64,,5	11,7	45,1
$q_a$	60	82,5 <sup>(x)</sup>	59	156,1	0
$q_b$	140	154	248,2	45,1	173,3
$\lambda = q_b/q_a$	2,33	1,867	4,2006	0,289	—
$P_a$	2,5	1,38	20,119	0	( $p_b=0$ )
$g_a (= r_a)^{(+)}$	10%	-10,6%	164,5%	-100%	—
$g_b (= r_b)^{(+)}$	10%	61,35%	-81,885%	285%	-100%
$r_a(++)$	10%	-24,1%	88.5%	-100%	—
$r_b(++)$	10%	10%	61.66%	No significativo	—

(+) La tasa de ganancia se calculó evaluando los medios de producción y la producción a los mismos precios (t).

(++) La tasa de ganancia se calculó evaluando los medios de producción a los precios (t-1) y la producción al precio (t).

La perturbación inicial está representada por el signo (x) en el período  $t_1$ . Las cantidades  $X_{ij}; q_i(t)$  representan a la vez, la demanda efectiva de la rama  $i$  en el período  $(t-1)$  y los medios de producción puestos en actividad en esta rama, en el período  $(t)$ .

Se observa que en  $t_3$ , la proporción entre la producción de las dos ramas se transforma en  $\lambda(t_3) = 0.289$ , que está fuera del intervalo definido por  $\beta_a$  y  $\beta_b$ . La condición [3] no se verifica más y por consecuencia, las tasas  $(1+g_i)$  no pueden ser ambas positivas. (En nuestro ejemplo, se tendería  $(1+g_a) = -0.59$ , lo que es evidentemente imposible, puesto que correspondería a cantidades negativas de mercancías). La tasa  $(1+g_a)$  se anula, así como el precio  $P_a$ : la mercancía (a) es sobreabundante. Los productores de la rama (B), pueden en tal caso, utilizar toda su producción como medios de producción, obteniendo gratuitamente, la cantidad necesaria de la mercancía (a). Los productores de la rama (A) estando en la imposibilidad de comprar una cantidad positiva de la mercancía (b), se encuentran con un "stock" inutilizado de (a), igual a  $191,4 (a^1)$ .

En el período  $t_4$  la producción es nula en la rama (A) y positiva en la rama (B). El mercado del período  $t_4$  registra entonces, la sobreproducción de (b) que se vuelve a su vez, sobreabundante a falta de ventas o de demanda efectiva. La sobreproducción se generaliza.