

“Expectativas Racionales y la Teoría de Movimiento de los Precios”¹

John F. Muth

Con el objeto de explicar de manera simple cómo son formadas las expectativas racionales, anticipamos la hipótesis de que ellas son esencialmente lo mismo que las predicciones de la teoría económica apropiada. En particular, la hipótesis afirma que por lo general la economía no debe derrochar información y que las expectativas dependen específicamente de la estructura del sistema total. Los métodos de análisis, que son los apropiados bajo condiciones especiales, son descritos en el contexto de un mercado aislado con una producción fija y desfasada. El valor interpretativo de la hipótesis es ilustrado introduciendo la especulación comercial al sistema.

1. INTRODUCCION

El hecho de que las expectativas de las variables económicas tal vez estén sujetas a error por algún tiempo ha sido reconocido como una parte importante de la mayoría de las explicaciones de los cambios en el nivel de la actividad financiera. El análisis “ex-ante” de

la escuela de Estocolmo —aunque produjo su parte justa de confusión— hizo una investigación altamente sugerente sobre los problemas del corto plazo. Esto fue sin duda una gran motivación para estudios de expectativas financieras y diseño de datos.

Como una teoría sistemática de las fluctuaciones en los mercados o en la economía, el enfoque es limitado puesto que no incluye una explicación de como se forman las expectativas. Para realizar modelos económicos dinámicos se han usado diferentes fórmulas de expectativas.

Existe, sin embargo, escasa evidencia para sugerir que las relaciones presumibles tienen parecido con la manera en que funciona la economía².

El tipo de información que se usa y la manera de como se arma para construir una estimación de las condiciones futuras es importante para comprender porqué el carácter de los procesos dinámicos es por lo común

¹ Investigación comprometida en el proyecto “Planificación y control de operaciones industriales”, bajo contrato con la Oficina de Investigación Naval. Contrato No. 760 (01) proyecto NR 047011. La reproducción total o parcial de este trabajo es permitida para todo propósito del Gobierno de los EEUU. Una primera versión de este trabajo fue presentada en la sesión de invierno de la Sociedad Económica, Washington, D.C., diciembre 30, 1959.

² Este comentario puede aplicarse a las teorías dinámicas en las cuales las expectativas no aparecen explícitamente. Ver, por ejemplo, Arrow, Block y Hurwicks [3, 4].

muy sensible al modo de como las expectativas son influidas por el curso actual de los eventos. Además, muchas veces es necesario hacer predicciones sensatas acerca del rumbo de las expectativas, que pueden cambiar cuando la cantidad de información disponible o la estructura del sistema es cambiada. (Este punto es similar a la razón por la cual se tenía curiosidad acerca de las funciones de demanda, funciones de consumo y similares en lugar de los "predictores" de la forma reducida en un sistema de ecuaciones simultáneas). El área también es importante desde un punto de vista estadístico porque es probable que las estimaciones de los parámetros estén sesgadas hacia cero si se usa una variable equivocada como expectativa.

El objetivo de este artículo es trazar una teoría de las expectativas y mostrar que las implicaciones son —en una primera aproximación— consistentes con los datos correspondientes.

2. LA HIPOTESIS DE LAS "EXPECTATIVAS RACIONALES"

Dos conclusiones importantes de los estudios sobre los datos de expectativas son las siguientes:

1) Los promedios de expectativas en una industria son más exactos que los modelos simples y tan exactos como los sistemas de ecuaciones elaborados, aunque existen fuertes divergencias de opinión. Las expectativas referidas generalmente subestiman la magnitud de los cambios que realmente tienen lugar.

Con el objeto de explicar estos fe-

nómenos, me gustaría sugerir que las expectativas, dado que son predicciones informadas de eventos futuros, son esencialmente las mismas que las predicciones de la teoría económica adecuadas³.

Con el riesgo de confundir esta hipótesis puramente descriptiva con un pronunciamiento de lo que las empresas debieran hacer, llamamos "racionales" a tales expectativas. Algunas veces se argumenta que el supuesto de racionalidad en economía hace a las teorías inconsistentes con los fenómenos observados o inadecuados para explicarlos, especialmente los cambios en el tiempo (por ejemplo, Simon [29]). Nuestra hipótesis se basa exactamente sobre el punto de vista opuesto: los modelos económicos dinámicos no suponen racionalidad completa.

La hipótesis puede reformularse de manera un poco más precisa como sigue: las expectativas de las empresas (o más generalmente, la distribución de probabilidad subjetiva de los resultados) tiende a distribuirse, para el mismo conjunto de información, alrededor de la predicción de la teoría (o de las distribuciones de probabilidad "objetivas" de los resultados).

La hipótesis afirma tres cosas: (1) La información es escasa y el sistema económico generalmente no la desperdicia; (2) El modo bajo el cual las expectativas se forman depende específicamente de la estructura del sistema relevante que describe la economía; (3) Una "predicción pública" en el sentido de Grunberg y Modigliani

³ Mostraremos en la sección 5 que la hipótesis es consistente con estos dos fenómenos.

[14] no tendrá un efecto sustancial sobre la operación del sistema económico (a menos que este basado en informes confidenciales). Esto no es quizá la misma cosa que afirmar que el producto marginal de la ciencia económica es cero, porque las expectativas de una sola empresa pueden estar aún sujetas a mayor error que la teoría.

Esto no es afirmar que el trabajo de los empresarios se asemeja al sistema de ecuaciones en algún sentido; tampoco es afirmar que las predicciones de los empresarios son perfectas o que sus expectativas son las mismas.

Para los propósitos de análisis, usaremos una forma especializada de la hipótesis; en particular, suponemos que:

- 1) Las perturbaciones aleatorias se distribuyen normalmente.
- 2) Los equivalentes de certidumbre existen para las variables a predecir.
- 3) Las ecuaciones del sistema, incluyendo las fórmulas de las expectativas son lineales.

Estos supuestos no son tan fuertes como aparentan a primera vista porque cualquiera de ellos implica virtualmente los otros dos⁴.

4 Mientras que las variables tengan una varianza finita, existe una función de regresión lineal si y sólo si las variables se distribuyen normalmente. (Allen [2] y Ferguson [12]). La propiedad de certeza-equivalencia se sigue de la linealidad de la derivada de la función cuadrática de utilidad o de ganancia apropiada. (Véase Simon [28] y Theil [32]).

3. FLUCTUACIONES DE PRECIOS EN UN MERCADO AISLADO

Podemos explicar mejor lo que es la hipótesis iniciando el análisis en un ambiente más bien simple: las variaciones de precios de corto plazo en un mercado aislado con una producción fija rezagada de un bien que no puede almacenarse⁵. Las ecuaciones de mercado toman la forma:

$$\begin{aligned} C_t &= -\beta p_t && \text{(Demanda)} \\ (3.1) \quad P_t &= \gamma p_t^e + u_t && \text{(Oferta)} \\ P_t &= C_t && \text{(Equilibrio en el mercado)} \end{aligned}$$

donde P_t representa el número de unidades producidas en un período tan largo como el rezago en la producción,

C_t es la cantidad consumida,

P_t es el precio de mercado en el t -ésimo período,

p_t^e es el precio de mercado que se espera prevalezca durante el t -ésimo período sobre la base de la información disponible durante el $(t-1)$ -ésimo período.

u_t es un término de error que representa digamos las variaciones en la producción debido al clima.

5: Es posible admitir relaciones de oferta tanto en el corto como en el largo plazo sobre la base de costos dinámicos. (Véase Holt et. al. [17, especialmente los caps. 2-4, 19]). Más difíciles son los efectos de oferta de los cambios en el número de empresas. La importancia de los efectos costo ha sido enfatizada por Buchanan [7] y Akerman [1]. Incluirlos en este punto, sin embargo, nos alejaría del objetivo principal del artículo.

Todas las variables usadas son desviaciones de los valores de equilibrio.

Las variables de cantidad se pueden eliminar de (3.1) para dar

$$(3.2) \quad p_t = -\frac{\gamma}{\beta} p_t^e - \frac{1}{\beta} u_t$$

El término de error es desconocido en el momento en que las decisiones de producción son tomadas, pero es conocido —e importante— en el momento en que el bien se compra en el mercado.

La predicción del modelo se establece reemplazando el término de error por su valor esperado condicionado por los eventos pasados. Si los errores no tienen correlación serial y si $E[u] = 0$, se obtiene:

$$(3.3) \quad E[p_t] = -\frac{\gamma}{\beta} p_t^e$$

Si la predicción de la teoría fuera sustancialmente mejor que las expectativas de las empresas, entonces habría oportunidad para el "conocedor" de obtener beneficios del conocimiento —mediante la especulación con inventarios—, si es posible, operando una empresa o vendiendo un servicio de predicción de precios a las empresas. Las oportunidades de ganancia no existirían más si la expectativa agregada de las empresas es la misma que la predicción de la teoría:

$$(3.4) \quad E[p_t] = p_t^e$$

En referencia a (3.3) vemos que si $\gamma/\beta \neq -1$ el supuesto de racionalidad

(3.4) implica que $p_t^e = 0$ ó que los precios esperados igualan a los precios de equilibrio. Mientras que las perturbaciones ocurran únicamente en la función de oferta, los movimientos de precios y cantidades de un período al siguiente podrían ser sólo sobre la curva de demanda.

El problema que hemos discutido hasta ahora es de poco interés empírico porque los impactos se supusieron completamente impredecibles. Para la mayoría de los mercados es deseable tener en cuenta los efectos ingreso de la demanda y costos alternativos en la oferta, con el supuesto de que parte de la variable de impacto puede predecirse sobre la base de información a priori. Retomando nuestros pasos desde (3.2) vemos que el precio esperado puede ser:

$$(3.5) \quad p_t^e = -\frac{1}{\beta + \gamma} E[u_t]$$

Si el impacto es observable, entonces, el valor esperado condicional o su estimación por regresión pueden encontrarse directamente. Si el impacto no es observable, debe estimarse con la historia pasada de variables que pueden medirse.

Expectativas con perturbaciones correlacionadas serialmente. Escribiremos las variables u 's como una combinación lineal de la historia pasada de variables aleatorias normal e independientemente distribuidas, ϵ_t con media cero y varianza σ^2 :

$$(3.6) \quad u_t = \sum_{i=0}^{\infty} w_i \epsilon_{t-i}, \quad E[\epsilon_j] = 0,$$

$$E[\epsilon_i \epsilon_j] = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Cualquier correlograma deseado de las ϵ puede obtenerse mediante una selección apropiada de las ponderaciones w_i .

El precio será una función lineal de los mismos errores independientes; o sea:

$$(3.7) \quad p_t = \sum_{i=0}^{\infty} w_i \epsilon_{t-i}$$

El precio esperado, dada sólo información hasta el $(t-1)$ -ésimo período tiene la misma forma que en (3.7) con la excepción de que ϵ_t se reemplaza por su valor esperado (que es cero). Por lo tanto tenemos:

$$(3.8) \quad p_t^e = W_0 E[\epsilon_t] + \sum_{i=1}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i} \\ = \sum_{i=1}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i}$$

Si, en general, hacemos p_{t-L} el precio esperado en el período $t+L$ sobre la base de información disponible en el t -ésimo período, la fórmula se hace:

$$(3.9) \quad p_{t-L, L} = \sum_{i=L}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i}$$

Sustituyendo el precio y el precio esperado en (3.1), lo cual refleja las condiciones de mercado, obtenemos:

$$(3.10) \quad W_0 \epsilon_t + (1 + \gamma/\beta) \sum_{i=1}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i} = -\frac{1}{\beta} \sum_{i=0}^{\infty} w_i \epsilon_{t-i}$$

La ecuación (3.10) es una identidad en las ϵ 's; esto es, debe mantenerse para cualesquiera valores de ϵ_j que ocurran. Por lo tanto, los coeficientes de las ϵ_j correspondientes en la ecuación deben ser iguales.

Las ponderaciones W_i son entonces las siguientes:

$$(3.11a) \quad W_0 = -\frac{1}{\beta} w_0$$

$$(3.11b) \quad W_i = -\frac{1}{\beta + \gamma} w_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

Las ecuaciones (3.11) nos dan los parámetros de la relación entre las funciones de precios y de expectativas de precios en términos de la historia pasada de los impactos independientes. El problema restante es escribir los resultados en términos de la historia de variables observables. Deseamos encontrar una relación de la forma:

$$(3.12) \quad p_t^e = \sum_{j=1}^{\infty} V_j p_{t-j}$$

Despejamos los pesos V_j en términos de las ponderaciones W_j de la manera siguiente. Sustituyendo de (3.7) y (3.8) obtenemos:

$$\begin{aligned}
(3.13) \quad & \sum_{i=1}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i} \\
&= \sum_{j=1}^{\infty} V_j \sum_{i=0}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i-j} \\
&= \sum_{i=1}^{\infty} \left(\sum_{j=1}^i V_j W_{i-j} \right) \epsilon_{t-i}
\end{aligned}$$

Puesto que la igualdad debe mantenerse para todos los impactos, los coeficientes deben satisfacer las ecuaciones:

$$(3.14) \quad W_i = \sum_{j=1}^i V_j W_{i-j} \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

Este es un sistema de ecuaciones con una estructura triangular, de manera que pueda ser resuelto sucesivamente para los coeficientes $V_1, V_2, V_3, \dots$

Si los errores se distribuyen independientemente, como se supuso antes, entonces $w_0 = -1/\beta$ y todos los otros son cero. Las ecuaciones (3.14) entonces implican:

$$(3.15a) \quad p_t^e = 0$$

$$(3.15b) \quad p_t = p_t^e + W_0 \epsilon_t = -1/\beta \epsilon_t$$

estos son los resultados obtenidos antes.

Supóngase, en el otro extremo, que un impacto exógeno afecta todas las condiciones de oferta futuras, en lugar de únicamente el período uno. Este

supuesto sería apropiado si representara que tanto difiere el cambio tecnológico de su tendencia. Puesto que u_t es la suma de todas las ϵ_j pasadas, $w_i = 1$ ($i = 0, 1, 2, \dots$).

De (3.11).

$$(3.16a) \quad W_0 = -1/\beta$$

$$(3.16b) \quad W_i = -1/(\beta + \gamma)$$

En (3.14) se puede ver que el precio esperado es una medida móvil de los precios pasados, ponderada geométricamente:

$$(3.17) \quad p_t^e = \frac{\beta}{\gamma} \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\gamma}{\beta + \gamma} \right)^j p_{t-j}$$

Esta fórmula de predicción ha sido usada por Nerlove [26] para estimar la elasticidad de oferta de ciertos bienes agrícolas. La única diferencia es que nuestro análisis establece que el "coeficiente de ajuste" en la fórmula de expectativas debería depender de los coeficientes de demanda y oferta. La predicción con la medida móvil ponderada geométricamente es de hecho óptima bajo condiciones ligeramente más generales (cuando la perturbación tiene componentes transitorios y permanentes). En tal caso el coeficiente dependerá de las varianzas relativas de los dos componentes así como de los coeficientes de oferta y demanda. (Véase [24]).

Desviaciones de la racionalidad.

Ciertas imperfecciones y sesgos en las expectativas se pueden analizar con

los métodos de este trabajo. La introducción de diferencias de corte transversal en las expectativas es una cuestión simple porque su efecto agregado es imperceptible en la medida en que la desviación de la predicción racional para una empresa individual no este fuertemente correlacionada con las de otras. Se necesitan modificaciones sólo si la correlación de los errores es grande y depende sistemáticamente de otras variables explicativas. Examinaremos los efectos de descontar excesivamente la información corriente y de las diferencias en la información poseida por las diferentes empresas de la industria. El que tales sesgos en las expectativas sean empíricamente importantes resta por analizar. Sólo deseo enfatizar que los métodos son suficientemente flexibles para manipularlos.

Examinemos primero lo que sucede cuando las expectativas sobre o subdescuentan el efecto de los eventos corrientes. La ecuación (3.8), que nos da la expectativa de precios óptima, se reemplazará por:

$$(3.18) \quad p_t^e = f_1 W_1 \epsilon_t - 1 + \sum_{j=2}^{\infty} W_j \epsilon_{t-j}$$

En otras palabras, el peso ligado a la perturbación exógena más reciente se multiplica por el factor f_1 , el cual sería mayor que la unidad si la información corriente es sobredescontada, y menor que la unidad, si es subdescontada.

Si usamos (3.18) para el precio es-

perado en lugar de (3.8) para explicar los movimientos de los precios de mercado, entonces, (3.11) se reemplaza por:

$$(3.19a) \quad W_0 = -\frac{1}{\beta} w_0$$

$$(3.19b) \quad W_1 = -\frac{1}{\beta + f_1 \gamma} w_1$$

$$(3.19c) \quad W_i = -\frac{1}{\beta + \gamma} w_i$$

$$(i = 2, 3, 4, \dots)$$

El efecto de las expectativas sesgadas sobre los movimientos de precios depende de las propiedades estadísticas de las perturbaciones exógenas.

Si las perturbaciones son independientes (esto es, $w_0 = 1$ y $w_i = 0$ para $i \geq 1$), las expectativas sesgadas no tienen efecto. La razón es que las observaciones sucesivas no proporcionan información sobre fluctuaciones futuras.

Por el otro lado, si todas las perturbaciones son de un tipo permanente (esto es, $w_0 = w_1 = \dots = 1$), las propiedades de la función de expectativas se afectan significativamente. Para ilustrar la magnitud de las diferencias, los parámetros de la función:

$$p_t^e = \sum_{j=1}^{\infty} V_j P_{t-j}$$

se comparan en la figura 3.1 para $\beta =$

2 y para diferentes valores de f_1 . Si la información corriente se subdescuenta ($f_1 = 1/2$), la ponderación V_1 ligada al último precio observado es

muy alta. Con el sobredescuento ($f_1 = 2$), la ponderación para el primer período es relativamente baja.

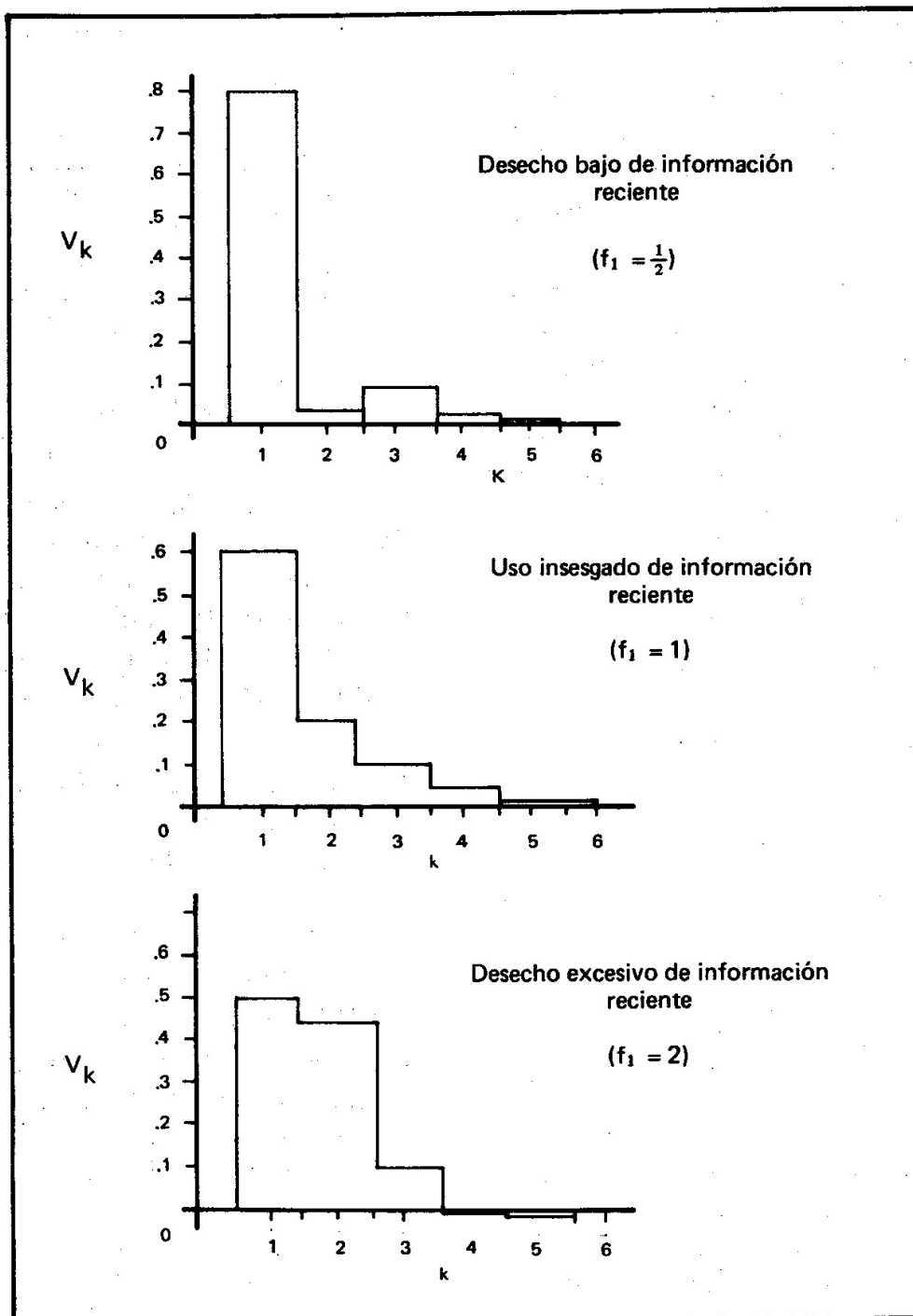


FIGURA 3.1 Coeficientes autorregresivos de expectativas para uso sesgado de información reciente. ($w_0 = w_1 = \dots = 1$).

El modelo anterior puede interpretarse en otro sentido. Suponga que algunas de las empresas tienen más acceso a la última información que otras. Esto es, hay un desfase de un período para algunas empresas, las cuales, por lo tanto, forman las expectativas de precios de acuerdo a (3.8). Las otras, con un desfase de dos períodos, pueden sólo usar la siguiente:

$$(3.20) \quad p_t^e = \sum_{i=2}^{\infty} w_i \epsilon_{t-i}$$

entonces, la relación agregada de expectativas de precios es la misma que en (3.18). Si f_1 representa la fracción de las empresas que tienen sólo un período de desfase al obtener la información del mercado (esto es, la fracción de "conocedores").

4. EFECTOS DE LA ESPECULACION CON INVENTARIOS

Algunas de las preguntas más interesantes incluyen los efectos económicos del almacenamiento de inventarios y la especulación. Podemos examinar los efectos agregando a (3.1) una ecuación de demanda de inventarios dependiente de la diferencia entre el precio futuro esperado y el precio corriente. Como lo mostraremos, la expectativa de precios con perturbaciones independientes en la función de oferta resulta tener la forma:

$$(4.1) \quad p_t^e = \lambda p_t - 1,$$

donde el parámetro λ sería algún valor

entre cero y uno, dependiendo sus valores de los parámetros de la demanda, la oferta y demanda de inventarios.

La especulación con expectativas de precios moderadamente bien informadas reduce la varianza de los precios extendiendo el efecto de una perturbación del mercado sobre varios períodos de tiempo, permitiendo que los impactos se cancelen parcialmente unos con otros. La especulación es rentable, aunque permanezcan oportunidades no especulativas. Estas proposiciones podrían parecer obvias. Sin embargo, se han expresado puntos de vista contrarios en la literatura.⁶

Antes de introducir los inventarios en la condiciones del mercado, examinaremos brevemente la naturaleza de la demanda especulativa de un bien.

Especulación óptima.

Asumiremos por el momento que el almacenamiento, el interés y los costos de transacciones son insignificantes. Un individuo tiene oportunidad de comprar a un precio conocido en el t -ésimo período, para vender en el período siguiente. El precio futuro es no obstante, desconocido. Si I_t representa el inventario especulativo al final del t -ésimo período⁷, entonces, la ganancia que deberá realizarse es:

⁶ Véase Baumol [5]. Sus conclusiones dependen de una demanda no especulativa tal que los precios podrían ser una función seno pura, la cual puede siempre predecirse perfectamente.

⁷ Los inventarios especulativos pueden ser positivos o negativos.

$$(4.2) \quad \pi_t = I_t (p_{t+1}^e - p_t).$$

Por supuesto, la ganancia es desconocida en el momento en el que se toma la decisión. Existe, sin embargo, la expectativa de ganancia.

La demanda individual de inventarios especulativos presumiblemente estaría basada en un razonamiento del siguiente tipo. La magnitud del compromiso depende de la expectativa de la utilidad de la ganancia. Para un rango suficientemente pequeño de variación en las ganancias podemos aproximar la función de utilidad con los primeros términos de su expansión de series de Taylor respecto del origen.

$$(4.3) \quad u_t = \phi(\pi_t) = \phi(0) + \phi'(0) \pi_t + \frac{1}{2} \phi''(0) \pi_t^2 + \dots$$

La utilidad esperada depende de los momentos de la distribución de probabilidad de:

$$(4.4) \quad E[u_t] = \phi(0) + \phi'(0) E[\pi_t] + \frac{1}{2} \phi''(0) E[\pi_t^2] + \dots$$

De (4.2) se pueden encontrar los primeros dos momentos, siendo:

$$(4.5a) \quad E[\pi_t] = I_t (p_{t+1}^e - p_t)$$

$$(4.5b) \quad E[\pi_t^2] = I_t^2 (\sigma_{t+1}^2 + (p_{t+1}^e - p_t)^2)$$

donde p_{t+1}^e es la media condicional del precio en el período $t+1$ (dada toda la información del período t) y σ_{t+1}^2 es la varianza condicional. La utilidad esperada puede, por lo tanto, escribirse en términos de la posición del inventario como sigue:

$$(4.6) \quad E[u_t] = \phi(0) + \phi'(0) I_t (p_{t+1}^e - p_t) + \frac{1}{2} \phi''(0) I_t^2 [\sigma_{t+1}^2 + (p_{t+1}^e - p_t)^2] + \dots$$

El inventario, por lo tanto, satisface la condición:

$$(4.7) \quad \frac{dEu}{dI_t} = \phi'(0) (p_{t+1}^e - p_t) + \phi''(0) I_t [\sigma_{t+1}^2 + (p_{t+1}^e - p_t)^2] + \dots = 0$$

La posición de inventarios, en una primera instancia, estaría dada por:

$$(4.8) \quad I_t = - \frac{\phi'(0) (p_{t+1}^e - p_t)}{\phi''(0) [\sigma_{t+1}^2 + (p_{t+1}^e - p_t)^2]}$$

Si $\phi'(0) > 0$ y $\phi''(0) < 0$, la expresión anterior es una función creciente del cambio esperado en los precios (en la medida que este es moderado).

En este punto se hacen dos supuestos adicionales: (1) la varianza condi-

cional, σ_{t+1}^2 es independiente de p_t^e , lo cual es cierto si los precios se distribuyen normalmente; y (2) el cuadrado del cambio en el precio esperado es pequeño en relación con la varianza. El último supuesto es razonable porque la expansión original de la función de utilidad es válida sólo para cambios pequeños. La ecuación (4.8) se puede entonces simplificar ⁸:

$$(4.9) \quad I_t = (p_{t+1}^e - p_t)$$

donde $\alpha = -\phi'(0) / \phi''(0) \sigma_{t+1}^2$.

Nótese que el coeficiente α depende del bien sólo en un sentido: la varianza de los pronósticos de precios. La demanda agregada dependería de quien tiene los inventarios así como del tamaño del mercado. Para algunos bienes, los inventarios se mantienen más fácilmente por las empresas.⁹ Si existe un intercambio de futuros de la mercancía organizado, estaría involucrada una población diferente. En pocos casos (en particular, los bienes durables) la acumulación de inventarios por parte de las familias puede ser importante.

Los supuestos originales pueden relajarse sin afectar los resultados significativamente, al introducir costos de almacenamiento o intereses. Los requerimientos marginales pueden tam-

bién limitar la posición corta o larga de un individuo. Aunque tales requerimientos pueden fundamentalmente limitar las diferencias de corte transversal en las posiciones también pueden restringir el inventario agregado. En este caso, podríamos esperar razonablemente que la función de demanda agregada sea no lineal, con un nivel superior de saturación de inventarios (Un nivel bajo podría aparecer para los inventarios que se aproximan a cero).

Por su simplicidad, usaremos (4.9) para representar la demanda de inventarios.

Ajustes de mercado

Ahora estamos en posibilidad de modificar el modelo de la Sección 3 para tomar en cuenta las variaciones de inventarios. Los ingredientes son las ecuaciones de demanda y oferta usadas al principio, junto con la ecuación de inventarios. Repetimos las ecuaciones siguientes (P_t representa la producción y C_t , el consumo durante el t -ésimo período:

$$(4.10a) \quad C_t = -\beta p_t \text{ (Demanda)}$$

$$(4.10b) \quad P_t = \gamma p_t^e + u_t \text{ (Oferta)}$$

$$(4.10c) \quad I_t = \alpha(p_t^e - P_t) \text{ (Especulación con inventarios)}$$

Las condiciones de equilibrio del mercado son:

$$(4.11) \quad C_t + I_t = P_t + I_{t-1}$$

⁸ Esta forma de la demanda de inventarios especulativos se asemeja a la de Telser (31) y Kaldor (20).

⁹ La carne, por ejemplo, se almacena en los animales vivos o en algún proceso de curtido o conserva.

Sustituyendo (4.10) en (4.11), el equilibrio puede expresarse en términos de precios, expectativas de precios y la perturbación, hasta ahora

$$(4.12) \quad -(\alpha + \beta) p_t + \alpha p_t^e +$$

$$1 = (\alpha + \gamma) p_t^e - \alpha p_t - 1 + u_t$$

Las condiciones anteriores pueden usarse para encontrar las ponderaciones de las funciones de regresión de precios y expectativas de precios de la misma manera que antes. Sustituyendo (3.6), (3.7) y (3.8) en (4.12) obtenemos:

$$(4.13) \quad -(\alpha + \beta) \sum_{i=0}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i}$$

$$+ \alpha \sum_{i=1}^{\infty} W_i \epsilon_{t+1-i}$$

$$= (\alpha + \gamma) \sum_{i=1}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i}$$

$$- \alpha \sum_{i=0}^{\infty} W_i \epsilon_{t+1-i} + \sum_{i=0}^{\infty} W_i \epsilon_{t-i}$$

Con el objeto de que la ecuación anterior se mantenga para todas las posibles ϵ , los coeficientes correspondientes deben ser, como antes, iguales. Por lo tanto, el siguiente sistema de ecuaciones debe satisfacerse:¹⁰

$$(4.14a) \quad -(\alpha + \beta) W_0 + \alpha W_1 = w_0$$

$$(4.14b) \quad \alpha W_i - 1 - (2\alpha + \beta + \gamma) W_i$$

$$+ \alpha W_{i+1} = w_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

Dado que existe, la solución del sistema homogéneo sería de la forma:

$$(4.15) \quad W_k = C \lambda_1^k$$

donde λ , es la raíz más pequeña de la ecuación característica.

$$(4.16) \quad \alpha - (2\alpha + \beta + \gamma) \lambda + \alpha \gamma^2$$

$$= \alpha (1 - \lambda)^2 - (\beta + \lambda) \lambda = 0$$

se grafica contra valores positivos de $\alpha(\beta + \gamma)$ en la figura 4.1.

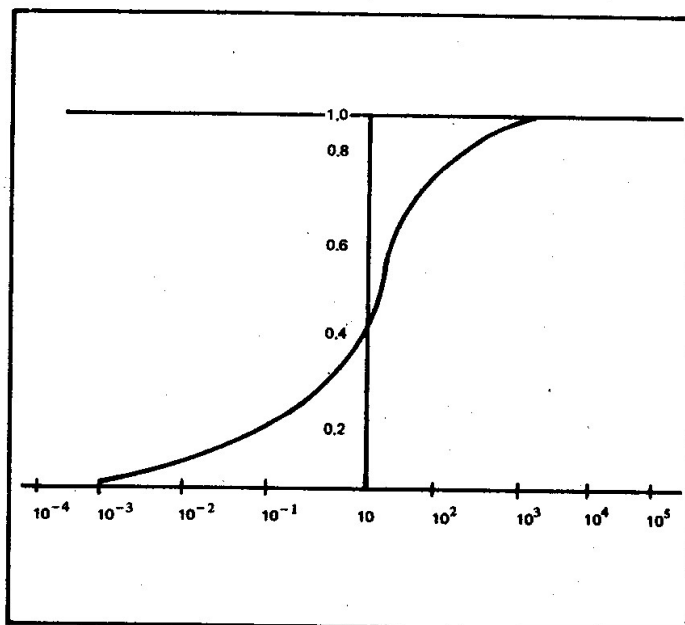


Figura 4.1.- La raíz característica como una función de $\alpha(\beta + \gamma)$.

¹⁰ El mismo sistema aparece en varios contextos con inusitada frecuencia. Véase Holt et. al. (17) y Muth (24).

Una solución única, real y acotada de (4.14) existirá si las raíces de la ecuación característica son reales. Las raíces ocurren en pares recíprocos, de tal manera que si son reales y distintos de uno tendrán un valor absoluto menor a la unidad. Para una solución acotada, los coeficientes de la raíz más grande desaparecen; la condición inicial entonces se ajusta al coeficiente de la raíz más pequeña.

La respuesta de las variables de precio y cantidad será dinámicamente estable si las raíces de la ecuación característica son reales. Es fácil observar que serán reales si se satisfacen las siguientes desigualdades:

$$(4.17a) \quad \alpha > 0$$

$$(4.17b) \quad \beta + \alpha > 0$$

La primera condición requiere que los especuladores actúen con la expectativa de ganancia (más que de pérdida). La segunda es la condición para la estabilidad Walrasiana. Por lo tanto, un supuesto sobre la estabilidad dinámica más bien tiene pocas implicaciones sobre los coeficientes de oferta y demanda. Debería señalarse que (4.17) no son condiciones necesarias para la estabilidad. El sistema también será estable si ambas desigualdades en (4.17) se invierten (!) o si $0 > \alpha / (\beta + \gamma) > -1/4$. Si $\alpha = 0$, no existe "liga" de un periodo de tiempo al otro, de tal manera que el sistema es estable para todos los valores de $\beta + \gamma$.

Supongamos, en parte con fines de ilustración, que las perturbaciones exógenas que afectan al mercado están distribuidas independientemente. En-

tonces, podemos hacer $W_0 = 1$ y $W_i = 0$ ($i \geq 1$). La función complementaria será entonces la solución completa de la ecuación en diferencias resultante. Sustituyendo (4.15) en (4.14) evaluamos la constante y encontramos:

$$(4.18) \quad W_k = - \frac{1}{(\alpha + \beta) - \alpha \lambda_1} 2^k_1$$

Las ponderaciones V_k pueden encontrarse ya sea a partir de (3.14) o señalando que el proceso estocástico resultante es Markoviano. Para cualquier tasa, las ponderaciones son:

$$(4.19) \quad V_k = \begin{cases} \lambda_1 & k = 1 \\ 0 & k > 1 \end{cases}$$

El precio esperado está, por consiguiente, correlacionado con el precio anterior, y el resto de la historia de precios no da más información, esto es:

$$(4.20) \quad P_t^e = \lambda_1 \cdot P_{t-1}$$

donde el parámetro depende de los coeficientes de demanda, oferta y especulación con inventarios de acuerdo a (4.16) y está entre 0 y 1. Si los inventarios son un factor importante en la determinación de precios de corto plazo, λ_1 estará muy cerca de la unidad de tal manera que la serie de tiempo de los precios tiene una alta correlación serial positiva.¹¹ Si los inventa-

¹¹ Si los flujos de producción y consumo son insignificantes en comparación con el nivel de especulación con inventarios, el proceso se aproxima a (random walk). Esto se aplicaría a los movimientos de precios diarios o semanales de un bien cuyo rezago en la producción es un año. Cf. Kendall (22).

rios son un factor insignificante, λ_1 está cercana a cero y conduce a los resultados de la Sección 3.

Efectos de la especulación con inventarios

Sustituyendo el precio esperado, de (4.20) en (4.10) obtenemos el siguiente

te sistema para describir la operación del mercado:

$$(4.21a) \quad C_t = -\beta p_t$$

$$(4.21b) \quad P_t = \gamma \lambda_1 P_{t+1} + \epsilon_t$$

$$(4.21c) \quad I_t = -\alpha (1 - \lambda_1) P_t$$

CUADRO 4.1

Descripción	Símbolo	Fórmula general	Aproximación pequeña
1. Raíces características	λ_1	$-\alpha(1-\lambda)^2 - (\beta+\gamma)\lambda$	$\alpha / (\beta + \gamma)$
2. Desviación estándar de precios	σ_p	$ W_0 (1-\lambda_1^2)^{\frac{1}{20}} \sigma$	$\frac{1}{\beta} (1 - \frac{\alpha}{\beta}) \sigma$
3. Desviación estándar del precio esperado	σ_p^e	$\lambda_1 \sigma_p$	$(\alpha \beta (\beta + \gamma)) \sigma$
4. Desviación estándar del producto	σ_p	$(\sigma^2 + \gamma^2 \lambda_1^2 \sigma_p^2)^{1/2}$	$[1 + \frac{\sigma \gamma}{2\beta (\beta + \gamma)}] \sigma$
5. Ingreso medio del producto	$E[P_t p_t]$	$\gamma \lambda_1^2 \sigma_p^2 + W_0 \sigma^2$	$-\frac{1}{\beta} (1 - \frac{\alpha}{\beta}) \sigma^2$
6. Ingreso medio de los especuladores	$E[I_t (p_{t+1} - p_t)]$	$-\alpha(1-\lambda_1)^2 \sigma_p^2$	$\alpha \sigma^2$
7. Gasto medio de los consumidores	$E[C_t p_t]$	$-\beta \sigma_p^2$	$-\frac{1}{\beta} (1 - \frac{2\alpha}{\beta}) \sigma^2$

Las condiciones de mercado pueden expresarse en términos de la oferta y demanda, incluyendo el saldo anterior de inventarios adelantados con la producción y el saldo actual con el consumo; en consecuencia:

$$(4.22) \quad \begin{aligned} Q_t &= C_t + I_t && \text{(Demanda)} \\ Q_t &= P_t + I_t - 1 && \text{(Oferta)} \end{aligned}$$

Sustituyendo en (4.21) se obtiene el sistema:

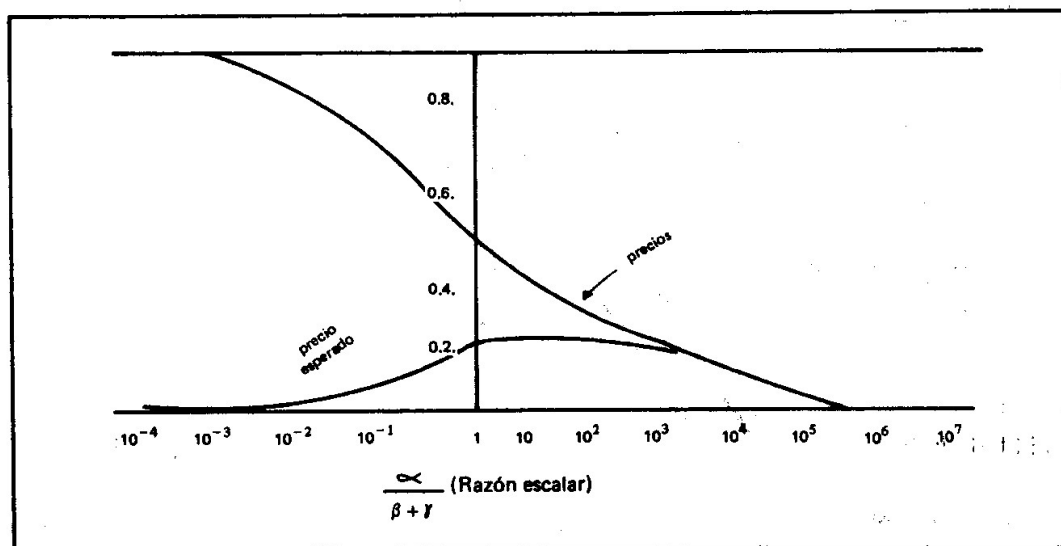
$$(4.23a) \quad Q_t = -[\beta + \alpha(1 - \lambda_1)]p_t \quad \text{(Demanda)}$$

$$(4.23b) \quad Q_t = [\gamma\lambda_1 - \alpha(1 - \lambda_1)]p_t - 1 + \epsilon_t \quad \text{(Oferta)}$$

El coeficiente en la ecuación de oferta se reduce mientras que el de la ecuación de demanda se incrementa. Las conclusiones no son esencialmente diferentes de las de Hooton [18]. El

cambio es siempre el suficiente para hacer estable la respuesta dinámica.

Si las expectativas de precios son de hecho racionales, podemos establecer algunas proposiciones acerca de los efectos económicos de la especulación con mercancías. (Las fórmulas importantes se resumen en el cuadro 4.1). La especulación reduce la varianza de los precios al dispersar el efecto de una perturbación excesiva sobre diferentes períodos de tiempo. Sin embargo, en la figura 1.2 podemos observar que el efecto es insignificante si α es mucho menor que la suma de β y γ . La desviación estándar de los precios esperados primero se incrementa con α porque la especulación torna a la serie de tiempo más predecible, y después disminuye debido a la pequeña variabilidad de los precios actuales. La variabilidad de los insumos factoriales de la producción sigue aproximadamente el mismo patrón. (cf. Kaldor [20]).



¹ σ es la desviación estándar de la perturbación en la función de oferta (4.10b) con $w_0 = 1$ y $w_1 = w_2 = \dots = 0$. ² $W_0 = -1/(\beta + \alpha(1 - \lambda_1))$

Figura 4.2 — Desviación estándar de los precios y precios esperados como función de $\alpha/(\beta + \gamma)$ para $\beta = \gamma$.

En la figura 4.3 observamos que el ingreso medio de los especuladores es siempre positivo y tiene un valor máximo ligeramente a la izquierda que aquél para los precios esperados. Tanto el ingreso de los productores como el gasto de los consumidores se incremen-

tan con ∞ . Los gastos de los consumidores se incrementan al principio un poco más rápido que el ingreso de los productores. El efecto de la especulación sobre el bienestar, por consiguiente, no es obvio.

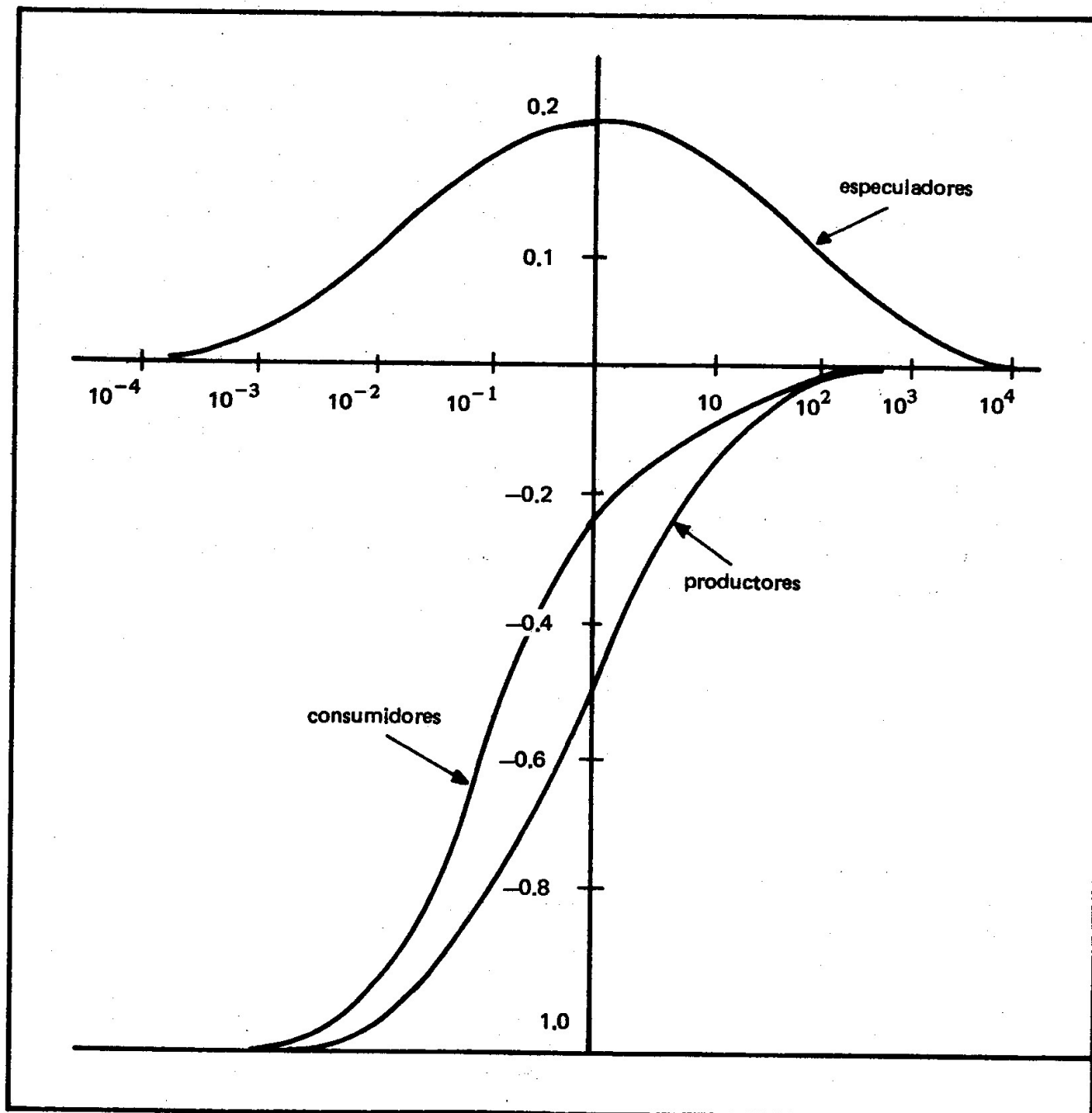


Figura 4.3 — Ingreso medio de los productores y especuladores y Gastos medios de los consumidores como una función de $\omega/(\beta + \gamma)$ para $\beta = \gamma$.

La variabilidad de los precios para diferentes valores de γ/β se grafica como una función de α/β en la figura 4.4. La forma general de la curva no se afecta por los valores de γ/β , diferenciándose tanto como en un factor de 100. Mientras más grande es el coeficiente de la oferta, más fuerte es el corte en la variabilidad de precios.

5. LA RACIONALIDAD Y LOS TEOREMAS DE LA TELARAÑA

Es más bien sorprendente que las expectativas no hayan sido previamente consideradas como modelos racionales dinámicos dado que la racionalidad se

supone en todos los demás aspectos del comportamiento del empresario. Desde un punto de vista puramente teórico, existen buenas razones para suponer la racionalidad.

Primero, es un principio aplicable a todos los problemas dinámicos (si es cierto). Las expectativas en diferentes mercados y sistemas no tienen que ser tratadas de manera completamente diferente. Segundo, si las expectativas no fueran moderadamente racionales, entonces habrían oportunidades para los economistas de obtener ganancias con la especulación con mercancías, manejar una empresa o vender información actual a los dueños. Tercero,

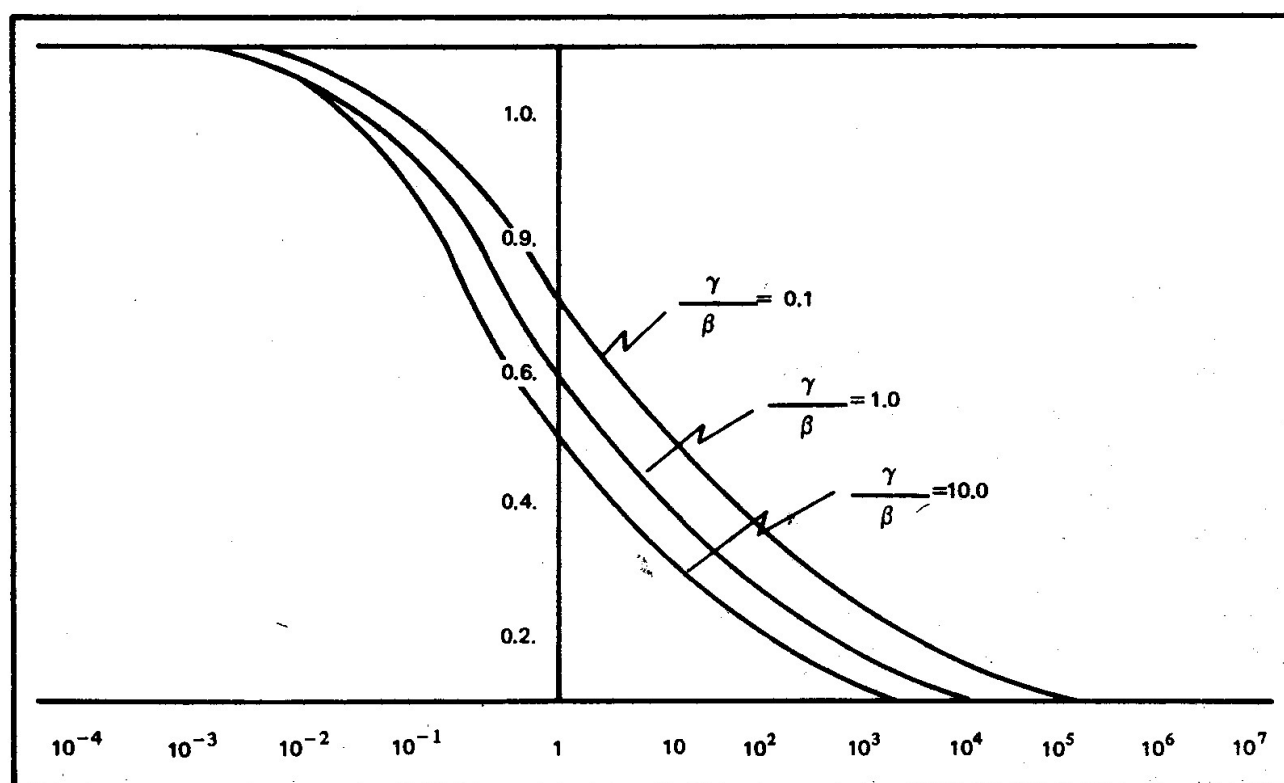


Figura 4.4 — Desviación estándar de precios para diferentes valores de γ/β como una función de α/β .

la racionalidad es un supuesto que puede ser modificado. El sesgo sistemático, la información incompleta o incorrecta, poca memoria, etc. pueden examinarse con los métodos analíticos basados en la racionalidad.

La única prueba real es, no obstante, si las teorías que involucran racionalidad explican los fenómenos observados un tanto mejor que las teorías alternativas. En esta sección compararemos algunas de las implicaciones empíricas de la hipótesis de expectativas racionales con las del teorema de la "telaraña". Los efectos de las expectativas racionales son particularmente importantes, porque el teorema de la telaraña ha sido visto con frecuencia como uno de los intentos más exitosos en las teorías económicas dinámicas (esto es, Goodwin [13]). Algunos estudiosos de los problemas agrícolas o los ciclos financieros parecen tomar el teorema de la telaraña muy seriamente pero sus implicaciones aparecen ocasionalmente. Por ejemplo, una causa principal de fluctuaciones de precios en los mercados de vacunos y cerdos en ocasiones se piensa que son las expectativas de los granjeros (Jesness [19]). Dean y Heady [10] también han sugerido una predicción oficial más extensiva y servicios de previsión con el objeto de eliminar una tendencia creciente hacia la inestabilidad de los precios de los cerdos debido a un decrecimiento secular en la elasticidad de la demanda.

Implicaciones del Teorema de la Telaraña

Si las condiciones de equilibrio en el

mercado (3.1) se sujetan a impactos independientes en la función de oferta, la predicción de la teoría sería:

$$(5.1) \quad E[p_t | p_{t-1}, p_{t-2}, \dots] \\ = - \frac{\gamma}{\beta} p_t^e$$

Como un resultado, la predicción de la teoría de la telaraña tendría comúnmente el signo opuesto al de las empresas. Esto, por supuesto, ha sido conocido por mucho tiempo. Schultz notó que la hipótesis implica que los granjeros no aprenden de la experiencia, pero añadió: "Tal comportamiento no puede ser eliminado por ser extremadamente improbable", [27, p. 78].

Las teorías difieren principalmente en lo que se supone sobre las expectativas de precios. Los primeros autores desde (Ezekiel [11]) han asumido que el precio esperado es igual al último precio conocido. Esto es:

$$(5.2) \quad p_t^e = p_{t-1}$$

Goodwin [13] propuso la fórmula de extrapolación:

$$(5.3) \quad p_t^e = p_{t-1} - \rho(p_{t-1} - p_{t-2}).$$

o sea, una cierta fracción del último cambio se añade al último precio observado. Dependiendo del signo de ρ , el cual puede estar entre -1 y $+1$, podemos obtener una gran variedad de comportamientos. Es, no obstante, aún en este caso en el que las expectativas de los granjeros y la predicción del modelo tienen signo opuesto.

Una tercera fórmula de expectati-

vas es mucho más reciente. El modelo de expectativas adaptables usado por Nerlove [25] satisface la siguiente ecuación:

$$(5.4) \quad p_t^e = p_{t-1}^e + \eta(p_t - 1 - p_{t-1}^e)$$

El pronóstico es cambiado por una cantidad proporcional al error de predicción observado más reciente. La solución de la ecuación en diferencia nos da la expectativa como una media móvil ponderada geométricamente:

$$(5.5) \quad p_t^e = \eta \sum_{j=0}^{\infty} (1-\eta)^j p_{t-j}$$

Ciertas propiedades del modelo de la telaraña se comparan con el modelo racional en el cuadro 5.1 para impactos sin correlación serial. Tales comparaciones son un poco inciertas debido a que la mayoría de los mercados reales tienen efectos-ingreso sobre la demanda significativos, costos alternativos en la oferta y errores en ambas ecuaciones de comportamiento. En la medida que estos efectos introducen correlación serial positiva en los residuos, la diferencia entre los modelos de la telaraña y racional sería disminuida. Sujeto a estas cualidades, comparemos dos tipos de modelos de acuerdo a las propiedades de las expectativas de las empresas y a las características cíclicas de los precios de los bienes y de la producción.

Expectativas de las empresas.

Existe alguna evidencia directa concer-

niente a la calidad de las expectativas de las empresas. Heady y Kaldor [16] han mostrado que para el período estudiado, las expectativas medias eran considerablemente más exactas que la simple extrapolación, aunque existían diferencias sustanciales de corte transversal en las expectativas. Se han obtenido conclusiones similares concernientes a la exactitud, para datos de expectativas bastante diferentes, por Modigliani y Weingartner [23].

A menudo aparece que las expectativas reportadas subestiman la magnitud de los cambios que realmente tienen lugar. Muchos estudios han intentado relacionar los dos de acuerdo a la ecuación:

$$(5.6) \quad p_t^e = bp_t + v_t'$$

donde v_t' es una perturbación aleatoria. Los valores estimados de b son positivos pero menores que la unidad (véase, por ejemplo, Theil [33]). Tales hallazgos son claramente inconsistentes con la teoría de la telaraña, la cual ordinariamente requiere un coeficiente negativo. Mostraremos más abajo que estos son generalmente consistentes con la hipótesis de expectativas racionales.

Bossons y Modigliani [6] han señalado que el tamaño del coeficiente estimado, b , puede explicarse por un efecto de regresión. Su importancia puede vislumbrarse claramente de lo siguiente. La hipótesis de expectativas racionales establece que, en el agregado, el precio esperado es un predictor insesgado del precio actual. Esto es:

$$(5.7) \quad p_t = p_t^e + v_t, \quad E[p_t^e v_t] = 0, \\ E[v_t] = 0$$

CUADRO 5.1

PROPIEDADES DEL MODELO DE LA TELARAÑA

	Expectativa p_t^e	Predicción $E(p_t/p_{t-1}, \dots)$	Condiciones de Estabilidad
a) Clásico (Schultz Timbergen-Ricci)	$p_t - 1$	$-\frac{\gamma}{\beta} p_t^e$	$\gamma < \beta$
b) Extrapolativo (Goodwin)	$(1-\rho)p_t - 1 + \rho p_t - 2$ $(-1 < \rho < 1)$	$-\frac{\gamma}{\beta} p_t^e$	$\frac{\gamma}{\beta} < \frac{1}{1-2\rho}, \rho \leq \frac{1}{3}$ $\frac{1}{\rho}, \rho \geq \frac{1}{3}$
c) Adaptativo (Nerlove)	$\eta \sum_{j=1}^{\infty} (1-\eta)^{j-1} p_{t-j}$ $(0 < \eta < 1)$	$-\frac{\gamma}{\beta} p_t^e$	$\frac{\gamma}{\beta} < \frac{2}{\eta} - 1$
d) Racional	0	0	$\beta + \gamma \neq 0$
e) Racional (con Especulación)	$\lambda_1 p_t - 1$ $(0 < \lambda_1 < 1)$	$\lambda_1 p_t - 1$	$\lambda_1 > 0$ $\beta + \gamma > 0$

NOTA: Las perturbaciones se distribuyen normal e independientemente con una varianza constante.

El límite probabilístico de la estimación de Mínimos cuadrados de b en (5.6) estaría dado por:

$$(5.8) \quad \text{Plim } b = (\text{Var } p^e) / (\text{Var } p) < 1$$

CICLOS

La evidencia del modelo de la telaraña descansa en las fluctuaciones casi-periódicas de los precios de un número de bienes. El ciclo en los porcinos es quizá el más conocido, pero el ganado vacuno y las papas algunas veces han sido citados como otros que también obedecen al "teorema". La gráfica de la cantidad contra el precio corriente y rezagado también tiene la apariencia

que da al ciclo de la telaraña su nombre.

Un sistema dinámico forzado por impactos aleatorios responde típicamente, no obstante, con ciclos que tienen un período bastante estable. Esto es cierto aunque las raíces características sean o no del tipo oscilatorio. Slutsky [30] y Yule [34] por primera vez mostraron que los procesos de media móvil pueden conducir a ciclos muy regulares. Una comparación de períodos de ciclos empíricos con las propiedades de la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales o en diferencia puede, por consiguiente, ser engañosos siempre que estén presentes impactos aleatorios. (Haavelmo [15]).

CUADRO 5.2

PROPIEDADES CICLICAS DEL MODELO DE LA TELARAÑA			
	Correlación serial de Precios	Intervalos medios entre sucesivos cruces,	Intervalos medios entre sucesivos picos y valles,
A) Clásico	$r_1 = -\frac{\gamma}{\beta} < 0$		
B) Extrapolativo	$r_1 = -\frac{\gamma (1 - \rho)}{\beta + \gamma \rho} < 0$	$2 \leq L \leq 4$	$2 \leq L' \leq 3$
C) Adaptativo	$\frac{-\eta \gamma}{\beta} \leq r_1 \leq 0$		
D) Racional	$r_1 = 0$	$L = 4$	$L' = 3$
E) Racional con acumulación	$r_1 = \lambda_1 > 0$	$L > 4$	$3 \leq L' \leq 4$

NOTA: Las perturbaciones se suponen normal e independientemente distribuídas con una varianza constante. β y γ se suponen positivas.

La amplitud del ciclo bajo varias hipótesis depende de como medimos el período del ciclo empírico. Dos posibilidades son: el intervalo entre "cruzamientos" sucesivos de las series de tiempo (esto es, cruzamiento de la línea de tendencia desde abajo) y el intervalo medio entre valles o crestas sucesivos. Ambos están en el cuadro 5.2, el cual resume la correlación serial de los precios y amplitudes medias de los ciclos para las diferentes hipótesis.¹²

El hecho que el ciclo observado de los porcinos fuera demasiado largo para el teorema de la telaraña fue observado por primera vez en 1913 por Coase y Fowler [8, 9]. La gráfica de

precios del ganado vacuno presentada por Ezekiel [11] como evidencia del teorema de la telaraña implica un período de producción extraordinariamente largo (de 5 a siete años). El intervalo entre crestas sucesivas para otros bienes tienden a ser más largos de tres períodos de producción. Las comparaciones de las amplitudes de los ciclos deberían interpretarse cuidadosamente porque no permiten la correlación serial positiva de las perturbaciones exógenas. Sin embargo, no debería interpretarse que apoyan al teorema de la telaraña. ■

Carnegie Institute of Technology.

¹² Véase Kendall [21, capítulos 29 y 30, especialmente pp. 381 y ss1] para las principales fórmulas.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Akerman, G.: "The Cobweb Theorem; A reconsideration", *Quarterly Journal of Economics*, 71: 151-160 (February, 1957).
- [2] Allen, H. V.: "A Theorem Concerning The Linearity of Regressions", *Statistical Research Memoirs*, 2: 60-68 (1938).
- [3] Arrow, K. J., and L. Hurwicz: "On the Stability of Competitive Equilibrium I", *Econometrica*, 26: 522-552 (October, 1958).
- [4] Arrow, K. J., H. D. Block, and L. Hurwicz: "On the Stability of Competitive Equilibrium II", *Econometrica*, 27: 82-109 (January, 1959).
- [5] Baumol, W. J.: "Speculation, Profitability, and Stability", *Review of Economics and Statistics*, 39: 263-271 (August, 1957).
- [6] Bossons, J. D., and F. Modigliani: "The Regressiveness of Short Run Business Expectations as Reported to Surveys-An Explanation and Its Implications", Unpublished, no date.
- [7] Buchana, N. S.: "A Reconsideration of the Cobweb Theorem", *Journal of Political Economy*, 47: 67-81 (February, 1939).
- [8] Coase, R. H., and R. F. Fowler: "The Pig-Cycle in Great Britain: An Explanation", *Económica*, 4 (NS): 55-82 (1937).
- [9] ———: "Bacon Production and the Pig-Cycle in Great Britain". *Económica*, 2 (NS): 143-167 (1935). Also "Reply" by R. Cohen and J. D. Barker, pp. 408-422, and "Rejoinder" by Coase and Fowler, pp. 423-428 (1935).
- [10] Dean, G. W., and E. O. Heady: "Changes in Supply Response and Elasticity For Hogs", *Journal of Farm Economics*, 40: 845-860 (November 1958).
- [11] Ezekiel, M.: "The Cobweb Theorem",

- Quarterly Journal of Economics, 52: 255-280 (February, 1938). Reprinted in Readings in Business Cycle Theory.
- [12] Ferguson, T.: "On the Existence of Linear Regression in Linear Structural Relations", University of California Publications in Statistics, Vol. 2, No. 7.
- [13] Goodwin, R. M.: "Dynamical Coupling With Especial Reference to Markets Having Production Lags", *Econometrica*, 15: 181-204, (1947).
- [14] Grunberg, E., and F. Modigliani: "The Predictability of Social Events", *Journal of Political Economy*, 62: 465-478, (December, 1954).
- [15] Haavelmo, T.: "The Inadequacy of Testing Dynamic Theory by Comparing Theoretical Solutions and Observed Cycles", *Econometrica*, 8:312-321 (1940).
- [16] Heady, E. O., and D. R. Kaldor: "Expectations and Errors in Forecasting Agricultural Prices", *Journal of Political Economy*, 62: 34-47 (February, 1954).
- [17] Holt, C. C., F. Modigliani, J. F. Muth, and H.A. Simon: "Planning Production, Inventories, and Work Force" (Prentice Hall, 1960).
- [18] Hooton, F. G.: "Risk and the Cobweb Theorem", *Economic Journal*, 60: 69-80 (1950).
- [19] Jesness, O. B.: "Changes in the Agricultural Adjustment Program in the Past 25 Years", *Journal of Farm Economics*, 40: 255-264 (May, 1958).
- [20] Kaldor, N.: "Speculation and Economic Stability", *Rev. Economic Studies*, 7: 1-27 (1939-1940).
- [21] Kendall, M. G.: *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. II (Hafner, 1951).
- [22] ———: "The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Price", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 116: 11-34 (1953).
- [23] Modigliani, F., and H. M. Weingartner: "Forecasting Uses of Anticipatory Data on Investment and Sales", *Quarterly Journal of Economics*, 72: 23-54 (February, 1958).
- [24] Muth, J. F.: "Optimal Properties of Exponentially Weighted Forecasts", *Journal of the American Statistical Association*, 55: 299-306 (June, 1960).
- [25] Nerlove, M.: "Adaptive Expectations and Cobweb Phenomena", *Quarterly Journal of Economics*, 73: 227-240 (May, 1958).
- [26] ———: "The Dynamics of Supply: Estimation of Farmers' Response to Price (John Hopkins Press, 1958).
- [27] Schultz, H.: *The Theory and Measure-*

ment of Demand (University of Chicago Press, 1958).

Review of Economics and Statistics, 61: 295-301 (August, 1959).

[28] Simon, H.A.: "Dynamic Programming Under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function", *Econometrica*, 24: 74-81 (1956).

[32] Theil, H.: "A Note on Certainty Equivalence in Dynamic Planning". *Econometrica*, 25: 346-349 (April 1957).

[29] ———: "Theories of Decision-Making in Economics", *American Economic Review*, 49:223-283 (June, 1959).

[33] ———: *Economic Forecasts and Policy* (North-Holland, 1958).

[30] Slutsky, E.: "The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes". *Econometrica*, 5: 105-146 (April, 1937).

[34] Yule, G. U.: "On a Method of Investigation Periodicity in Disturbed Series", *Transactions of the Royal Society. London, A*, 226: 267-298 (1927).

[31] Telser, L. G.: "A Theory of Speculation Relating Profitability and Stability",