Análisis Económico
Núm. 67, vol. XXVIII
Primer cuatrimestre de 2013

Teorema de ineficiencia, epílogo de un error bicentenario

(Recibido: julio/012–aprobado: octubre/012)

Fernando Antonio Noriega Ureña[*]

Ex aperta libris, ad feminae et viri unius dogma

Resumen

El objetivo de esta investigación es demostrar que el cálculo económico de la empresa competitiva postulado por la tradición neoclásica, es ineficiente y viola el primer teorema del bienestar. A partir de dicha demostración, se replantea dicho cálculo y se demuestra que el replanteamiento propuesto es analíticamente superior.

Palabras clave: producción, eficiencia, bienestar, empleo.
Clasificación JEL: B13, E13.

[*] Profesor-Investigador del Departamento de Economía de la UAM-Azcapotzalco (noriega@correo.azc.uam.mx). Este trabajo, correspondiente al Proyecto de Investigación "Macroeconomía Abierta en la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo", se realizó en el marco de las actividades académicas conjuntas efectuadas por los Cuerpos Académicos PROMEP de Economía, del ICEA de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, y de Economía Internacional, del Departamento de Economía de la UAM-A. Agradezco los comentarios vertidos sobre versiones previas de este artículo por parte de los miembros del Seminario Permanente sobre Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo, y en especial los aportados por Adán Fabián Pigeon García, Cristhian Villegas Herrera y por dos dictaminadores anónimos del claustro de dictaminadores del *XII International Business and Economy Conference*, a efectuarse en la Universidad de Caen, Francia, en enero de 2013; sus sugerencias han sido plenamente atendidas. Deseo destacar de manera específica la contribución de Adán Pigeon a este artículo: demostró que las tasas de ganancia se igualan entre un plan inicial de producción y cualquier otro más eficiente bajo precios diferenciados, una vez que la industria ha alcanzado un tamaño más competitivo que el correspondiente a firmas maximizadoras de la masa de beneficios; asunto que se destaca nuevamente más adelante para la orientación apropiada de los lectores. Sin embargo, las responsabilidades de los yerros u omisiones que pudiesen subsistir son de mi entera responsabilidad.

Antecedentes

La conducta de la empresa competitiva en la teoría neoclásica se explica a partir de tres hipótesis: la primera, que los precios son datos conocidos y disponibles para ella, y que en vigencia de los mismos puede comprar la cantidad de insumos y vender la cantidad de producto que desee; la segunda, que su motivo para producir es la maximización de beneficios, objetivo que buscará a los precios vigentes; y la tercera, que la restricción que debe afrontar para realizar su conducta maximizadora, es la tecnología disponible: maximizará sus beneficios en el punto del conjunto de sus posibilidades técnicas de producción en el cual la diferencia entre el valor total de su producto y el costo total de sus insumos sea la más alta, dados los precios.

Obsérvese que la tercera hipótesis implica que habrá conjuntos de posibilidades técnicas de producción, los cuales harán posible que la empresa competitiva obtenga beneficios positivos, y habrá también los que le impliquen beneficios negativos o nulos, cualesquiera sean los precios en ambiente competitivo. Los beneficios estarán determinados, en última instancia, por las propiedades de la tecnología disponible para la empresa. Si los insumos son remunerados según sus productividades marginales y el conjunto de posibilidades técnicas de producción es de rendimientos a escala crecientes, los beneficios serán negativos; en cambio, si la empresa afronta rendimientos a escala constantes, los beneficios serán nulos, pero con rendimientos a escala decrecientes, los beneficios serán estrictamente positivos. Es decir que los beneficios, además de ser un residuo técnico, a precios competitivos dependerán en su signo del tipo de rendimientos.

En las demostraciones de existencia del equilibrio general competitivo se ha hecho común el asumir rendimientos a escala constantes, bajo el argumento de que esa es la implicación de hacer vigentes las condiciones de aditividad e inacción, de las que se desprende que el tamaño óptimo de la industria en el largo plazo está señalado precisamente por la existencia de beneficios nulos. Se admite esto como una implicación de la hipótesis *ad hoc* de que bajo libre entrada y salida no habrá incentivos de expulsión ni de admisión de unidades productivas. El cuadro analítico de equilibrio general se completa, por tanto, suponiendo rendimientos a escala constantes, número positivo finito y exógenamente determinado de unidades productivas, y beneficios nulos para la empresa individual y también para la industria.[1]

[1] En Arrow (1971: 2-405), se exponen en plenitud los fundamentos metodológicos y axiomáticos de la demostración de existencia del equilibrio general competitivo (EGC). Específicamente, los equilibrios del tipo Arrow-Debreu son considerados en la actualidad el fundamento metodológico de todo análisis microfundamentado. Los modelos

En contraste, la presente investigación propone una demostración de que la maximización de la masa de beneficios como función objetivo es ineficiente, tanto para la empresa competitiva individual cuanto para el agregado, en el sentido que señala la propia teoría neoclásica: con el mismo volumen de recursos que deciden demandar las empresas a los precios vigentes, se puede producir más, ganar más y lograr una dimensión más competitiva de la industria. La demostración deriva única y exclusivamente de las condiciones propias de la teoría neoclásica, y aunque después se vincula con el teorema de superioridad de la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo (TIMT), debe su resultado a condiciones que no requieren de esta última.

La investigación se cierra sometiendo a prueba el teorema de superioridad –y, por tanto, el teorema de ineficiencia– en un modelo dinámico en tiempo discreto.

1. La función objetivo

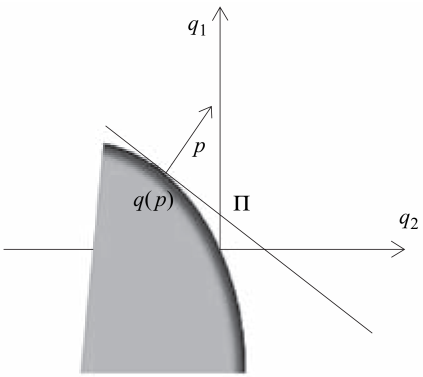
Para explicar en los propios términos de la teoría neoclásica las razones por las que los productores buscan maximizar su masa de beneficios en un sistema plenamente descentralizado, competitivo y de propiedad privada, supóngase una empresa cualquiera de todas las existentes en la industria, misma que, siendo p el vector de precios, q el vector de cantidades –con magnitudes positivas las de productos y negativas las de insumos– y Q el conjunto de posibilidades técnicas de producción, que se supone estrictamente convexo, realiza el siguiente cálculo:

$$\begin{aligned} &\underset{q}{Máx}\ p \cdot q \\ &S.a\ q \in Q \end{aligned} \qquad (1)$$

Para un sistema conformado únicamente de dos bienes, siendo Π la masa de beneficios, su gráfica será:

macroeconómicos que proponen explicaciones de las grandes patologías sociales a partir de la conducta económica de los agentes individuales, se refieren habitualmente al EGC como la norma que debe orientar el quehacer institucional de la política económica, debido a las propiedades cualitativas del mismo en términos de bienestar.

Gráfica 1
Equilibrio de la firma competitiva



Análogamente, el cálculo del consumidor representativo, propietario parcial de cualesquiera empresas existentes en la industria, muestra de la siguiente manera por qué la ecuación (1) es la función objetivo que los propietarios les indicarán a los gerentes a seguir en las empresas:

$$\begin{aligned} &\underset{x_i \geq 0}{Máx}\ u_i\,(x_i) \\ &S.a \\ &p \cdot x_i \leq w_i + \theta_i\, p \cdot q \end{aligned} \tag{2}$$

En el miembro derecho de la restricción presupuestal de (2) se distinguen los ingresos que provienen de la venta de factores a las empresas por parte del i-ésimo consumidor (w_i), y aquellos que provienen de sus derechos de propiedad sobre las empresas ($\theta_i\, p \cdot q$), según la regla de participación: $\sum_i \theta_i = 1$. Así, todos los propietarios, que son consumidores, procurarán, mediante de la máxima masa de beneficios de las empresas de las que son propietarios, tener el presupuesto más alto posible para financiar sus decisiones de consumo.

2. Ineficiencia en un escenario simple

Supóngase ahora, para simplificar, una economía en la que existe sólo un producto no durable (q),[2] y el trabajo como único factor de producción (T); es decir, un escenario

[2] Para toda variable, los subíndices “*o*” y “*d*” denotarán demanda y oferta, respectivamente.

de dos bienes para los consumidores: el producto y el tiempo de ocio ($S=\tau-T_o$).[3] En esta expresión, τ denota el tiempo máximo individual biológicamente disponible para trabajar –una dotación inicial natural de cada quien–; T_o corresponde al tiempo oferta de trabajo, y la resta entre ambos conceptos, es decir, S, se refiere al tiempo de ocio. Hay perfecta divisibilidad, información completa y libre entrada y salida de unidades productivas, y cada empresa puede estar conformada por una o más de éstas, según lo indique su conducta maximizadora.

En apego a las pautas metodológicas de la teoría neoclásica, supóngase inicialmente que existen n empresas, $n>0$, todas ellas precio-aceptantes y con funciones de producción de rendimientos marginales decrecientes de la forma: $q_o=T_d^{\alpha}$; $\alpha\in(0,1)$.

El precio nominal del producto es igual a uno, y el salario real (w), es una magnitud positiva igual al producto marginal del trabajo. La economía se halla en pleno empleo.

Los consumidores, propietarios de todas las empresas según el patrón de participación expuesto en (2), se aprestan a comparar los resultados que alcanzarían si en lugar de quedarse en el plan maximizador de la masa de beneficios, buscaran una tasa interna de retorno cada vez más elevada que la que corresponde a dicho plan, empleando en la comparación la misma cantidad de trabajo o esfuerzo social determinado en el plan maximizador de beneficios. La tasa de beneficio o tasa interna de retorno se define como el cociente de la masa de beneficios entre el costo total, para cada posible plan de producción. Para efectuar la comparación, los consumidores considerarán las propiedades de ambas funciones: masa y tasa de beneficios.

La *masa real de beneficios* Π de cualquiera de las n empresas, expresada como función del trabajo empleado T_d, al salario real w, es:[4]

$$\Pi(T_d)=T_d^{\alpha} - wT_d\,; \qquad \alpha\in(0,1) \tag{3}$$

Por (3) se sabe que la primera y segunda derivadas de esta función están dadas por:

$$\frac{\partial\Pi(T_d)}{\partial T_d}=\alpha T_d^{\alpha\text{-}1} - w \gtrless 0 \tag{3'}$$

[3] Un caso semejante al representado en la Gráfica 1.

[4] Las propiedades de la función de beneficios han sido suficientemente desarrolladas –como lo destaca Varian (1992: 49-58)– por Hotelling (1932), Hicks (1946) y Samuelson (1947).

$$\text{y}\frac{\partial^2\Pi(T_d)}{\partial T_d^2} = -(1-\alpha)\alpha T_d^{\alpha\text{-}2} < 0 \tag{3''}$$

Esto significa que se trata de una función que tiene un máximo absoluto en el punto en el cual su primera derivada es cero, mismo que corresponde al máximo beneficio.

La tasa de beneficio o *tasa interna de retorno* de cualquier plan de producción tecnológicamente posible, denotada por π, se expresa de la manera siguiente:

$$0 = -wT_d + \frac{T_d^{\alpha}}{1+\pi(T_d)} \tag{4}$$

Es decir que:

$$\pi(T_d) = \frac{1}{wT_d^{(1\text{-}\alpha)}} - 1 \tag{5}$$

Obsérvese en (3’) que la condición de *máxima masa de beneficios* se alcanza en el punto de la función (3), en el que se verifica que la productividad marginal del trabajo iguala al salario real:

$$\alpha T_d^{-(1-\alpha)} = w \tag{6}$$

Así, la demanda de trabajo resulta ser una función de pendiente negativa creciente de w; es decir que a mayor salario real, menor nivel de empleo:

$$T_d = (\alpha^{-1}w)^{-(1-\alpha)^{-1}} \tag{7}$$

Con estos elementos se mostrará enseguida el problema de investigación: la ineficiencia del cálculo tradicional representado en (1).

A partir de la máxima masa de beneficios (3) como situación inicial, los consumidores evaluarán el resultado de que cada unidad productiva emplee, en una segunda situación, sólo una fracción del trabajo empleado inicialmente, conservando el pleno empleo en el agregado, debido al ingreso de suficientes unidades adicionales al aparato productivo, hasta el punto de agotar los recursos productivos disponibles a los precios vigentes. Esto significa que el número de unidades productivas atraídas por la mayor rentabilidad, crecerá hasta emplear nuevamente el mismo volumen de trabajo que en la situación inicial. La evaluación se centrará entonces en la comparación de los niveles de tasa interna de retorno (5), y masa de beneficios (3), entre las dos situaciones.

Sea λ, $0> \lambda >1$, un número puro tal que permita determinar el nivel de empleo que en la segunda situación realizará cada unidad productiva. Entonces, si el nivel inicial de empleo que garantiza la máxima masa de beneficios es T_{d1}, el nivel de empleo de la segunda situación en cada unidad productiva será λT_{d1}; es decir, sólo una fracción del empleado por cada unidad productiva en la situación inicial. El número de unidades productivas de nuevo ingreso que harán posible que el empleo inicial de cada una de ellas se sostenga en la segunda situación, será λ^{-1}, lo cual significa que la economía será, en la nueva situación, más competitiva que en la previa, pues habrá más unidades productivas, cada una de ellas de mayor rentabilidad y de menor tamaño que antes, preservándose así el pleno empleo en el agregado.

La comparación entre la masa de beneficios de la primera situación y la de la segunda está dada por la siguiente desigualdad, en cuyo miembro izquierdo se halla la masa de beneficios de cada una de las unidades productivas, que son ahora más pequeñas que en la situación inicial, multiplicada por el número total de ellas, y en cuyo miembro derecho se exhibe la situación propia de (3):

$$\frac{1}{\lambda}\left[(\lambda T_{d1})^{\alpha} - (\lambda T_{d1})w\right] > T_{d1}^{\alpha} - wT_{d1}; \tag{8}$$

es decir que:

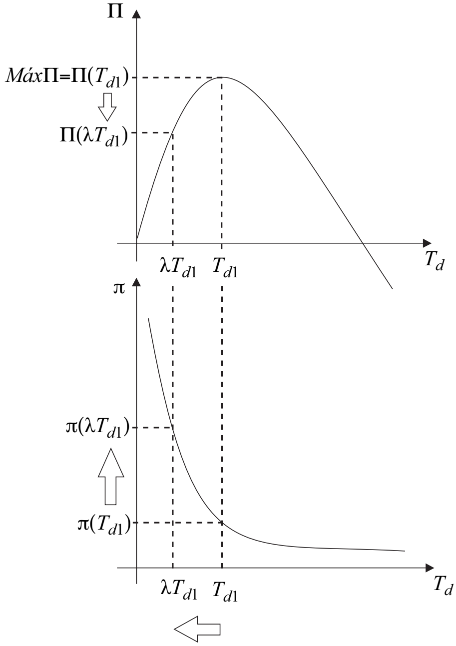
$$\left(\frac{1}{\lambda^{(1-\alpha)}} - 1\right)T_{d1}^{\alpha} + w(1-\lambda)T_{d1} > 0 \tag{9}$$

Nótese que en ambos casos los costos totales se calculan a los precios determinados por el plan maximizador de beneficios, ello implica adoptar el supuesto de que el nuevo tamaño de la industria no modificaría los precios. Esto significa que cualquier posición a la izquierda de la máxima masa de beneficios para cualquiera de las *n* empresas –y por tanto también para la representativa–, será de mayor tasa interna de retorno, de mayor masa de beneficios y de un número más grande de unidades productivas, a los precios vigentes, mismos que por el momento se mantienen constantes. Es decir que el *maximizar* la masa de beneficios no implicará que realmente se obtenga la *máxima masa*, como de ordinario se supone. Habrá situaciones más eficientes; es decir, escenarios con mayor masa de beneficios y mayor tasa interna de retorno, derivadas del empleo de un mismo e invariable volumen de recursos, a partir de la siguiente desigualdad:

$$\frac{(\lambda T_{d1})^{\alpha}}{w(\lambda T_{d1})} - 1 > \frac{T_{d1}^{\alpha}}{wT_{d1}} - 1 \qquad (10)$$

La gráfica siguiente exhibe, para la empresa individual, la superioridad de la tasa interna de retorno (cuadrante inferior), en aquella situación en la que cada unidad productiva emplea sólo una parte del factor trabajo utilizado en la situación inicial, que es aquella en la que se maximiza la masa de ganancia.

Gráfica 2
Masa de beneficios *vs* tasa interna de retorno



Puesto que cada unidad productiva que emplee sólo una fracción del trabajo disponible al salario real vigente, revelará una mayor tasa interna de retorno que la que corresponde a la máxima masa de ganancia, y así también un mayor producto medio,[5] al emplearse todo el trabajo en unidades productivas de menor tamaño

[5] Como se muestra en la gráfica siguiendo las flechas.

y mayor productividad media, aumentará el número de unidades productivas en el aparato productivo y asimismo la competitividad; se incrementará el volumen agregado de producto y también el nivel de la masa de ganancia generada por la economía en su conjunto, pese a que la generada por cada unidad productiva será más baja.

El incremento en el volumen total de beneficios será resultado del crecimiento en el volumen de producto de toda la economía, debido a la mayor productividad media del trabajo en cada unidad productiva, con el empleo del mismo volumen de esfuerzo social de trabajo que en la situación inicial. Esto se muestra en la expresión siguiente, en la que en el miembro izquierdo se multiplica la función de producción por el inverso de la fracción de trabajo utilizado por cada unidad:

$$\frac{1}{\lambda} T_d^{\alpha} > T_d^{\alpha} \tag{11}$$

Con esto se demuestra, en un escenario simple y con precios invariables, que el cálculo que la teoría tradicional les atribuye a la empresas competitivas es técnicamente ineficiente: con cualquier tasa interna de retorno más elevada que la inicial y con el mismo esfuerzo social de trabajo determinado por los precios que propone la teoría neoclásica, es posible producir más, lo que a su vez significa mayores niveles de financiamiento para los consumidores y, por tanto, situaciones superiores en el sentido de Pareto. Resulta así que la teoría neoclásica explica el funcionamiento de una economía de mercado en la que sus productores actúan ineficientemente, pudiendo superar sus propios resultados; es decir que actúan irracionalmente, y lo hacen en un sistema menos competitivo que el que se logra bajo libre entrada y salida.

Sin embargo, queda pendiente la siguiente cuestión: ¿Cambian los resultados si los precios se modifican para cada una de las situaciones comparadas, al variar el tamaño de la industria y por tanto las condiciones de remuneración del trabajo?

Para responder a esta pregunta es necesario levantar la condición de que los precios que rigen la comparación son los determinados en la maximización del beneficio, y permitir que haya precios diferenciados para las unidades productivas. Así, aquellas que emplean cantidades más bajas de trabajo y definen sus planes de producción en puntos de la frontera de posibilidades técnicas en los cuales la productividad marginal del trabajo es más elevada que en el plan maximizador de beneficios, remunerarán a cada unidad de trabajo contratada, con un salario real w^*, tal que $w^*>w$. Formalmente, el salario real que pagará cada unidad productiva o empresa que emplee un volumen λT_{d1} de trabajo, estará dado por:

$$\alpha\lambda^{-(1-\alpha)}T_d^{-(1-\alpha)} = w* \tag{12}$$

Calculando el costo total de producción del total de las empresas en esta situación, y replanteando en consecuencia la inecuación (8), se obtiene:

$$\frac{1}{\lambda}\left[(\lambda T_{d1})^{\alpha} - (\lambda T_{d1})w*\right] > T_{d1}^{\alpha} - wT_{d1}. \tag{13}$$

Y remplazando (6) y (12) en (13), resulta que:

$$\frac{1}{\lambda^{(1-\alpha)}}(1-\alpha)T_{d1}^{\alpha} > (1-\alpha)T_{d1}^{\alpha} \tag{14}$$

Esto demuestra ahora que, con precios diferenciados, tanto el producto como los beneficios totales, el número de unidades productivas y los salarios totales, serán mayores que en la situación inicial. Sin embargo, la tasa de beneficios será ahora igual a la que resulta de la maximización de la masa de ganancias, igualdad que se habrá alcanzado gracias a la libre entrada de nuevas unidades productivas.[6] Esto convierte al plan que maximiza la ganancia en una situación ineficiente siempre y cuando el sistema permita la libre entrada y salida de unidades productivas. La consecuencia de esta demostración es que los consumidores, interesados de última instancia en que las empresas operen de manera eficiente, no aceptarán la función masa de beneficios como el objetivo a proseguir por parte de ellas.

3. Escenario de *n* insumos y un producto

Sea una economía competitiva conformada inicialmente por un número *m* muy grande de empresas, cada una de las cuales emplea cantidades no negativas de los *n* insumos productivos existentes, *n*-1 de los cuales son producidos por el propio aparato productivo, y un *n*-ésimo –el trabajo, que se supone homogéneo y perfectamente divisible– no producido por las empresas, exclusivamente ofrecido por los consumidores e imprescindible en todos los procesos productivos.

[6] Su expresión será: $(1-\alpha)\alpha^{-1}$, como se puede constatar al dividir cada miembro de (14) entre sus costos totales. Éste es el resultado técnico logrado por A. Pigeon para este escenario analítico y para el referido a *n* insumos y un producto. La implicación del mismo es que a cualquier plan alternativo más eficiente que el inicial, siendo este último inherente a la maximización de la masa de ganancia, le corresponderá igual tasa interna de retorno pero con mayores niveles de producto, ganancias y remuneraciones a los factores.

Las funciones de producción de todas las empresas son homogéneas de grado positivo mayor que uno y menor que cero; es decir, de rendimientos a escala decrecientes, lo que garantiza que a precios competitivos todas ellas revelen beneficios positivos. Así, el cálculo maximizador de la k-ésima empresa, $k=1,2,\ldots m\text{-}1,m$, corresponde a la siguiente expresión:

$$Máx\ \Pi_k = f(T_{1k}, T_{2k}, \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{kn}) - \sum_j w_j T_{jk} \tag{15}$$

El grado de homogeneidad de $f(\cdot)$ está dado por: $\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \in (0,1)$, siendo ésta la suma de las elasticidades de los n insumos, y T_{jk} la cantidad del j-ésimo insumo empleada por la k-ésima empresa.

Por el teorema de Euler para funciones homogéneas, se sabe que los precios competitivos para cualquier técnica, además de la maximizadora, estarán dados por:

$$w_j = \alpha_j \frac{f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})}{T_{jk}}, \tag{16}$$

La remuneración total del j-ésimo factor será, por tanto:

$$w_j T_{jk} = \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk}) \tag{17}$$

Entonces, reemplazando (17) en (15), se obtiene:

$$\Pi_k = f(T_{1k}, T_{2k}, \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})\ (1 - \sum_j \alpha_j), \tag{18}$$

lo cual implica que la proporción beneficios-producto es una constante dada por:

$$\frac{\Pi_k}{f(T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})} = (1 - \sum_j \alpha_j) \tag{19}$$

Es decir que los beneficios representan una proporción fija del producto, cualquiera sea la técnica utilizada.

Definida la tasa de beneficio como la proporción que representan los beneficios respecto a los costos totales, a partir de (19) se tiene que su expresión será:

$$\frac{\Pi_k}{\sum_j \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k}.....T_{n-1k}, T_{nk})} = (1 - \sum_j \alpha_j)\left(\sum_j \alpha_j\right)^{-1} \tag{20}$$

Esto significa que también la tasa de beneficio resulta ser una constante, independientemente de la técnica elegida por el productor, siempre y cuando los insumos sean remunerados a precios competitivos.

Supóngase ahora, bajo los mismos argumentos del apartado previo referidos a los consumidores en su papel de propietarios de las empresas, que éstos deciden comparar los resultados que se obtendrían si en lugar de emplear la técnica maximizadora de beneficios, utilizaran cualquier otra en la que se empleara sólo una fracción de los insumos que en la ya referida, siendo λ, $1 > \lambda > 0$, dicha fracción. Entonces, la expresión análoga a (15) será:

$$\Pi_{\lambda k} = f(\lambda T_{1k}, \lambda T_{2k}, ...\lambda T_{n-1k}, \lambda T_{kn}) - \sum_j w_j \lambda T_{jk}, \tag{21}$$

que resultará finalmente en :

$$\Pi_{\lambda k} = f(T_{1k}, T_{2k}.....T_{n-1k}, T_{nk})\left(\lambda^{\sum_j \alpha_j} - \lambda \sum_j \alpha_j\right) \tag{22}$$

Es decir que, análogamente a (19), se tendrá que la masa de beneficios como proporción del producto será:

$$\frac{\Pi_{\lambda k}}{\lambda^{\sum_j \alpha_j} f(T_{1k}, T_{2k}.....T_{n\text{-}1k}, T_{nk})} = \left(1 - \lambda^{1 - \sum_j \alpha_j} \sum_j \alpha_j\right) \tag{23}$$

Por su parte, la tasa de ganancia estará dada por:

$$\frac{\Pi_{\lambda k}}{\lambda \sum_j \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k}.....T_{n\text{-}1k}, T_{nk})} = \left(\frac{1}{\lambda^{1 - \sum_j \alpha_j} \sum_j \alpha_j} - 1\right) \tag{24}$$

Comparando (19) con (23) y (20) con (24), se constata que:

$$\left(1-\lambda^{1-\sum_j \alpha_j}\sum_j \alpha_j\right) > (1-\sum_j \alpha_j), \text{ y que } \left(\lambda^{1-\sum_j \alpha_j}\sum_j \alpha_j\right)^{-1} - 1 > \left(1-\sum_j \alpha_j\right)\left(\sum_j \alpha_j\right)^{-1} \quad (25)$$

Es decir, que el volumen de beneficios será menor para la empresa individual y la tasa de beneficio mayor que cuando se maximiza la función masa de beneficios (15), y será mayor también la proporción beneficios-producto. Por tanto, bajo libre entrada y salida, la mayor rentabilidad en términos de tasa interna de retorno atraerá nuevas unidades productivas a la industria, por lo menos hasta el punto en el que se empleen los volúmenes de insumos determinados por la técnica maximizadora de beneficios. El número de empresas o unidades productivas que ingresarán por el efecto rentabilidad provocado por la reducción de escala de la *k*-ésima empresa, hasta emplear el mismo volumen de insumos que ésta en su plan maximizador, será igual a λ^{-1}. Así entonces, las magnitudes de la masa de beneficios y de la tasa de ganancia, respectivamente, a precios diferenciados según el tamaño de las unidades productivas y de la industria en su conjunto, serán:

$$\frac{1}{\lambda}\Pi_{\lambda k} = \lambda^{-1+\sum_j \alpha_j}\left(1-\sum_j \alpha_j\right) f(T_{1k}, T_{2k}.....T_{n-1k}, T_{nk}) \quad (26)$$

y

$$\frac{\Pi_{\lambda k}}{\lambda^{\sum_j \alpha_j}\sum_j \alpha_j f(T_{1k}, T_{2k}.....T_{n-1k}, T_{nk})} = \left(1-\sum_j \alpha_j\right)\left(\sum_j \alpha_j\right)^{-1} \quad (27)$$

Obsérvese que la tasa de beneficios (27) de las opciones más rentables ha bajado paulatinamente hasta igualar a la que corresponde a la situación inicial; es decir, una vez que se ha empleado el mismo volumen de recursos que cuando se maximiza la masa de ganancias, sólo que esta vez con resultados superiores en términos de producto, beneficios, salarios y tamaño de la industria, en virtud del ingreso de nuevas unidades productivas.

Se dice que los precios son diferenciados, para indicar que las remuneraciones a los factores, una vez que la escala de producción de cada empresa ha disminuido y que el tamaño de la industria ha aumentado, corresponden a la siguiente expresión:

$$w_j^* = \alpha_j \frac{f(\lambda T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots \lambda T_{n-1k}, \lambda T_{nk})}{\lambda T_{jk}} \tag{28}$$

A su vez, los costos de producción de la industria, una vez que se ha empleado el mismo volumen de insumos que en la situación maximizadora de beneficios, están dados por:

$$\sum_j w_j^* T_{jk} = \lambda^{-1+\sum_j \alpha_j} \sum_j \alpha_j f(\lambda T_{1k}, \lambda T_{2k} \ldots\ldots \lambda T_{n-1k}, \lambda T_{nk}) \tag{29}$$

Estos costos están ya presentes en (26) y (27), expresiones en las que se constata que:

$$\frac{1}{\lambda^{1-\sum_j \alpha_j}} > 1 \tag{30}$$

Lo que basta para demostrar resultados superiores a los que corresponden al plan maximizador de beneficios, empleando exactamente el mismo volumen de insumos que en éste, lo que implica la ineficiencia de dicho plan.

Para esta demostración, el caso referido a precios invariables y determinados por la maximización (15), se convierte ya en trivial, pues el restar un mismo volumen de costos totales a diferentes cantidades de producto, no cambiará el sentido de la diferencia entre tales cantidades.

4. El primer teorema del bienestar

Si bien estas demostraciones tienen interés para la teoría, por el hecho de plantear un problema de ineficiencia de la conducta económica que la tradición neoclásica les atribuye a las empresas, su consecuencia más profunda se alcanza por la lesión que inflige a la cualidad esencial de todo equilibrio competitivo: la eficiencia en el sentido de Pareto. Esta cualidad, que se halla presente en el primer teorema del bienestar, en la prosa analítica de Villar (1996), se expresa en las siguientes proposiciones:[7]

"Proposición 7.1 *Sea* $\mathbf{Y} \equiv \sum_{j-1}^{n} Y_j$ *el conjunto de producción total de la economía, y sea* **p****un vector de precios para el que están definidas todas las correspondencias de oferta. Entonces*, $\mathbf{Y}_j^* \in \eta_j\,(p^*) \forall j$ si y sólo si $\mathbf{P^*Y^*} \geq \mathbf{P^*Y}$, $\forall$ y $\in \mathbf{Y}$.

Proposición 7.2 *Sea un consumidor i, con una función de utilidad no-saciable localmente, definida sobre un conjunto de consumo* X_i. *Entonces, si para algún par precio-riqueza* $(\mathbf{p^*}, w_i^*)$, x_i^* *maximiza* u_i *en* $\beta_i\,(\mathbf{p^*}, w_i^*)$, *se verificará*:

(a) $\mathbf{p^*\, x_i^*} = w_i^*$

(b) Para todo $\mathbf{x}_i' \in X_i$, $u_i(\mathbf{x}_i') \geq u_i(\mathbf{x}_i^*) \Rightarrow \mathbf{p^*\, x}_i' \geq \mathbf{p^*\, x}_i^*$. *En particular* $\mathbf{x}_i' \in X_i$, $u_i(\mathbf{x}_i') > u_i(\mathbf{x}_i^*) \Rightarrow \mathbf{p^*\, x}_i' > \mathbf{p^*\, x}_i^*$.

Teorema 7.1 *Sea* $\mathbf{E}_{pp}$ *una economía de propiedad privada, en la cual cada consumidor posee una función de utilidad que satisface el supuesto de no-saciabilidad local. Si* $\left(\mathbf{p^*}, \left[(\mathbf{x}_i^*), (\mathbf{Y}_i^*)\right]\right)$ *es un equilibrio de esta economía, entonces la asignación* $\left[(\mathbf{x}_i^*), (\mathbf{Y}_i^*)\right]$ *es eficiente en el sentido de Pareto*".

Tras los cambios necesarios de notación para hacerla compatible con la empleada en el análisis de los apartados precedentes, por el enunciado del teorema se sabe que si existe un plan de producción $Q_{\lambda k}^* = \frac{1}{\lambda} f(\lambda \mathbf{T}^*), \lambda,\ \lambda \in (0,1)$ con el que se alcanza mayor volumen de producto que con otro $Q_k^* = f(\mathbf{T}^*)$, empleando en cualquier caso un único y determinado volumen de insumos $\mathbf{T}^* = (T_{1k}, T_{2k} \ldots\ldots T_{n-1k}, T_{nk})$, los ingresos de los consumidores serán más elevados y su nivel de utilidad será también superior, debido a que la asignación considerada eficiente en el sentido de Pareto será superada. Ello situará al plan referido a $\mathbf{T}^*$ en la definición de ineficiencia paretiana, y así también al origen de la decisión de dicho plan, que no es otro que la maximización del beneficio según (15). Las funciones de utilidad de los consumidores considerados en las demostraciones de ineficiencia, que corresponden a (2), satisfarán plenamente la condición de insaciabilidad local.

Para generalizar las demostraciones de ineficiencia practicadas en los apartados previos, se propone el teorema de la siguiente sección.

[7] Reproducido literalmente de Villar (1996, cap. 7: 150).

5. Teorema de ineficiencia

Se sabe que una función de n variables $f\,(T_1,T_2\ldots\ldots T_{n-1},T_n)$ definida sobre un dominio $\widetilde{\mathbf{T}}$, subconjunto convexo de $\Re^n$, tal que $\widetilde{\mathbf{T}} = \Re^n_{0,+}$, $\widetilde{\mathbf{T}} = \{\mathbf{T}\in\Re^n\colon \mathbf{T} \geq 0\}$, es estrictamente cóncava si, dado un número puro λ, $\lambda \in (0,1)$ y cualesquiera vectores $\mathbf{T^*}$ y $\mathbf{T}$ pertenecientes a $\widetilde{\mathbf{T}}$, $\mathbf{T^*} \neq \mathbf{T}$, se verifica que:

$$f\,(\lambda\mathbf{T^*} + (1-\lambda)\mathbf{T}) > \lambda f\,(\mathbf{T^*}) + (1-\lambda)\,f\,(\mathbf{T}) \tag{31}$$

Sea Π_K la función de beneficios de la k-ésima empresa de una economía competitiva y de propiedad privada, y $\mathbf{T^*}$, $\mathbf{T^*} > 0$, el vector de insumos que maximiza dicha función a los precios $\mathbf{w^*}$:

$$\Pi^*_K = f_k\,(\mathbf{T^*}) - \mathbf{w^*}\ \mathbf{T^*} \tag{32}$$

El vector de precios $\mathbf{w^*}$, $\mathbf{w^*} > \mathbf{0}$, está conformado por las productividades marginales de los insumos, y la función $f_k : \widetilde{\mathbf{T}}, \rightarrow \Re_{0,+}$, es estrictamente cóncava y homogénea de grado μ_k, $\mu_k \in (0,1)$ en sus argumentos.

Las funciones de utilidad de los consumidores son cuasi-cóncavas y satisfacen la condición de insaciabilidad local, y sus restricciones presupuestales dependen, por el lado de los ingresos, de sus derechos de propiedad sobre las empresas, mismos que determinan una relación positiva definida y estable respecto a los beneficios que estas generan.

Bajo estas condiciones, se demuestra la siguiente:

Proposición: *En un sistema de libre entrada y funciones de producción estrictamente cóncavas y homogéneas de grado* μ_k, $\mu_k \in (0,1)$, *en el que la k-ésima empresa maximiza su función de beneficios* Π_k *con el vector de insumos* $\mathbf{T^*}$, $\mathbf{T^*} > \mathbf{0}$, *a los precios* $\mathbf{w^*}$, $\mathbf{w^*} > \mathbf{0}$, *con* $\mathrm{w}^*_j = f_{jk}'$, *existe al menos un plan alternativo referido a* $\lambda\mathbf{T^*}$, $\lambda\in (0,1)$, *más eficiente que el inherente a* $\mathbf{T^*}$, *tal que con un número de unidades productivas suficiente para emplear el total de insumos* $\mathbf{T^*}$, *genera más producto que* $f_k(\mathbf{T^*})$, *mayor volumen de beneficios que* Π^*_k, *mayores remuneraciones a los factores y un tamaño más competitivo de la industria, implicando así la ineficiencia de la función* Π_k *y la violación del primer teorema del bienestar.*

Teorema: *Por* (31)*, se sabe que:*

$$f_k\,(\lambda\mathbf{T^*} + (1-\lambda)\mathbf{T}) > \lambda f_k\,(\mathbf{T^*}) + (1-\lambda)\,f_k\,(\mathbf{T}) \tag{33}$$

Sea **T** = **0**; *es decir, la posibilidad de inacción. Entonces*:

$$f_k(\lambda \mathbf{T^*}) > \lambda f_k(\mathbf{T^*}) \tag{34}$$

lo cual implica que:

$$\lambda^{-1} f_k(\lambda \mathbf{T^*}) > f_k(\mathbf{T^*}) \tag{35}$$

$$\textit{debido a que: } \lambda^{\mu_k - 1} > 1, \tag{36}$$

Con lo cual se demuestra que con un número de unidades productivas igual a $\lambda^{-1} > 1$ *por cada unidad productiva maximizadora de beneficios semejante a la k-ésima empresa, se generará un volumen de producto* $\lambda^{\mu_k - 1} - 1 > 0$ *veces superior*, *empleando el mismo volumen de insumos que en* (32).
Los costos totales para $f_k(\mathbf{T^*})$ *y para* $\lambda^{-1} f_k > (\lambda \mathbf{T^*})$, *están dados por* $\mu_k f_k(\mathbf{T^*})$ y $\lambda^{\mu_k - 1} \mu_k f_k(\mathbf{T^*})$, *respectivamente, lo que implica que*:

$$\lambda^{-1} f_k(\lambda \mathbf{T^*}) - \lambda^{\mu_k - 1} \mu_k f_k(\mathbf{T^*}) > f_k(\mathbf{T^*}) - \mu_k f_k(\mathbf{T^*}) \tag{37}$$

De donde resulta que $\lambda^{-1} \Pi_{\lambda k} > \Pi^*_k$, *debido a que* $\lambda^{\mu_k - 1}(1 - \mu_k) > 1 - \mu_k$, *y a que la tasa de ganancia es*: $(1 - \mu_k)\,\mu_k^{-1}$, *única para ambos casos, con lo que se demuestra que tanto la masa de beneficios como la remuneración a los factores serán superiores en el plan alternativo*.
Siendo, el plan alternativo, más competitivo debido al mayor tamaño de la industria, de mayor volumen de producto, de beneficios y de remuneraciones a los factores que el referido a la maximización de beneficios, se demuestra plenamente la proposición.

6. Replanteando los fundamentos

El error analítico que ha sido puesto en evidencia se refiere a la conducta económica de las empresas o productores: una economía de mercado mal explicada en alguno de sus fundamentos, implica la imposibilidad de predecir y controlar con eficacia sus fenómenos. Sin embargo, de la propia demostración de ineficiencia emergen los elementos axiomáticos para replantear el problema.

6.1 Maximización de la tasa de beneficio

La tasa de beneficio o tasa interna de retorno, que fue empleada en los apartados previos como un criterio de comparación, ha mostrado en los escenarios analíticos propuestos, ser suficiente para identificar situaciones más eficientes que las propias de la maximización de la función de beneficios. Sin embargo, maximizar dicha función en sujeción a funciones de producción de la naturaleza de las propuestas en los apartados previos, arroja resultados de prácticamente nulo interés para la teoría. Por tanto, se hace necesario replantear la noción misma de las funciones de producción como representativas de las posibilidades tecnológicas de un sistema.

Para establecer fundamentos alternativos, será conveniente situar nuevamente el análisis en un escenario simple: un producto no durable y no acumulable, y un único factor de producción: el trabajo.

Puesto que maximizar la tasa de beneficio equivale a maximizar el producto medio, se requiere una función de producción que lo haga posible. Esa función será:

$$q_o = f(T_d - T^*), \tag{38}$$

definida para todo $(T_d - T^*) > 0$.

En ella, T^* corresponderá al componente flexible de la tecnología –el trabajo empleado para la organización del proceso productivo–, y se determinará según el tamaño del mercado. No es una rigidez ni corresponde a rendimientos crecientes, como se pondrá en evidencia más adelante.

El cálculo de las firmas será, entonces:

$$\begin{aligned} &Máx(1+\pi) = \frac{q_o}{wT_d} \\ &S.aq_o = (T_d - T^*)^{\alpha} \end{aligned} \tag{39}$$

Las condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} &\alpha(T_d - T^*)^{\alpha-1} = \frac{(T_d - \mathrm{T}^*)^{\alpha}}{T_d} \\ &q_o = (T_d - T^*)^{\alpha} \end{aligned} \tag{40}$$

La máxima tasa de ganancia se logra en el punto de la función de producción en el que la elasticidad trabajo del producto es igual a uno, y se trata de una situación independiente de precios y salarios. El nivel de empleo está determinado por el tamaño del mercado, no por el salario real:

$$T_d = (1 + \alpha)^{-1} T^* \tag{41}$$

La condición de viabilidad financiera de las empresas, es:

$$\frac{q_o}{T_d} > w > 0 \tag{42}$$

Ésta indica que si el salario fuese nulo, la economía no operaría: el nivel de producción sería cero y la actividad del mercado, inexistente; y si el salario real fuese igual al producto medio, los beneficios serían cero y la firma podría o no operar. Así, resulta que la condición de existencia de la actividad económica es que el salario sea positivo, y la condición de viabilidad financiera para las empresas, es que además sea inferior al producto medio.

Bajo estas circunstancias, el cálculo de los consumidores corresponde a:

$$\begin{aligned} &Máx\ U(q_d, S), \\ &S = \tau - T_o, \\ &S.a\ (1 + \pi)\, wT_o = q_d \end{aligned} \tag{43}$$

del que resultan las siguientes funciones de demanda de producto y de oferta de trabajo:[8]

$$\begin{aligned} q_d &= \varphi(1 + \pi) w\tau \\ T_o &= \varphi\tau \end{aligned} \tag{44}$$

Resuelto el cálculo de productores y consumidores, las condiciones de equilibrio general, serán:

$$\begin{aligned} &T_d - T_o \leq 0 \\ &q_d - q_o = 0 \\ &(T_d - T_o)\, w + (q_d - q_o) = 0 \end{aligned} \tag{45}$$

[8] Al igual que antes, el parámetro τ, $\tau > 0$, se refiere al tiempo máximo biológicamente disponible para trabajar, mismo que viene a ser una dotación inicial natural de todo consumidor. Por su parte, S representa el tiempo de ocio demandado por el consumidor.

Entonces, la demanda de trabajo para el agregado toma la forma:

$$T_d = \alpha^{-1}\left[\varphi(1+\pi)w\tau\right]^{\frac{1}{\alpha}}, \tag{46}$$

que resulta ser una función positiva creciente del salario real, en contraste con la función (6), que es negativa creciente de la misma variable, propia de la teoría neoclásica. En (46), a mayor salario, mayor nivel de empleo.

El contraste entre estos resultados y los propios de la tradición neoclásica es evidente, y del mismo resulta un problema que debe ser resuelto en el mismo sentido en que ha sido planteado el teorema de ineficiencia: ¿qué razón técnica existe para pensar que los productores, si pudiesen elegir, escogerían maximizar la tasa interna de retorno en lugar de la masa de beneficios?

6.2 Teorema de superioridad

Si bien el teorema de ineficiencia ha brindado ya elementos importantes para responder a esta pregunta, es fundamental darle respuesta en su propio contexto analítico. Para ese efecto, enseguida se demuestra la siguiente proposición:

Proposición: *Si en un sistema competitivo por lo menos uno de los productores maximiza la tasa de beneficio en lugar del volumen de ganancias, cualquiera sea el vector de precios, obtendrá la máxima masa de beneficios posible y una situación Pareto superior para los consumidores respecto a la que se lograría maximizando la masa de ganancias.*

Demostración:

Lema 1: *El ingreso de los consumidores, si las empresas maximizaran la tasa de beneficios, sería superior al que alcanzarían si éstas maximizaran la diferencia entre ingresos y costos.*

Este lema se demuestra en consideración de (2), y debido a (37), que implica que cualquier tasa de beneficio superior a la que corresponde a la maximización de la función masa de beneficios, estará asociada a un mayor volumen de ingresos para los consumidores.

Lema 2: *El producto y las ganancias que logra cualquier firma al maximizar la tasa de beneficios, son superiores a los que alcanzaría si maximizara la diferencia entre ingresos y costos.*

Este lema se demuestra por las ecuaciones (33) a (37), debido a que en ellas, al existir un factor no producido (el trabajo), que bajo la hipótesis (38) hace posible que las funciones de producción sean aptas para maximizar la tasa de beneficios, permite también demostrar que de todas las tasas de beneficio posibles en el teorema de ineficiencia, una de ellas, la más baja, corresponde a la maximización de la masa de beneficios.

$$\textbf{Teorema}: \textit{Sea } U = u\left[q_d, \left(\hat{o} - T_o\right)\right] \tag{47}$$

La función de utilidad, estrictamente cóncava y diferenciable, de cualquier consumidor del sistema. Entonces, puesto que el nivel de empleo en el sistema es pleno: $T_d = T_o = \tilde{T}$, y puesto que la capacidad de compra de los consumidores, al igual que el volumen de producto que genera la economía en su conjunto, es mayor cuando al menos una firma maximiza la tasa de beneficio en lugar de maximizar la diferencia entre ingresos y costos, la utilidad de los consumidores es también mayor.

El teorema de superioridad resulta ser entonces una implicación lógica del teorema de ineficiencia, con la diferencia de que este último no requiere los fundamentos analíticos del replanteamiento, que da lugar a una teoría de inexistencia del mercado de trabajo.

Queda establecido que el teorema de ineficiencia demuestra la inconsistencia entre el primer teorema del bienestar y la teoría neoclásica del productor en un sistema competitivo. Por su parte, el teorema de superioridad demuestra la existencia de una teoría del productor analíticamente superior a la neoclásica. Así, cualquier aplicación del teorema de superioridad convalidará los resultados del teorema de ineficiencia. Enseguida se ofrece una aplicación del mismo en un escenario dinámico definido en tiempo discreto. Se trata de un modelo de generaciones traslapadas tipo Diamond-Samuelson, desarrollado con funciones de producción estrictamente cóncavas.[9]

7. Aplicación en un escenario dinámico

Se define un sistema conformado por dos generaciones de agentes: los jóvenes, incorporados al sistema en el periodo t, y los viejos, que ingresaron al mismo en el periodo t-1, que realizarán sus últimos planes de consumo en t, y que habrán salido

[9] El modelo que se expone enseguida es un refinamiento del publicado en Noriega (2012: 43-55).

definitivamente del sistema en $t+1$. Cada una de estas generaciones maximiza una función de utilidad separable en el tiempo, dependiente de su consumo presente y de su consumo futuro esperado bajo expectativas de verificación perfecta. Los jóvenes evalúan su utilidad en valor presente, descontando la utilidad esperada de su consumo futuro a una tasa subjetiva θ estrictamente positiva.[10]

La coexistencia de jóvenes y viejos simultáneamente, implica que unos y otros comparten el producto mediante algún sistema de asignación. Se supone que se trata de una economía competitiva, de propiedad privada y plena descentralización, en la que los jóvenes poseen la capacidad de trabajo y los viejos la propiedad del capital. Sin embargo, se supone también que unos y otros participan de la propiedad de las firmas, lo que se traduce en una tasa de participación de cada uno de ellos en los beneficios resultantes de la producción; tasa que es fijada *ex ante* por medio de un acuerdo respetado por ambas generaciones (es decir, mediante una institución). Las tasas de participación, ambas pertenecientes a los reales no negativos, son: ρ_w de los jóvenes, y ρ_k de los viejos, tales que $\rho_w + \rho_k = 1$. El subíndice w se refiere a los jóvenes, cuya característica en términos de ingresos es que son quienes perciben los salarios más su participación en los beneficios, y el subíndice k corresponde a los viejos, quienes siendo poseedores del capital, perciben la renta que éste genera y que se suma también a su participación en las ganancias.

Los jóvenes financian con sus ingresos tanto su consumo actual q_{c1t} como su ahorro A_t, y esperan financiar su consumo futuro q_{c2t+1} con el rendimiento que les proporcionen sus ahorros a la tasa de interés vigente en $t+1$. Los viejos, por su parte, financian con sus percepciones únicamente su consumo en t: q_{c2t}.

La economía genera en cada periodo un único producto, del cual derivan tanto el consumo como el ahorro, que después reingresará como capital a las empresas durante el periodo siguiente. Cada consumidor ofrece inelásticamente una unidad de trabajo, y la suma de la oferta de trabajo de toda la población equivale al nivel de empleo, que a su vez iguala al volumen de población joven en el sistema, es decir, a T_t. Con el fin de simplificar el modelo para los fines propios de esta aplicación, se supondrá que la tasa de crecimiento de la población es nula.

[10] El tratamiento más detallado de las condiciones iniciales, la contabilidad del sistema y los resultados básicos de los modelos de generaciones traslapadas, inicialmente desarrollados por Allais (1947), Samuelson (1958) y Diamond (1965), se encuentran en McCandless y Wallace (1991), aunque la formalización y la diversidad de escenarios analíticos que se ofrece en el capítulo 3 de Blanchard y Fischer (1989), y de manera mucho más profunda y extensa en Bewley (2007), hacen posible mostrar resultados de equilibrios múltiples y diferentes condiciones institucionales que vinculan el análisis con marcos específicos de evaluación de política macroeconómica. Una exposición didáctica y renovada de este tipo de modelos se encuentra también en Bénassy (2011).

Las firmas, según la teoría neoclásica, maximizan la masa de beneficios, es decir la diferencia entre el producto total y los costos de salarios y capital; en contraste, según la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo que ha resultado en los apartados previos, éstas maximizan la tasa de ganancia, la que sumada a uno equivale al producto medio total de los factores. Los resultados de la maximización de una u otra función objetivo difieren sustancialmente, como se ha hecho evidente en el apartado previo. En ambos casos, la maximización de las firmas se sujeta a una función de producción que, para efectos de la comparación de ambos sistemas, deberá permitir por igual que se maximice la tasa de ganancia tanto como la masa de beneficios, con resultados económicamente significativos; es decir, con producto positivo y viabilidad financiera. Esto será posible nuevamente gracias a los costos de organización T_t^*.

Para comenzar, se exhibirá primero el cálculo de los consumidores; luego, marcando claramente los contrastes, se analizarán las diferencias contables entre un sistema en el cual los productores maximizan los beneficios, denotados nuevamente por el subíndice Π, y otro, en el que maximizan la tasa de ganancias, señalada por π. Más adelante, con base en las diferencias contables, se procederá a analizar las diferencias en los resultados de la maximización de las firmas.

Cálculo de los consumidores

Sea:

$$Máx\ u(q_{c1t}) + (1 + \theta)^{-1}\, u(q_{c2t+1}) \tag{48}$$

$S.\ a$

$$q_{c1t} + A_t = w_t T_t + \rho_w\, \Pi_t \tag{49}$$

$$q_{c2t+1} = (1 + r_{t+1})\, A_t + \rho_w\, \Pi_{t+1} \tag{50}$$

El cálculo del agregado de los consumidores bajo el supuesto de identidad entre todos ellos. En el miembro derecho de (49) se muestran los ingresos salariales totales y el total de beneficios percibidos por los jóvenes, y en el miembro derecho de (50) se exhibe el ahorro más su rendimiento esperado, sumado a los beneficios esperados por los jóvenes durante su vejez en el próximo periodo. La tasa real de interés del periodo posterior está dada por r_{t+1}.

La relación marginal de sustitución intertemporal está dada por:

$$\frac{u'(q_{c1t})}{u'(q_{c2t+1})} = \frac{1 + r_{t+1}}{1 + \theta} \tag{51}$$

Bajo el supuesto de que la preferencia temporal es la misma para cada individuo durante su juventud tanto como durante su vejez –por ejemplo β tal que 1>β>0– que resultará ser la elasticidad consumo de la utilidad de cada periodo en (48), la expresión (51) será equivalente a:

$$\left(\frac{q_{c1t}}{q_{c2t+1}}\right)^{1-\beta} = \frac{1+r_{t+1}}{1+\theta} \tag{52}$$

Las funciones consumo y ahorro se muestran así, respectivamente:

$$q_{c1t} = \frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} A_t + \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{t+1} \tag{53}$$

$$A_t = \left[\frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} + 1\right]^{-1} \left[w_t T_t + \rho_w \Pi_t - \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{t+1}\right] \tag{54}$$

Evidentemente, la función de ahorro tiene primera derivada positiva en el salario, en los beneficios de los jóvenes y en la tasa de interés, y negativa en los beneficios de los viejos. La segunda derivada es nula respecto al salario y a los beneficios, e indefinida respecto a la tasa de interés mientras no se determine con exactitud el valor de β.

Las funciones (53) y (54) permanecerán sin cambio en su estructura paramétrica, cualquiera sea la función objetivo que decidan maximizar los productores. Los efectos de la maximización de las firmas se percibirán en (53) y (54) mediante los beneficios Π_t y Π_{t+1}. Se procederá bajo el supuesto de que el salario y la tasa de interés se determinan según las productividades marginales del trabajo y del capital, acogiendo así plenamente el vector de precios que corresponde a un sistema en el que los productores maximizan el volumen de beneficios.

7.1 Cálculo de los productores según la teoría neoclásica

Estos agentes, según el enfoque tradicional, maximizan la función de beneficios totales Π_t, sujetos a una función de producción que, emulando a Solow (1956), se supone de rendimientos a escala constantes y decrecientes a factor, con el fin de representar el largo plazo en la nulidad de los beneficios. Ese supuesto, tan generalmente invocado en los modelos dinámicos, representa sin duda una importante simplificación pero debilita de manera importante los resultados. En primer lugar, trata de exhibir una situación en la cual el número de empresas ha llegado a su máximo, y la nulidad de los beneficios implica que ya no hay razón para que más firmas se sientan atraídas por el sistema; por tanto, para anular técnicamente los beneficios, el recurso metodológico empleado es el supuesto de rendimientos constantes a escala. En segundo lugar, se señala una concepción del largo plazo en la cual el número de firmas es un número positivo finito y conocido desde antes de todos los procesos; así se elimina el problema de indeterminación del número y tamaño de empresas en el largo plazo, propio de la teoría neoclásica bajo rendimientos no crecientes. Así, el supuesto de rendimientos constantes a escala elimina un problema analíticamente no resuelto por la teoría neoclásica: la indeterminación del número de empresas con tamaño positivo y lo suficientemente numerosas como para determinar un ambiente competitivo.

Ahora, en cambio, se propondrá una función de producción con costos de organización medidos en trabajo, con el fin de resolver la indeterminación de largo plazo y además permitir así que se pueda maximizar por igual la tasa que la masa de ganancias. De esa manera será posible que los productores comparen sus resultados en uno y otro caso.[11]

Por tanto, el cálculo para el agregado de estos agentes en la perspectiva tradicional, estará dado por:[12]

$$Máx\ \Pi_t = q_{\Pi t} - w_t T_t - r_t K_{t\Pi} \tag{55}$$

S.a

$$q_{\Pi t} = s_{\Pi}\,(T_t - T_t^{*})^{\gamma}\, K_{t\Pi}^{\alpha} \tag{56}$$

$$\gamma, \alpha \in \Re^{+};\ 1 > \alpha + \gamma > 0$$

El parámetro s_{Π} representa el número de unidades productivas en el sistema donde los productores maximizan la masa de beneficios, cada una de las cuales tiene una escala de producción igual a uno. Así, las condiciones de primer orden son:

[11] La maximización de la masa de beneficios sujeta a la función (38), no cambia las condiciones de primer orden esperadas por la teoría neoclásica.

[12] En adelante se hará la distinción, mediante el subíndice respectivo, entre producto o capital propio del sistema en el que se maximiza la masa de beneficios o aquel propio del sistema en el que se maximiza la tasa de ganancias.

$$\gamma\, s_{\Pi}\, (T_t - T_t^*)^{\gamma-1}\, K^{\alpha}_{t\,\Pi} = w_t \tag{57}$$

y

$$\alpha s_{\Pi}\, (T_t - T_t^*)^{\gamma}\, K^{\alpha}_{t\,\Pi} = r_t \tag{58}$$

Como se puede observar, se trata de condiciones que no difieren de las habituales.

7.2 Cálculo de los productores según la TIMT

Según la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo, los productores maximizan la tasa de beneficios, cuya expresión para este escenario analítico es:

$$Máx(1+\pi_t) = \frac{q_{\pi t}}{w_t T_{\mathrm{t}} + r_t K_{t\pi}} \tag{59}$$

S.a

$$q_{\pi t} = s_{\pi}\, (T_t - T_t^*)^{\gamma}\, K^{\alpha}_{t\pi} \tag{60}$$

$$\gamma, \alpha \in \Re^{+};\ 1 > \alpha + \gamma > 0$$

La función de producción es idéntica para uno y otro caso. Las condiciones de primer orden que resultan de la maximización de la tasa de beneficios, son:

$$\gamma s_{\pi}(T_t - T_t^*)^{\gamma-1} K^{\alpha}_{\pi t} = w_t\, \frac{s_{\pi}(T_t - T_t^*)^{\gamma} K^{\alpha}_{\pi t}}{w_t T_{\mathrm{t}} + r_t K_{\pi t}} \tag{61}$$

$$\text{y}\ \ \alpha s_{\pi}(T_t - T_t^*)^{\gamma} K^{\alpha-1}_{\pi t} = r_t\, \frac{s_{\pi}(T_t - T_t^*)^{\gamma} K^{\alpha}_{\pi t}}{w_t T_{\mathrm{t}} + r_t K_{\pi t}} \tag{62}$$

El parámetro s_{π} representa el número de unidades productivas, multiplicado por la escala de producción de cada una de ellas (que en este caso es mayor que cero y menor que uno), las cuales conforman el sistema en el que las empresas maximizan la tasa de beneficios. Debido a que el numerador de cada una de estas expresiones es superior al denominador, las condiciones de equilibrio muestran que:

$$f'_{T\pi} > w_t \quad \text{y} \quad f'_{K\pi} > r_t \tag{63}$$

Es decir que la productividad marginal de cada factor supera a su precio en el plan de producción inherente a la máxima tasa de ganancia, para cada unidad productiva; lo que no sucede en la teoría neoclásica, en la que la productividad marginal de cada factor, iguala necesariamente a su precio en el punto de la función de producción donde el productor decide situarse. Esto último se representará así:

$$f'_{T\Pi} = w_t \quad \text{y} \quad f'_{K\Pi} = r_t \tag{64}$$

Obsérvese que, dividiendo (61) entre (62), se obtiene la relación marginal de sustitución técnica:

$$\frac{\gamma}{\alpha}(T_t - T_t^*)^{-1} K_{\pi t} = \frac{w_t}{r_t} \tag{65}$$

Al reemplazarse ésta en (61) o en (62), se alcanza el siguiente resultado: la demanda de trabajo es independiente de la tasa de interés y del salario real –resultado básico de la inexistencia del mercado de trabajo–, mientras que la demanda de capital sí depende de ambas variables:

$$T_t = \frac{1-\alpha}{1-\alpha-\gamma} T_t^* \tag{66}$$

$$K_{\pi t} = \frac{\alpha}{1-\alpha-\gamma} T_t^* \frac{w_t}{r_t} \tag{67}$$

7.3 Aplicación del teorema de superioridad[13]

Para comparar los resultados de ambos sistemas, se parte de dos condiciones: la primera, que los precios competitivos de la maximización neoclásica serán los vigentes en ambos sistemas; la segunda, que en ambos el nivel de empleo será pleno y por tanto el mismo, y el nivel de capital empleado en el momento de la comparación es también el mismo, aunque en periodos futuros difiera a causa de los contrastes en la acumulación.

[13] Es evidente que el teorema de superioridad implica al teorema de ineficiencia y la inhabilitación del primer teorema de bienestar. A continuación, por tanto, bastará validar el primero para que se considere también validado el teorema de ineficiencia.

7.4 Posibilidades de financiamiento

Enseguida se comparan las ecuaciones de ingreso-gasto de los dos sistemas:

$$q_{\pi t} = (1 + \pi_t)\,(w_t T_t + r_t K_t) \tag{68}$$

$$q_{\Pi t} = \Pi_{\Pi t} + w_t T_t + r_t K_t \tag{69}$$

Igualando (68) y (69), se tiene que la magnitud de capital que satisface al sistema de ecuaciones está dada por:

$$K_t = \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t r_t} - \frac{w_t}{r_t} T_t \tag{70}$$

Así también, la cantidad de producto que iguala a ambas es:

$$q_t = \Pi_{\Pi t} + \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t} \tag{71}$$

Sea ε un número real positivo tan pequeño como se quiera; entonces, dejando constante la cantidad de trabajo y los precios, y sumando ese número al capital en (70), para reemplazar luego el resultado en (68) y (69), deriva en que:

$$q_{\pi t} = \Pi_{\Pi t} + \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t} + (1 + \pi_t)\varepsilon \tag{72}$$

y

$$q_{\Pi t} = \Pi_{\Pi t} + \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t} + r_t \varepsilon \tag{73}$$

Esto implica que:

$$q_{\pi t} > q_{\Pi t} \tag{74}$$

Es decir que, en el sistema donde se maximiza la tasa de ganancia, existe la posibilidad de financiar niveles superiores de consumo para los viejos y jóvenes del periodo actual, y mayor ahorro para los jóvenes, respecto al sistema en el que se maximiza el volumen de beneficios. Esto equivale al Lema 1 del *Teorema de Superioridad*. Hay niveles de consumo y de ahorro superiores y posibles en el sistema donde se maximiza la tasa de ganancia, que se realizarán si los niveles de producción y de acumulación resultan ser también superiores a los del sistema en el que se maximiza la masa de beneficios.

7.4 Capital, producto y beneficios

Por el teorema de Euler, y admitiendo la posibilidad de que los costos de organización sean tan pequeños que tiendan a cero, se verificará que:

$$(f'_{T\pi}\,\kappa T_t + f'_{k\pi}\,\kappa K_t)\cdot \kappa^{-1} = q_{\pi t}\,(\gamma + \alpha) \tag{75}$$

y

$$f'_{T\Pi}\,T_t + f'_{k\Pi}\,K_t = q_{\Pi t}\,(\gamma + \alpha) \tag{76}$$

$$\text{con: } q_{\pi t} > q_{\Pi t} \tag{77}$$

siendo:

$$q_{\pi t} = \frac{K^{(\gamma+\alpha)}}{K} q_{\Pi t} \tag{77'}$$

Esto es así debido a que en ambos casos se utilizan la misma cantidad de trabajo y de capital, y debido a (63) y (64), suponiendo que $s_\Pi = 1$ y que el sistema en el que se maximiza π emplea en cada unidad de producción una proporción κ, $1 > \kappa > 0$ de cada uno de los factores. Así, $s_\pi = \kappa^{(\gamma+\alpha)}\,\kappa^{-1}$, con lo que el número de unidades productivas, multiplicado por la escala de producción $\kappa^{(\gamma+\alpha)}$, de cada una de ellas, es superior al del sistema maximizador de masa de beneficios. Es decir que se produce más en la economía maximizadora de tasa de beneficio, como consecuencia de que en ella el número de unidades productivas es mayor que en el otro sistema ($\kappa^{-1} > 1$), y la escala de producción también. En consecuencia, tras reemplazar en (77) las expresiones (56) y (60) propias de las funciones de producción, se arriba a la siguiente desigualdad:

$$s_\pi > s_\Pi \tag{78}$$

Puesto que las ecuaciones (75) y (76) corresponden a los costos totales que cada una de las economías cubre, debido a que una y otra admiten la condición de remunerar a los factores según su productividad marginal, la masa de beneficios en cada una de ellas estará dada por las siguientes expresiones:[14]

$$\Pi_{\Pi} = (1 - \gamma - \alpha)\, q_{\Pi t} \tag{79}$$

$$\text{y } \Pi_{\pi} = \frac{K^{(\gamma+\alpha)}}{K}(1 - \gamma - \alpha) q_{\Pi t}, \tag{80}$$

lo cual implica que:

$$\Pi_{\pi} > \Pi_{\Pi} \quad . \tag{81}$$

Sin embargo, si se admiten precios iguales para ambas economías, las ganancias al maximizar la tasa de beneficios estarán dadas por:

$$\Pi_{\pi t} = \pi_t\, (w_t T_t + r_t K_t) \tag{82}$$

y las ganancias de la maximización de la masa corresponderán a:

$$\Pi_{Dt} = q_{\Pi t} - (w_t T_t + r_t K_t)\ , \tag{83}$$

al restar (83) de (82) se obtendrá lo siguiente:

$$\Pi_{\pi t} - \Pi_{Dt} = (1 + \pi_t)\, w_t T_t + (1 + \pi_t)\, r_t K_t - q_{\Pi t} \tag{84}$$

que debido a (77’) se sabe que es positivo y confirma (81).

[14] Se ha demostrado ya que, incluso con precios diferenciados según el tamaño de las unidades productivas y de la industria, estos resultados se verifican. Para el efecto, véanse las ecuaciones (12), (13) y (14) del apartado 3; (28), (29) y (30) del apartado 4, y el enunciado del teorema de ineficiencia.

7.5 Consumo, ahorro y utilidad

A partir de la ecuación (54), se sabe que:

$$A_{\pi t} = \left[\frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} + 1 \right]^{-1} \left[w_t T_t + \rho_w \Pi_{\pi t} - \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t-1}} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{\pi t+1} \right] \tag{85}$$

En consideración de (77') y (80), se tiene entonces que:

$$A_{\pi t} > A_{\Pi t} \tag{86}$$

Reemplazando este resultado en (53), se obtiene lo siguiente:

$$q_{c1\pi \mathrm{t}} = \frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} A_{\pi t} + \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{\pi t+1}\ , \tag{87}$$

lo cual implica que:

$$q_{c1\pi t} > q_{c1\Pi t} \tag{88}$$

Finalmente, puesto que el consumo de los viejos en *t* está dado por:

$$q_{c2\pi t} = (1 + r_t)\, K_t + \rho_k \Pi_{\pi t}\ , \tag{89}$$

que es evidentemente mayor bajo maximización de tasa de ganancia, debido a la superioridad de los beneficios, y habiendo sido demostrado que:

$$A_{\pi t} > A_{\Pi t}\ , \tag{90}$$

resulta que el consumo futuro de los jóvenes en *t* es también superior al que se esperaría de un sistema maximizador de masa de beneficios.

Por (90), (87), (86) y (81), se demuestra entonces que:

$$u(q_{c1\pi t}) + (1+\theta)^{-1}\, u(q_{c2\pi t+1}) > u(q_{c1\Pi t}) + (1+\theta)^{-1}\, u(q_{c2\Pi t+1}) \tag{91}$$

Esto significa que el teorema de superioridad hace evidente que la maximizar la masa de ganancias implica ineficiencia dinámica; no así la maximización de la tasa de beneficio.

Conclusiones

La capacidad explicativa de la teoría es su atributo central aunque no único: explicaciones eficientes son el antecedente necesario para predicciones eficientes, y estas últimas, necesarias para establecer criterios eficientes de control de los fenómenos explicados. Por tanto, la evidencia de las ineficiencias explicativas que han sido estudiadas en esta investigación, además de haber acotado los alcances explicativos, predictivos y de control de la teoría neoclásica, han puesto al descubierto la necesidad de construir explicaciones eficientes del funcionamiento de una economía de mercado. A ese propósito busca aportar la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo, cuyos pilares son la crítica y la reconstrucción de la teoría del productor.

La demostración de que la ineficiencia del cálculo del productor en la tradición neoclásica viola el primer teorema del bienestar, lesiona la norma que guía todas las deducciones axiomáticas de este sistema lógico; es decir, el equilibrio general competitivo. Se impone entonces la necesidad de sustituir dicha norma por algún concepto de orden descriptivo, provisto de una teoría robusta, que muestre el sentido en el cual deberían orientarse los criterios de política económica en aras de un orden económico más deseable que el vigente. Al parecer, tal concepto debería consistir en el replanteamiento de la demostración de existencia del equilibrio general competitivo, esta vez fundamentado en la corrección del error analítico de la teoría neoclásica.

Las implicaciones analíticas de la aplicación del teorema a un contexto dinámico, son fuertes: en primer lugar, se evidencia la insuficiencia dinámica del modelo neoclásico como consecuencia de su teoría del productor. La acumulación de capital y el consumo intertemporal son subóptimos de Pareto en su propio cuadro lógico; en segundo lugar, la sustitución del productor ineficiente por uno eficiente aporta resultados distintos pero coherentes y superiores en el sentido de Pareto a los de la teoría tradicional. Más aún: las implicaciones en la comprensión del funcionamiento de una economía de mercado difieren de manera importante de las acostumbradas; ahora el mercado de trabajo no existe, el salario no es un precio sino una variable distributiva, y los salarios no guardan ninguna relación regular y estable con la productividad del trabajo en competencia perfecta. Pese a los rendimientos decrecientes, la tasa de ganancia puede ser cero y con ella la masa de beneficios; el largo plazo puede ser representado igualmente como situación de beneficios nulos o proceso de decrecimiento de la tasa de ganancia.

El error bicentenario al que se alude en el título de este artículo, se refiere al precepto de que la economía capitalista está conformada simple y llanamente por mercados; es decir, un sistema de mercancías y precios. De ello resulta que las grandes patologías que la economía debe explicar, predecir y controlar, se plantean inevitablemente como fenómenos de mercado, sea que conciernan a mercados de competencia imperfecta o a mercados obstaculizados por rigideces. Así, el mercado de trabajo, uno de todos, se espera que funcione según los principios que gobiernan a todo mercado, y que explique los problemas de desempleo y salarios como fenómenos inherentes a desequilibrios. En el caso extremo, propio de la nueva escuela clásica, la capacidad de ajuste prácticamente instantáneo de los planes de los agentes ante sus errores de cálculo, debidos a información incompleta o incorrecta, simplemente derogan las patologías.[15] Y en cualquier caso, el procurar que el equilibrio general competitivo se realice, es el objetivo supremo, debido a su atributo de eficiencia social. Ese es, ni más ni menos, el núcleo que se ha lesionado con los resultados aquí expuestos. Afortunadamente la propia crítica aporta elementos para la reconstrucción.

Referencias bibliográficas

Allais, M. (1947). *Economie et interet*, *Présentation nouvelle des problèmes fondamentaux relatifs au rôle économique du taux de intérêt et de leur solutions*, 2 vol., Paris: Imprimerie Nationale, 800 pp.

Arrow, K. y Hahn, F. (1971). *Análisis general competitivo*, México: FCE, pp. 7-405.

Bénassy, J. P. (2011). *Macroeconomic theory*, Oxford University Press, pp. 65-84 y 161-179.

Bewley, T. F. (2007). *General equilirbium, overlapping generations models, and optimal growth theory*, Cambridge, Massachusetts; London: Harvard University Press, 602 pp.

Blanchard, O. and F. Stanley (1989). *Lectures on macroeconomics*, USA: MIT Press, pp. 91-153.

[15] Véase en Hahn y Solow (1995:3-9), la dramática declaración que hacen sobre dicho asunto estos dos notables autores de la tradición neoclásica, en una histórica divergencia de conciencia más que de método, que sin embargo ha sido inexplicablemente desoída.

Diamond, P. (1965). "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review* 55 (5), USA, pp. 1126-1150

Hahn, F. y R. Solow (1995). *A critical essay on modern macroeconomic theory*, Oxford United Kingdom: Blackwell Publishers Ltd, 161 pp.

Hicks, J. R. (1946). *Value and Capital*, Oxford: Clarendon Press (En español, FCE, 1976, México), 422 pp.

Hotelling, H. (1932). "Edgeworths Taxation paradox and the nature of demand and supply function", *Political Economy*, No. 40, pp. 606-608.

McCandless Jr., G. and N. Wallace (1991). *Introduction to dynamic macroeconomic theory. an overlapping generations approach*, USA: Harvard University Press, 372 pp.

Noriega, F. A. (2001). *Macroeconomía para el desarrollo. Teoría de la inexistencia del mercado de trabajo*, México: McGraw-Hill Interamericana y UNAM, pp. 1-287.

——— (2012). *Macroeconomía divergente, Teoría de la inexistencia del mercado de trabajo*, Saarbrücken, Alemania: Editorial Académica Española; EUA y Gran Bretaña: Academic Publishing Gmbh & Co., 277 pp. México: Facultad de Economía "Vasco de Quiroga", Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2011, Morelia, Michoacán, 271 pp.

Mas-Colell, A. M. D. Whinston and J. R. Green (1995). *Microeconomic theory*, New York: Oxford University Press, pp. 128-160; 334-343; 546-575, y 928-970.

Samuelson, P. (1947). *Foundations of economic analysis*, *Cambridge*, Massachusets: Harvard University Press, 353 pp.

——— (1958). "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money", *Journal of Political Economy*, No. 66 (december), USA, pp. 467-482.

Smith, A. (1776). *Investigación sobre la naturaleza y causas de la riqueza de las naciones*, México: FCE [1994], pp. 1-917.

Solow, R. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics,* February.

——— (1970). *La Teoría del crecimiento*, México: FCE, pp. 7-143.

Varian, H. R. (1992). *Microeconomic analysis*, 3th edition, USA: Norton & Company Inc., pp. 49-58.

Villar, A. (1996). *Curso de microeconomía avanzada*, España: Antoni Bosch Editor, pp. 19-51 y 147-168.