

Una ilustración en el modelo MF estocástico de Mark (2000): simulación y estimación del efecto desbordamiento

An illustration in Mark's Stochastic MF model (2000): simulation and estimation of the overflow effect

(Dictaminado: 24/11/2019; aceptado: 04/mayo/2020)

Eddy Lizarazu Alanez*

RESUMEN

Al iterar expectativas, se comprueba que la solución de expectativas racionales reportada por Mark (2000) es única para el modelo Mundell-Fleming (MF) estocástico. Además, con datos simulados y el *software R*, se estima el efecto desbordamiento de Dornbusch (1976) en el modelo MF estocástico. En particular, el ejercicio sugiere utilizar algunas variantes de la estimación VAR debido a la colinealidad en los procesos raíz unitaria exógenos.

Palabras clave: Modelo Mundell-Fleming; función impulso-respuesta; simulación numérica; efecto desbordamiento; estimación VAR.

Clasificación JEL: C32; F31; F41

ABSTRACT

By iterating the expectations, we verify that the solution of rational expectations reported by Mark (2000) is unique for the stochastic Mundell-Fleming (MF) model. In addition, with simulated data and R software, we estimate the overshooting's Dornbusch (1976) on the stochastic MF model. In particular, the exercise suggests using some variants of the VAR estimate due to collinearity in exogenous unit root processes.

Keywords: Impulse-response function; Mundell-Fleming model; numerical simulation; overshooting; VAR estimation.

JEL Classification: C32; F31; F41

* Profesor e investigador, Departamento de Economía, Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa. México. Correo electrónico: lae@xanum.uam.mx

INTRODUCCIÓN

Uno de los paradigmas dominantes en el análisis de economía abierta es el marco teórico desarrollado por Mundell (1963, 1964) y Fleming (1962). La vigencia de este dispositivo trasciende en la versión dinámica del modelo Mundell-Fleming (MF) de previsión perfecta con el que Dornbusch (1976) develó el denominado ‘efecto desbordamiento’¹. Empero, como sostiene Rogoff (2002), la sobre-reacción en el tipo de cambio no es fácil de probar empíricamente, debido a que es necesario lidiar con ciertos problemas prácticos, por ejemplo, la endogeneidad de la oferta monetaria o la naturaleza de los procesos estocásticos. Además, teóricamente aún si el carácter del dinero es exógeno, no se garantiza el ‘efecto desbordamiento’, sobre todo, si el producto real responde a la demanda agregada. Por esta razón, una preocupación justa es si esta problemática prevalece también en un entorno estocástico.

Una respuesta fundamentada a este problema es posible en términos del modelo MF de expectativas racionales de Mark (2000).² La solución provista por Mark es obtenida por coeficientes indeterminados. Sin embargo, dicho método descansa en una ‘conjetura de solución’ que no es única, de modo que cabe la posibilidad de más de una solución. Por tanto, en el presente artículo, uno de los objetivos es analizar la cuestión de unicidad a través del método de expectativas iteradas. En el contexto de precios rígidos, los cálculos algebraicos permiten corroborar que la solución reportada por Mark (2000) es única, de modo que el ‘efecto desbordamiento’ en el modelo MF estocástico es causado no sólo por una expansión monetaria, sino también por disturbios de demanda u oferta agregada.

Por otro lado, como Mark (2000) erige determinados procesos estocásticos para caracterizar a las variables exógenas en un modelo MF, entonces tenemos un escenario propicio para realizar un ejercicio de simulación numérica para probar estadísticamente la existencia del ‘efecto desbordamiento’. De esta manera, otro de los objetivos de este artículo, es probar empíricamente ‘efecto desbordamiento’ en el modelo MF estocástico de Mark (2000). Este ejercicio es pertinente porque muchos estudios usan las funciones impulso-respuesta de los vectores autorregresivos (VAR) para el análisis empírico. Es cierto que pudiera parecer intrascendente proceder de esta manera, pero el beneficio es el adiestramiento y la perspectiva de la teoría y la práctica porque no estamos ajenos a las dificultades escabrosas en la aplicación de las pruebas estadísticas.

¹ Existen diversas exposiciones del ‘efecto desbordamiento’ en el ámbito determinista, por ejemplo, Argandoña, *et.al* (1996), Copeland (2005), Obstfeld-Rogoff (1996), Romer (2006).

² En su formulación estocástica del modelo MF, Mark (2000) refiere a Obstfeld, *et.al* (1985), pero éste es sólo un antecedente. El aporte de Mark (2000) es original porque obtiene una solución de expectativas racionales para determinados procesos estocásticos raíz unitaria de las variables exógenas.

El presente artículo está organizado en cuatro secciones. En la primera y segunda sección se resuelve analíticamente el modelo MF estocástico de precios flexibles y rígidos a través del método de expectativas iteradas. En la tercera sección, se generan datos de los procesos estocásticos exógenos para entonces calcular los valores de otras variables del modelo MF estocástico. La cuarta sección está ceñida a la metodología VAR. Con la ayuda de rutinas disponibles en el *software R*, se realizaron pruebas de raíz unitaria para diferentes series seleccionadas. Además, se comprobó la presencia de cointegración para estimar un modelo VAR de dos rezagos. Las pruebas de diagnóstico para los residuos del modelo VAR permiten asumir la postura de una estimación del ‘efecto desbordamiento’, a sabiendas de su existencia subyacente. Por último, se presentan las conclusiones, así como indicios para una posible investigación futura a partir de los resultados obtenidos.

I. UN MODELO MF ESTOCÁSTICO DE PRECIOS FLEXIBLES

El modelo MF estocástico es una representación de una economía pequeña y abierta.³ La economía MF enfrenta una tasa de interés mundial i_t^* y precios internacionales p_t^* . Con mercados y movilidad perfecta de capitales, la paridad descubierta de tasas de interés es válida en todos los períodos de tiempo $t \geq 1$. Además, los agentes del modelo MF estocástico tienen expectativas racionales en las principales variables agregadas.

El modelo MF estocástico de precios flexibles se caracteriza por una especie de ‘virgulilla’ sobre sus variables, tal como se ilustra a continuación:

$$\bar{q}_t \equiv \bar{s}_t + p_t^* - \bar{p}_t \quad (1)$$

$$\bar{y}_t = \delta \bar{q}_t - \sigma [\bar{l}_t - E_t(\bar{p}_{t+1} - \bar{p}_t)] + d_t, \quad \delta \in (0,1), \sigma > 0 \quad (2)$$

$$\bar{l}_t - i_t^* = E_t(\bar{s}_{t+1} - \bar{s}_t) \quad (3)$$

$$m_t - \bar{p}_t = \bar{y}_t - \ell \bar{l}_t, \quad \ell > 0 \quad (4)$$

$$E_t \bar{p}_{t+1} = E(\bar{p}_{t+1} | \Omega_t) \quad (5)$$

$$E_t \bar{s}_{t+1} = E(\bar{s}_{t+1} | \Omega_t) \quad (6)$$

La ecuación (1) es una generalización de la teoría de poder adquisitivo absoluta (PPA). El tipo de cambio real \bar{q}_t se mide por el tipo de cambio nominal de las monedas \bar{s}_t , incluido el precio de los bienes extranjeros p_t^* y el precio de los bienes nacionales \bar{p}_t .⁴ Por supuesto, no interesa si en la economía extranjera p_t^* es rígido o flexible ya que es exógeno.

³ Las variables del modelo se miden en logaritmos naturales, aunque la excepción es la tasa de interés nacional e internacional.

⁴ En aras de la simplificación se asumirá que el precio de los bienes extranjeros es igual a cero. Esto se justifica en el hecho de que p_t^* es una variable exógena. La proposición principal de la teoría de la paridad de poder de compra es $\bar{q}_t = 0$.

La ecuación (2) es una condición de equilibrio entre la renta y el gasto agregado. Siguiendo a Mark (2000), el producto natural \bar{y}_t es un proceso raíz unitaria $\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + z_t$, donde $z_t \sim N(0, \sigma_z^2)$. Por otro lado, el gasto agregado depende de manera positiva del tipo de cambio real, donde δ es una elasticidad, pero además el gasto agregado es una función negativa de la tasa de interés real esperada, donde σ es una sensibilidad del gasto agregado. La tasa de interés real esperada es la diferencia entre la tasa de interés nominal \bar{i}_t y la tasa de inflación esperada, medida por las expectativas de inflación $E_t(\bar{p}_{t+1} - \bar{p}_t)$, donde $E_t(\cdot)$ es el operador de expectativas, \bar{p}_{t+1} y \bar{p}_t son los precios en $t + 1$ y t , respectivamente. Adicionalmente el gasto agregado está sujeto a un shock raíz unitaria asociado a una media móvil, $d_t = d_{t-1} + e_t - \gamma e_{t-1}$, donde $e_t \sim N(0, \sigma_e^2)$.

La ecuación (3) es la paridad descubierta de tasas de interés. La perfecta movilidad de capitales asegura la igualación de rendimientos de los activos nacionales y extranjeros. El rendimiento de los activos nacionales es \bar{i}_t , el rendimiento de los activos extranjeros es i_t^* . Dado las distintas unidades de las monedas, el término $E_t(\bar{s}_{t+1} - \bar{s}_t)$ mide el cambio esperado en el valor de las monedas necesario en el cálculo de las rentabilidades, donde \bar{s}_{t+1} y \bar{s}_t es el tipo de cambio nominal de la moneda extranjera medido en términos de la moneda nacional en los períodos $t + 1$ y t , respectivamente.

La ecuación (4) es la condición de equilibrio en el mercado de dinero. La oferta de saldos reales $m_t - \bar{p}_t$ es igual a la demanda de saldos reales. La demanda de saldos reales es una función positiva de la renta nacional \bar{y}_t , aunque también depende de forma negativa de la tasa de interés doméstica \bar{i}_t . Por otro lado, la oferta también es un proceso raíz unitaria, $m_t = m_{t-1} + v_t$, donde, $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$.

Las ecuaciones (4) y (5) son las definiciones de las expectativas racionales para el nivel de precios nacional y el tipo de cambio nominal en el sentido fuerte de su definición (Snowdon-Vane, 2005), donde Ω_t es el conjunto de información de los agentes económicos.

La reflexión de este modelo inicia con el cuadro 1, donde se presenta la clasificación de las variables endógenas y exógenas de esta economía de precios flexibles. Obsérvese que se cuida que haya tantas variables como ecuaciones, donde $E_t \bar{p}_{t+1}$ y $E_t \bar{s}_{t+1}$ son las expectativas de \bar{p}_{t+1} y \bar{s}_{t+1} , respectivamente.

Cuadro 1
Clasificación de variables

Endógenas:	$\bar{l}_t, \bar{p}_t, \bar{q}_t, \bar{s}_t, E_t \bar{p}_{t+1}, E_t \bar{s}_{t+1}$
Exógenas:	$d_t(e_t), i_t^*, m_t(v_t), p_t^*, \bar{y}_t(z_t)$
Parámetros:	δ, σ, ℓ

Fuente: Elaboración propia

La primera acción de manipulación algebraica es insertar (3) en la ecuación (2) y agrupar los términos \bar{q}_t y $E_t \bar{q}_{t+1}$. El cálculo se facilita gracias a la definición (1).

$$\bar{q}_t = a E_t q_{t+1} + b(\bar{y}_t - d_t) \quad (6)$$

donde, a, b son coeficientes parametrizados:

$$a \equiv \frac{\sigma}{\delta + \sigma} \in (0,1), \quad b \equiv \frac{1}{\delta + \sigma} > 0$$

Como d_t e \bar{y}_t son conocidos, se itera hacia adelante para encontrar la siguiente sumatoria:

$$\bar{q}_t = b \sum_{k=1}^{\infty} a^k E_t (\bar{y}_{t+k} - d_{t+k}) \quad (7)$$

Ahora, por iteración hacia atrás se observa que $E_t \bar{y}_{t+k} = \bar{y}_t$ y $E_t d_{t+k} = d_t - \gamma e_t$.⁵ Estas dos últimas propiedades implican entonces:

$$\bar{q}_t = b(\bar{y}_t - d_t) \sum_{k=1}^{\infty} a^k + a b \gamma e_t \sum_{k=1}^{\infty} a^k \quad (8)$$

Como $\sum a^k$ es una progresión convergente porque $a \in (0,1)$, entonces se alcanza la ‘primera ecuación reducida’:⁶

$$\bar{q}_t = \frac{\bar{y}_t - d_t}{\delta} + \frac{\gamma}{\delta} \left(\frac{\sigma}{\delta + \sigma} \right) e_t \quad (9)$$

Esta ecuación muestra que una depreciación real (un incremento en \bar{q}_t) se explica por incrementos del producto natural \bar{y}_t , mientras que una apreciación real (un decremento en \bar{q}_t) es consecuencia de un choque positivo de la demanda agregada d_t , pero amortiguado por su inercia e_t , con tal que $\frac{1}{\delta} > \frac{\gamma}{\delta} \left(\frac{\sigma}{\delta + \sigma} \right)$.

⁵ En vista de que \bar{y}_t y d_t son procesos estocásticos no estacionarios se consideran algunos resultados conocidos, por ejemplo, como $\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + z_t$, entonces $\bar{y}_t = \bar{y}_0 + \sum_{i=1}^t z_i$, lo que implica el cumplimiento de la siguiente ecuación: $\bar{y}_{t+s} = \bar{y}_t + \sum_{i=1}^s z_{t+i}$.

⁶ Las ‘ecuaciones reducidas’ constituyen una solución ya que en éstas aparece una variable endógena, acompañado de un conjunto de variables exógenas, además de parámetros.

Con el propósito de calcular el precio de equilibrio, ahora se considera la ecuación monetaria junto a la paridad descubierta de tasas de intereses. Es decir, al sustituir (3) en (4) se obtiene:

$$\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \ell E_t(\bar{s}_{t+1} - \bar{s}_t) \quad (10)$$

Al sumar $\ell \bar{p}_t$ en ambos lados (10) y después de restar y sumar $\ell E_t \bar{p}_{t+1}$ se obtiene:

$$(1 + \ell)\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \ell E_t[(\bar{s}_{t+1} - \bar{p}_{t+1}) - (\bar{s}_{t+1} - \bar{p}_{t+1})] + \ell E_t \bar{p}_{t+1} \quad (11)$$

La expresión anterior se simplifica al considerar la definición del tipo de cambio real implicada por la ecuación (1).

$$(1 + \ell)\bar{p}_t = \ell E_t \bar{p}_{t+1} + m_t - \bar{y}_t + \ell E_t(\bar{q}_{t+1} - \bar{q}_t) \quad (12)$$

Considerando la ecuación (9), el último término de la parte derecha de la ecuación anterior es igual a:

$$E_t(\bar{q}_{t+1} - \bar{q}_t) = \frac{\gamma}{\delta + \sigma} e_t \quad (13)$$

Si se toma en cuenta la ecuación (13) en (12) se simplifica la ecuación involucrada.

$$\bar{p}_t = a E_t \bar{p}_{t+1} + b(m_t - \bar{y}_t) + c e_t \quad (14)$$

donde,

$$a \equiv \frac{\ell}{1 + \ell} \in (0,1), \quad b \equiv \frac{1}{1 + \ell} > 0, \quad c \equiv \frac{\ell}{1 + \ell} \left(\frac{\gamma}{\delta + \sigma} \right)$$

Ahora bien, por iteraciones hacia adelante se arriba a la siguiente expresión:

$$\bar{p}_t = b \sum_{k=1}^{\infty} a^k E_t(m_{t+k} - \bar{y}_{t+k}) + c e_t \quad (15)$$

De manera semejante, a través de iteraciones se consigue $E_t m_{t+k} = m_t$ y $E_t \bar{y}_{t+k} = \bar{y}_t$. Como estos términos no incluyen al índice k , entonces se puede separar del operador sumatoria para deducir:

$$\bar{p}_t = b(m_t - \bar{y}_t) \sum_{k=1}^{\infty} a^k + c e_t \quad (16)$$

La sumatoria es una progresión geométrica convergente, por lo que se obtiene la ‘segunda ecuación reducida’.

$$\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \frac{\ell}{1 + \ell} \left(\frac{\gamma}{\delta + \sigma} \right) e_t \quad (17)$$

La ecuación (17) nos dice que el precio de equilibrio depende positivamente de la oferta monetaria y de la inercia del gasto agregado, aunque, por otro lado, el nivel de precios depende negativamente del producto natural.

La ‘tercera ecuación reducida’ concierne al tipo de cambio nominal de equilibrio. La solución se obtiene de sumar las ecuaciones (9) y (17), esto es el tipo de cambio real y el nivel de precios de equilibrio.

$$\bar{s}_t = m_t - \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)\bar{y}_t - \frac{1}{\delta}d_t + \left(\frac{\gamma}{\delta+\sigma}\right)\left(\frac{\sigma}{\delta} + \frac{\ell}{1+\ell}\right)e_t \quad (18)$$

Los cálculos prosiguen adelantando un período de tiempo la ecuación (18).

$$\bar{s}_{t+1} = m_{t+1} - \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)\bar{y}_{t+1} - \frac{1}{\delta}d_{t+1} + \left(\frac{\gamma}{\delta+\sigma}\right)\left(\frac{\sigma}{\delta} + \frac{\ell}{1+\ell}\right)e_{t+1} \quad (19)$$

Se restan entre sí las ecuaciones (18) y (19) y después se simplifica, pero recordando que se tienen procesos estocásticos raíz unitaria.

$$\begin{aligned} \bar{s}_{t+1} - \bar{s}_t &= m_{t+1} - m_t - \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)(\bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t) - \frac{1}{\delta}(d_{t+1} - d_t) \\ &\quad + \left(\frac{\gamma}{\delta+\sigma}\right)\left(\frac{\sigma}{\delta} + \frac{\ell}{1+\ell}\right)(e_{t+1} - e_t) \end{aligned} \quad (20)$$

La simplificación conduce a la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \bar{s}_{t+1} - \bar{s}_t &= v_{t+1} - \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)z_{t+1} - \frac{1}{\delta}(e_{t+1} - \gamma e_t) \\ &\quad + \left(\frac{\gamma}{\delta+\sigma}\right)\left(\frac{\sigma}{\delta} + \frac{\ell}{1+\ell}\right)(e_{t+1} - e_t) \end{aligned} \quad (21)$$

Por último, en el supuesto $i_t^* = 0$, es fácil ver que la paridad descubierta de tasas de interés es $\bar{i}_t = E_t(\bar{s}_{t+1} - \bar{s}_t)$. Ahora bien, este resultado es crucial en el cálculo de la esperanza matemática de la ecuación (21).

$$\begin{aligned} \bar{i}_t &= E_t(\bar{s}_{t+1} - \bar{s}_t) \\ &= E_t v_{t+1} - \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)E_t z_{t+1} - \frac{1}{\delta}(E_t e_{t+1} - \gamma E_t e_t) \\ &\quad + \left(\frac{\gamma}{\delta+\sigma}\right)\left(\frac{\sigma}{\delta} + \frac{\ell}{1+\ell}\right)(E_t e_{t+1} - E_t e_t) \\ &= \left[\frac{\gamma}{\delta} - \left(\frac{\gamma}{\delta+\sigma}\right)\left(\frac{\sigma}{\delta} + \frac{\ell}{1+\ell}\right)\right]e_t \end{aligned} \quad (22)$$

Esa última ecuación es la ‘cuarta ecuación reducida’ y muestra que la tasa de interés nominal \bar{i}_t de equilibrio es un proceso ruido blanco si el nivel de precios es flexible.

En síntesis, las ecuaciones (9), (17), (18) y (22) constituyen la solución de expectativas racionales de la economía MF estocástica de precios flexibles.

II. EL MODELO MF ESTOCÁSTICO DE PRECIOS RÍGIDOS

La formalización más popular de la rigidez de precios es quizás la idea de precios escalonados ‘a la Calvo’. Mark (2000) no discute esta cuestión, pero en este documento existe preocupación por la congruencia del modelo. En tal sentido, se asume que el nivel de precios es una media ponderada de los precios flexibles y de las

expectativas predeterminadas de los precios flexibles. De esta manera, si la rigidez de precios prevalece al menos un período de tiempo, se puede aceptar la existencia de una curva de Phillips.

La producción real en el modelo MF estocástico de precios rígidos no es exógeno. Se mostrará más adelante que el producto real gravita alrededor de su tasa natural. Es conveniente que todas las variables endógenas se midan en desviaciones de su valor de equilibrio denotado por la situación de precios flexibles.

El modelo MF estocástico de precios rígidos consta de siete ecuaciones estructurales. Algunas de estas ecuaciones son formuladas por primera vez, pero otras son conocidas, aunque ahora la mayoría de las variables corresponden a la situación de precios rígidos.

$$y_t = \delta q_t - \sigma [i_t - E_t(p_{t+1} - p_t)] + d_t, \quad \delta \in (0,1), \sigma > 0 \quad (23)$$

$$i_t - i_t^* = E_t(s_{t+1} - s_t) \quad (24)$$

$$m_t - p_t = y_t - \ell i_t, \quad \ell > 0 \quad (25)$$

$$p_t = E_{t-1} \bar{p}_t + \theta (\bar{p}_t - E_{t-1} \bar{p}_t), \quad \theta \in (0,1) \quad (26)$$

$$\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \alpha e_t, \quad \alpha > 0 \quad (27)$$

$$p_t - p_{t-1} = E_{t-1} (\bar{p}_t - \bar{p}_{t-1}) + \frac{\theta}{1-\theta} (y_t - \bar{y}_t), \quad \theta \in (0,1) \quad (28)$$

$$E_t \bar{p}_{t+1} = E(\bar{p}_{t+1} | \Omega_t) \quad (29)$$

$$E_t p_{t+1} = E(p_{t+1} | \Omega_t) \quad (30)$$

$$E_t s_{t+1} = E(s_{t+1} | \Omega_t) \quad (31)$$

Debe recordarse que la ‘virgulilla’ en algunas variables es para denotar el caso de precios flexibles.

La ecuación (23) representa la condición de equilibrio entre la renta y el gasto agregado. El gasto agregado se relaciona de manera positiva con el tipo de cambio real corriente q_t a través de δ , el cual es una elasticidad al tipo de cambio real. Además, el componente de gasto agregado depende de forma negativa de la tasa de interés real esperada $i_t - E_t(p_{t+1} - p_t)$, donde el parámetro σ mide la sensibilidad de la demanda agregada a la tasa de interés real esperada. El gasto agregado está sujeto a los choques de demanda agregada, d_t , el cual es un proceso raíz unitaria con un término de error de media móvil, $d_t = d_{t-1} + e_t - \gamma e_{t-1}$, donde $e_t \sim N(0, \sigma_e^2)$.

La ecuación (24) representa la paridad descubierta de tasas de interés. Esta ecuación implica la perfecta movilidad de capitales y sustitución perfecta de capitales. El rendimiento de los activos domésticos i_t es igual al rendimiento de los activos extranjeros, ajustado por el riesgo en la variación en el tipo de cambio nominal, $i_t^* + E_t(s_{t+1} - s_t)$.

La ecuación (25) es la condición de equilibrio en los mercados de activos nacionales, aunque éste se manifieste a través de la oferta y la demanda de saldos reales.

Por otra parte, se asume que el nivel de precio p_t es un promedio ponderado del precio flexible instantáneo \bar{p}_t y el precio esperado en el período anterior $E_{t-1}\bar{p}_t$, donde el factor de ponderación está determinado por θ . De acuerdo con (26), si $\theta = 1$, entonces $p_t = \bar{p}_t$, lo que implica que el nivel de precios es flexible. En cambio, si $\theta = 0$, entonces $p_t = E_{t-1}\bar{p}_t$, por lo que el nivel de precios es rígido e igual a la expectativa de precios flexibles formada un período previo. En consecuencia, la rigidez de precios se mide por el conjunto de valores $\theta \in (0,1)$. Esto implica que el nivel de precios prácticamente está fijo en la cuantía: $\bar{p}_t - E_{t-1}\bar{p}_t$.

La ecuación (27) es el nivel de precios de equilibrio que corresponde al modelo MF estocástico de precios flexibles —ecuación (17) de la sección anterior— La ecuación (28) es la curva de Phillips con expectativas aumentadas. Además de la tasa de inflación esperada, esta ecuación muestra que existe una relación positiva entre la brecha de producción y la tasa de inflación. En el lado derecho de esta ecuación, el primer término es la tasa de inflación esperada, mientras que el segundo término es la brecha de producción, donde θ mide el grado de rigidez de precios. La conclusión es similar a la ecuación (27). Esto es, si $\theta \rightarrow 1$, entonces el nivel de precios es flexible y la economía opera de manera permanente en su tasa natural de producción. Empero, si $\theta \rightarrow 0$, el nivel de precios es fijo en algún valor predeterminado, sin que ello implique que la producción real sea igual a su tasa natural.

Las ecuaciones (29), (30) y (31) son las definiciones de la hipótesis de expectativas racionales para el nivel de precios (precios flexibles y rígidos) y el tipo de cambio nominal. Estas ecuaciones implican el sentido fuerte de las expectativas racionales, de manera que la expectativa subjetiva coincide con la esperanza condicional, donde Ω_t es el conjunto de información.

Otra vez, dado las ecuaciones estructurales, es necesario deducir las ‘ecuaciones de la forma reducida’ una para cada variable endógena. El cuadro 2 lista la clasificación de variables endógenas y exógenas.

Cuadro 2
Clasificación de variables

Endógenas:	$i_t, p_t, \bar{p}_t, q_t, s_t, y_t, E_t p_{t+1}, E_t \bar{p}_{t+1},$
Endógenas rezagadas:	$p_{t-1}, E_{t-1} p_t$
Exógenas:	$d_t(e_t), i_t^* = 0, m_t(v_t), \bar{p}_t, \bar{q}_t, \bar{y}_t(z_t)$
Exógenas rezagadas:	\bar{p}_{t-1}
Parámetros:	$\delta, \sigma, \ell, \theta$

Fuente: Elaboración propia

El nivel de precios es flexible si $\theta = 1$, de modo que $p_t = \bar{p}_t$. En este caso, el nivel de precio es explicado por el modelo MF estocástico de precios flexible, es decir, $\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \alpha e_t$. En este caso, es conveniente considerar el siguiente cálculo de expectativas:

$$E_{t-1}\bar{p}_t = m_{t-1} - \bar{y}_{t-1} \quad (32)$$

Dado que $m_t - m_{t-1} = v_t$ e $\bar{y}_t - \bar{y}_{t-1} = z_t$, entonces se calcula la siguiente diferencia:

$$\bar{p}_t - E_{t-1}\bar{p}_t = v_t - z_t + \frac{\ell}{1 + \ell} \left(\frac{\gamma}{\delta + \sigma} \right) e_t \quad (33)$$

Sustituyendo (32) y (33) en la ecuación de precios (26) y se obtiene:

$$p_t = m_{t-1} - \bar{y}_{t-1} + \theta(v_t - z_t + \alpha e_t) \quad (34)$$

En esta última ecuación, se suma y resta, el término $(v_t - z_t + \alpha e_t)$. Como $m_t = m_{t-1} + v_t$, $\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + z_t$, $\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \alpha e_t$, entonces:

$$\begin{aligned} p_t &= m_{t-1} + v_t - \bar{y}_{t-1} - z_t + \alpha e_t - (1 - \theta)(v_t - z_t + \alpha e_t) \\ &= \bar{p}_t - (1 - \theta)(v_t - z_t + \alpha e_t) \end{aligned} \quad (35)$$

Si \bar{p}_t es conocido, la ecuación anterior es la solución para el nivel de precios rígidos, ya que depende únicamente de variables exógenas.

Se adelanta un período la ecuación (35), y enseguida se calcula el valor esperado de la diferencia de precios en los períodos $t + 1$ y t .

$$\begin{aligned} E_t(p_{t+1} - p_t) &= E_t(\bar{p}_{t+1} - \bar{p}_t) + (1 - \theta)(v_t - z_t + \alpha e_t) \\ &= -\alpha e_t + (1 - \theta)(v_t - z_t + \alpha e_t) \end{aligned} \quad (36)$$

Por otro lado, se sustituye (24) en (23) y (25) y después se agrupan algunos términos. De esta manera, la ecuación de gasto de bienes se reduce a la siguiente expresión:

$$y_t = \delta q_t - \sigma E_t(q_{t+1} - q_t) + d_t \quad (37)$$

Por su parte, la ecuación monetaria se convierte en:

$$m_t - p_t = y_t - \ell E_t(q_{t+1} - q_t) - \ell E_t(p_{t+1} - p_t) \quad (38)$$

En este punto se sustituye (35), (36) y (37) en la ecuación (38) para obtener:

$$\begin{aligned} m_t - \bar{p}_t + \alpha e_t - d_t + (1 + \ell)(1 - \theta)(v_t - z_t) - \theta(1 + \ell)\alpha e_t \\ = (\delta + \sigma + \ell)q_t - (\sigma + \ell)E_t q_{t+1} \end{aligned} \quad (39)$$

Se simplifican algunos términos a sabidas de que se cumple $\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \alpha e_t$. Por último, se despeja al tipo de cambio real para obtener la siguiente expresión:

$$q_t = a E_t q_{t+1} + b(\bar{y}_t - d_t) + c(v_t - z_t) - d e_t \quad (40)$$

donde,

$$\begin{aligned} a &\equiv \frac{\sigma + \ell}{\delta + \sigma + \ell} \in (0,1), & b &\equiv \frac{1}{\delta + \sigma + \ell} > 0 \\ c &\equiv \frac{(1 + \ell)(1 - \theta)}{\delta + \sigma + \ell} > 0, & d &\equiv \frac{\theta(1 + \ell)\alpha}{\delta + \sigma + \ell} > 0 \end{aligned}$$

Al iterar hacia adelante, y además de cancelar algunos términos, se obtiene:

$$q_t = b(\bar{y}_t - d_t) \sum_{k=0}^{\infty} a^k + c(v_t - z_t) - de_t \quad (41)$$

Como la suma geométrica implicada es convergente, entonces se tiene:

$$q_t = \bar{q}_t + \frac{(1-\theta)(1+\ell)}{\delta + \sigma + \ell} (v_t - z_t + \alpha e_t) \quad (42)$$

Por otro lado, el tipo de cambio nominal de equilibrio es calculado al sumar las ecuaciones (35) y (42), lo que resulta en la siguiente expresión:

$$s_t = \bar{s}_t + \frac{(1-\theta)(1-\delta-\sigma)}{\delta + \sigma + \ell} (v_t - z_t + \alpha e_t) \quad (43)$$

La solución muestra que la sobre-reacción cambiaria $s_t > \bar{s}_t$ es posible siempre que $\delta + \sigma < 1$. Sin embargo, a diferencia de la versión determinista de Dornbusch (1976), el ‘desbordamiento’ ahora no es solo consecuencia de una expansión de la oferta monetaria v_t , o de la demanda agregada e_t , sino también de choques negativos de la oferta agregada z_t . Esto último es trascendental en virtud de que constituye una generalización del ‘efecto desbordamiento’ en el ámbito de una economía estocástica.

La tasa de interés nominal se calcula de la relación $i_t = E_t(s_{t+1} - s_t)$, por lo que, al realizar las sustituciones respectivas, se obtiene:

$$i_t = \bar{i}_t - \frac{(1-\theta)(1-\delta-\sigma)}{\delta + \sigma + \ell} (v_t - z_t + \alpha e_t) \quad (44)$$

Además, también se deduce que:

$$y_t = \bar{y}_t + \frac{(1-\theta)(1+\ell)(\delta + \sigma)}{\delta + \sigma + \ell} (v_t - z_t + \alpha e_t) \quad (45)$$

Las ecuaciones (35), (42), (43), (44) y (45) son las ‘ecuaciones reducidas’ de las principales variables endógenas. En todos los casos, la variable endógena implicada se desvía de su valor estacionario en una proporción de una combinación particular de términos de error ‘ruido blanco’. Por ejemplo, el producto real se desvía de su tasa natural proporcionalmente a los disturbios de la demanda y oferta agregadas. En este sentido, el producto gravita alrededor de su tasa natural.

El resto de las variables endógenas se desvía también de su valor estacionario en una proporción específica. En todo esto ya no prevalece la propiedad de recursividad en la solución de las variables como en la versión de precios flexibles.

III. SIMULACIÓN DE DATOS PARA EL MODELO MF ESTOCÁSTICO

Los procesos estocásticos exógenos son el impulso para las variables endógenas. Sin embargo, no se sabe si estos procesos son estacionarios porque combinaciones de procesos estacionarios en algunos casos resultan en procesos no-estacionarios. En vista de lo anterior, se procede a generar observaciones hipotéticas tal que

correspondan a los períodos de enero-2000 hasta diciembre-2019. En todos los casos, los errores son una distribución normal con media cero y varianza constante. La excepción es la innovación de los shocks de demanda agregada, la cual es un proceso cuasi-caminata aleatoria. Por otro lado, se aceptan ciertos valores para los parámetros del modelo MF estocástico.⁷ La información se reporta en el cuadro 3, donde prevalece la existencia del efecto desbordamiento en el tipo de cambio nominal. Esto es posible siempre que la suma de δ y σ sean inferior a la unidad.

Cuadro 3
Valores para la simulación numérica

Parámetros:	$\delta = 0.50, \sigma = 0.25, \ell = 2, \gamma = 0.28$
Tamaño de la	$n = 240$
Rigidez de	$\theta = 0.55$
Varianzas:	$\sigma_z^2 = \sigma_v^2 = \sigma_e^2 = 0.5$
Medias:	$E_t z_t = E_t v_t = E_t e_t = 0$

Fuente: Propia. Los valores de los parámetros son arbitrarios.

Es posible generar dos grupos de datos para las variables endógenas, dependiendo de si los precios son flexibles o rígidos. Por consiguiente, conviene generar datos en un proceso de tres etapas. Los datos de la versión de precios flexibles sirven de referencia para los precios rígidos. Sin embargo, comprobamos si éstos provienen de un proceso estocástico no-estacionario. Si bien existe una batería de pruebas estadísticas, nos auxiliaremos únicamente de la prueba Dickey-Fuller aumentada (ADF).

Como es conocido, la prueba DFA se basa en la estimación de tres combinaciones diferentes de regresiones:

$$\Delta x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 t + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta x_{t-j} + u_t \quad (46)$$

$$\Delta x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta x_{t-j} + u_t \quad (47)$$

$$\Delta x_t = a_1 x_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta x_{t-j} + u_t \quad (48)$$

La hipótesis nula de la prueba evalúa si la serie es un proceso raíz unitaria versus tres hipótesis alternativas no-estacionarias (caminata aleatoria con intercepto y tendencia determinista, caminata aleatoria con intercepto y caminata aleatoria pura).

⁷ Los valores de estos parámetros como muestra Walsh (2003) tienen alguna relación lejana a simulaciones estadísticas para la economía de los Estados Unidos.

El número de rezagos de las variables dependientes en las distintas regresiones asegura una congruencia con los errores esféricos normales. La prueba DFA discrimina las hipótesis alternativas a través de los estadísticos τ_i y ϕ_i ($i = 1, 2, 3$). El cuadro 4 resume el contenido de cada estadístico con la regresión correspondiente.

Cuadro 4
Prueba DFA

Modelo	Hipótesis	Estadístico
$\Delta x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 t + u_t$	$a_1 = 0$	τ_3
	$a_1 = a_2 = 0$	ϕ_3
	$a_0 = a_1 = a_2 = 0$	ϕ_2
$\Delta x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + u_t$	$a_1 = 0$	τ_2
	$a_0 = a_1 = 0$	ϕ_1
$\Delta x_t = a_1 x_{t-1} + u_t$	$a_1 = 0$	τ_1

Fuente: Elaboración propia.

Los procesos estocásticos exógenos

Los tres procesos estocásticos son generados y graficados en la figura 1. La inspección visual apoya la idea de que son procesos estocásticos no-estacionarios, e incluso podría aceptarse la existencia de alguna tendencia estocástica (intercepto).

En el caso de cada una de las series generadas se calcula el estadístico de prueba τ_1 , comprobando que no sea invalidada por la presencia de correlación serial. En todos los casos, como lo muestra el cuadro 5, se encuentra evidencia en favor de la hipótesis nula. Más específicamente, con un nivel de significancia de 1%, se confía que los datos proceden de un proceso raíz unitaria. Por otro lado, también se calcula el estadístico DFA para las primeras diferencias. Los resultados se reportan en el cuadro 6, mostrando que son estacionarias.

Cuadro 5
Dickey-Fuller Aumentada (DFA) para $I(0)$

Estadístico	Rezagos	P-Value	Valores críticos			
			1%	5%	10%	
\bar{y}_t	-2.1896	0	0.0295	-	-1.95	-1.62
m_t	-0.2853	0	0.776	-	-1.95	-1.62
d_t	-0.7128	0	0.477	-	-1.95	-1.62

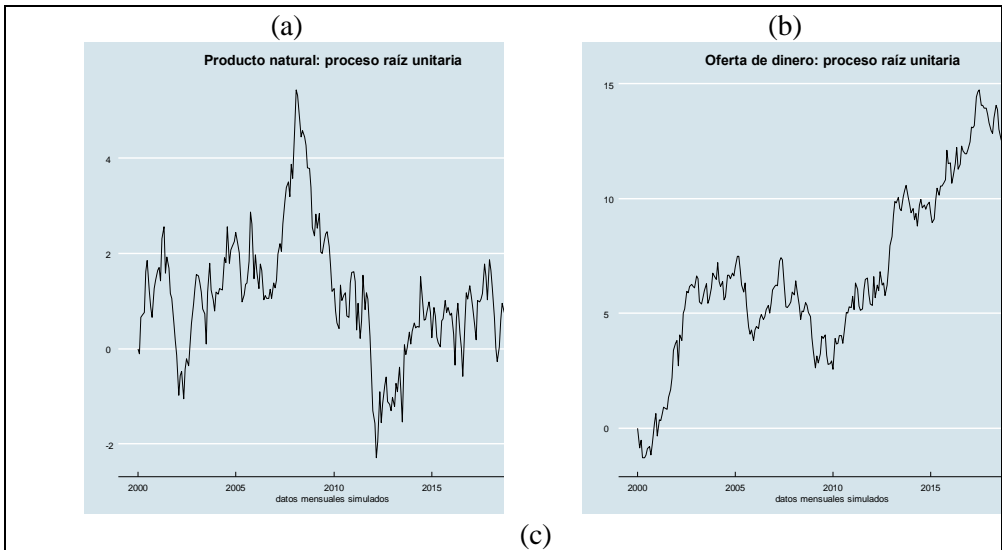
Fuente: Los valores críticos son los reportados en el *software* R

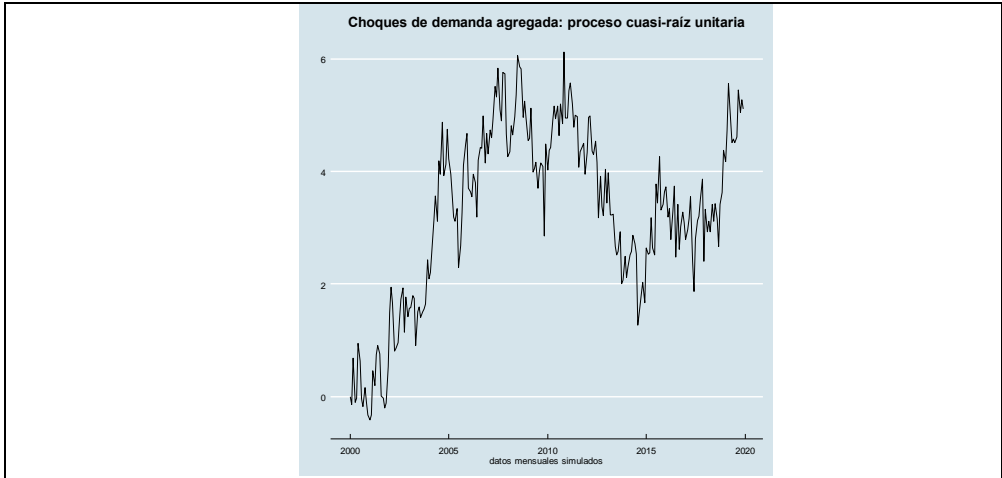
Cuadro 6
Dickey-Fuller Aumentada (DFA) para I(1)

Estadístico	Rezagos	P-Value	Valores críticos			
			1%	5%	10%	
$\Delta \bar{y}_t$	-16.27	0	0.0	-2.58	-1.95	-1.62
Δm_t	-15.30	0	0.0	-2.58	-1.95	-1.62
Δd_t	-21.14	0	0.0	-2.58	-1.95	-1.62

Fuente: Los valores críticos son los reportados en el *software* R

Figura 1





Datos simulados con base a una distribución normal de media cero y varianza de 0.5

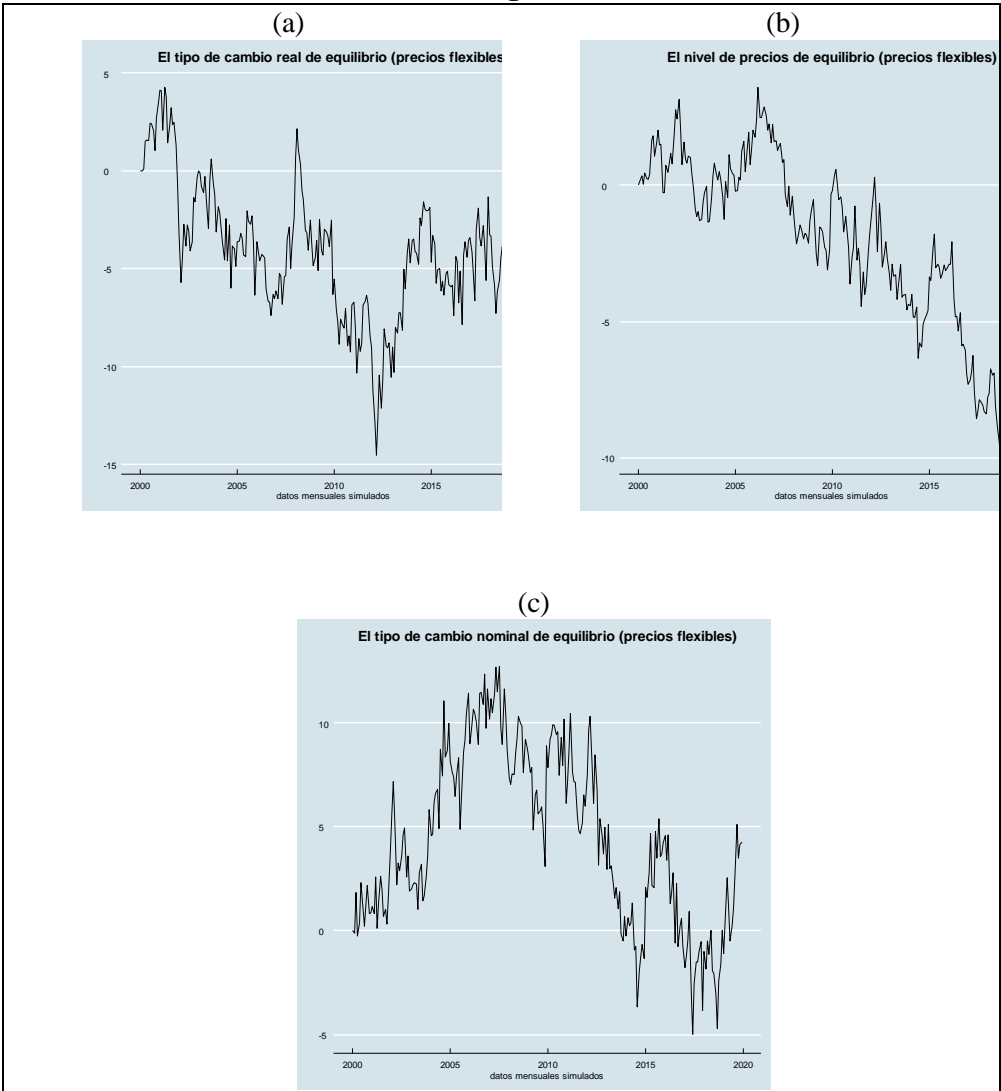
Fuente: Elaboración propia

Los datos para el modelo MF de precios flexibles

Las series de los procesos estocásticos exógenos sirven para generar los datos simulados de las variables endógenas para el modelo MF estocástico de precios flexibles. Por ejemplo, de acuerdo con la ecuación (9), el tipo de cambio real de equilibrio es una combinación de dos series no-estacionarias (el producto natural y el shock de demanda agregada), más una serie que es estacionaria (un término ruido blanco). La combinación de estos procesos estocásticos podría resultar diferente a lo previsto.

La inspección visual es necesaria, pero es insuficiente para establecer la naturaleza estadística de las variables endógenas. La figura 2 permite abrigar la idea que las series son no-estacionarias, excepto quizá la tasa de interés nominal. Las primeras tres series parecen incluir un 'intercepto'. Por otro lado, es evidente que las series están libres de una tendencia determinista. La prueba DFA permitirá decidir estadísticamente. La validez de la prueba DFA es respaldada por análisis de los correlogramas de los residuos y por el estadístico Durbin-Watson. Como es sabido, la autocorrelación invalida la prueba DFA al provocar que el estimador de mínimos cuadrados ordinarios sea ineficiente.

Figura 2



Fuente: Elaboración propia.

Los datos simulados corresponden al modelo MF estocástico de precios flexibles

Los cuadros 7 a 9 reportan las diferentes regresiones auxiliares para la prueba ADF en el caso de las variables endógenas: \bar{q}_t , \bar{p}_t , \bar{s}_t , \bar{i}_t . Por su parte, el cuadro 11 reporta el valor de la prueba ADF en el caso de todos los procesos estocásticos. Las regresiones auxiliares no contienen una tendencia determinista, aunque algunas incluyen un intercepto. La gama de regresiones es compatible con la ausencia de

correlación serial. Se asume que el estadístico DW debe estar comprendido en el rango de 1.85 a 2.15 para la ausencia de correlación serial. En los casos donde no aplica este estadístico, nos auxiliamos de los correlogramas de los residuos buscando el rezago significativo más apropiado.

La regresión auxiliar para $\Delta \bar{q}_t$ en el cuadro 7 incluye el intercepto, el nivel de la variable dependiente retardada (z.lag.1) y un rezago de la primera diferencia de la variable dependiente (z.diff.lag). De acuerdo con el cuadro 11, el valor crítico al 5% (-2.88) es inferior al valor del estadístico τ_2 (-2.55), por lo que no se rechaza la hipótesis nula, la serie es un proceso raíz unitaria. Además, el estadístico ϕ_1 (3.57) es inferior a su valor crítico, por lo que se concluye que es una caminata aleatoria pura.

Cuadro 7
Prueba ADF: Regresión para $\Delta \bar{q}_t$ con intercepto

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
Intercepto	-0.36918	0.14652	-2.520	0.01243
z.lag.1	-0.06693	0.02619	-2.555	0.01126
z.diff.lag1	-0.20310	0.06447	-3.151	0.00185

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 8
Prueba ADF: Regresión para $\Delta \bar{p}_t$ sin intercepto

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
z.lag.1	-0.01259	0.01209	-1.041	0.299

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 9
Prueba ADF: Regresión para $\Delta \bar{s}_t$ con intercepto

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
Intercepto	-0.26370	0.14276	1.847	0.0660
z.lag.1	-0.05455	0.02387	-2.285	0.0232
z.diff.lag1	-0.31202	0.06180	-5.049	0.000

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 10
Prueba ADF: Regresión para $\Delta \bar{t}_t$ sin intercepto

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
z.lag.1	-1.06774	0.06468	-16.51	0.0000

Fuente: Cálculos propios

Similarmente, cuidando que los residuos estén libres de correlación serial, el cuadro 8 reporta la regresión auxiliar para $\Delta \bar{p}_t$ más idónea, sin intercepto. En este escenario, como muestra el cuadro 11, el estadístico τ_1 (-1.041) y el p-valor corresponden a una caminata aleatoria pura.

El cuadro 9 reporta la regresión auxiliar para $\Delta \bar{s}_t$, entre los regresores está el intercepto, el nivel de la variable dependiente retardada (z.lag.1) y un rezago de la primera diferencia de la variable dependiente (z.diff.lag). Con un nivel de significancia de 5%, de acuerdo con el cuadro 11, los valores de los estadísticos τ_2 (-2.2855) y ϕ_1 (2.6432) son inferiores a sus valores críticos, por lo que se acepta la hipótesis nula. La serie implicada es una caminata aleatoria pura.

El cuadro 10 muestra la regresión auxiliar para $\Delta \bar{t}_t$ con el nivel de la variable dependiente retardada (z.lag.1), pero sin intercepto. A un nivel de significancia de 5%, en el cuadro 11, el valor del estadístico τ_1 (-16.5084) cae en la región de rechazo de la hipótesis nula.

Cuadro 11
Dickey-Fuller Aumentada (DFA) para $I(0)$

	Estadístico	Rezagos	P-Valor	Valores críticos			
				1%	5%	10%	
\bar{q}_t	τ_2	-2.5552	1	0.01126	-3.46	-2.88	-2.57
	ϕ_1	3.5789	---	---	6.52	4.63	3.81
	DW	2.0131	---	---	---	---	---
\bar{p}_t	τ_1	-1.0413	0	0.299	-2.58	-1.95	-1.62
	τ_2	-2.2855	1	0.0232	-3.46	-2.88	-2.57
	ϕ_1	2.6432	---	---	6.52	4.63	3.81
\bar{s}_t	DW	2.0571	---	---	---	---	---
	τ_1	16.5084	0	0.000	-2.58	-1.95	-1.62

Fuente: Los valores críticos son los reportados en el *software* R.

Como es evidente, las regresiones auxiliares para la prueba ADF con diferentes rezagos se explica por el problema de correlación serial. En conclusión, a un nivel de significancia del 5%, se puede afirmar que todas las series son procesos no-estacionarios, excepto la tasa de interés nominal. El tipo de cambio real, el nivel de precios, el tipo de cambio nominal y el nivel de producto son caminatas aleatorias puras, pero la tasa de interés es un ruido blanco.

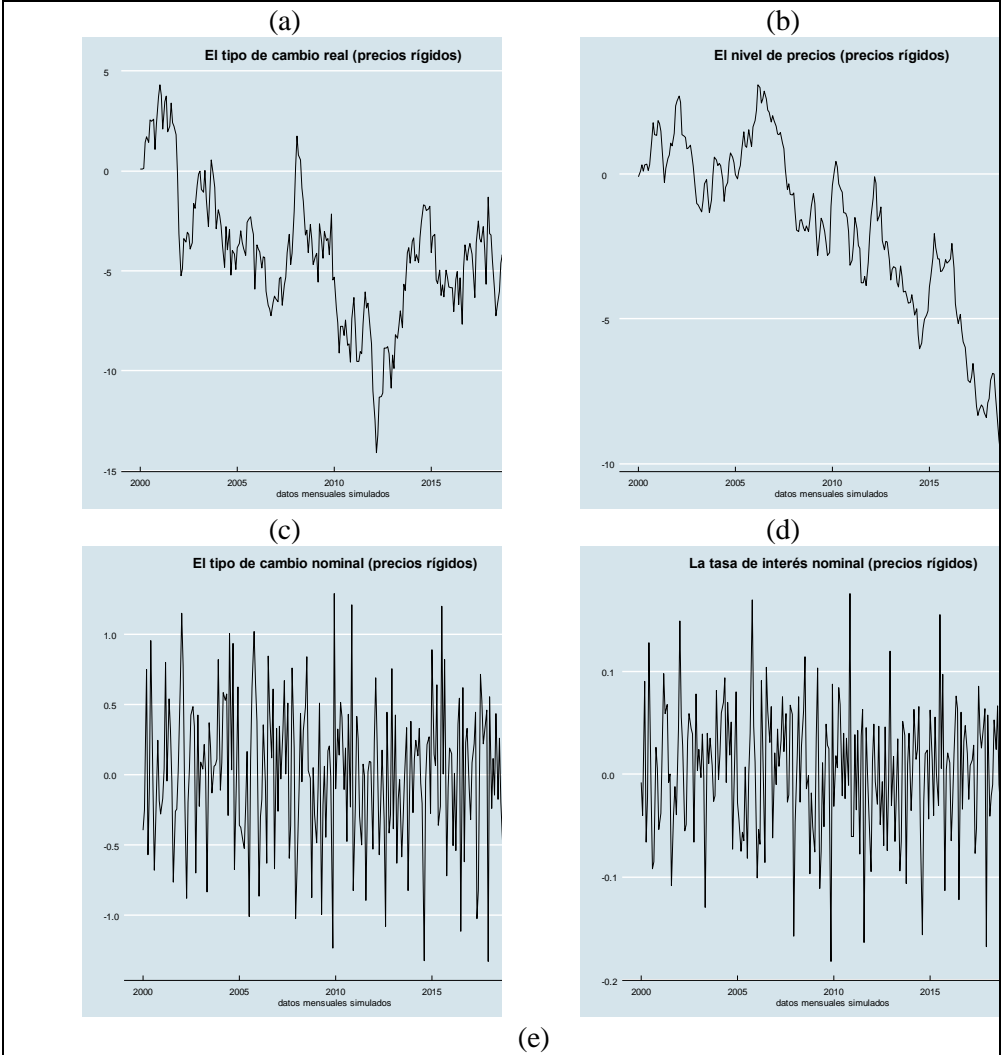
Los datos para el modelo MF estocástico de precios rígidos

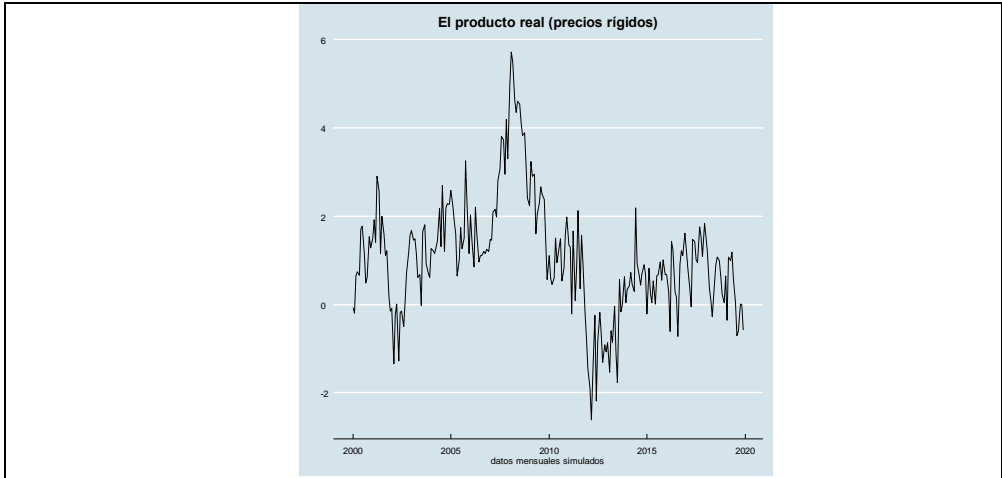
En esta sección se vuelven a generar datos, pero ahora para el modelo MF estocástico de precios rígidos. Convenientemente, las cinco series son graficadas en la figura 3. La inspección visual de los paneles (a), (b) y (e) permiten anticipar que los datos provienen de procesos no-estacionarios. Por otra parte, los paneles (c) y (d) parecen indicar que los datos sean una manifestación de procesos estacionarios.

La ambigüedad se disipa con la prueba ADF basada en las regresiones auxiliares reportadas en los cuadros 12 a 16. Como es conocido, el número de rezagos en las distintas regresiones se explica por la necesidad de eliminar la correlación serial. Por otra parte, en todas las regresiones incluimos la presencia de un intercepto, aunque

la inspección visual pareciera no justificar su presencia. Por último, los estadísticos pertinentes de la prueba ADF se informan en el cuadro 17.

Figura 3





Fuente: Los datos simulados corresponden al modelo MF estocástico de precios

Cuadro 12

Prueba ADF: Regresión para Δq_t con intercepto

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
Intercepto	-0.27674	0.12588	-	0.0289
z.lag.1	-0.05176	0.02270	-	0.0235
z.diff.lag1	-0.08705	0.06520	-	0.1831

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 13

Prueba ADF: Regresión para Δp_t con intercepto

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
z.lag.1	-0.003071	0.007621	-	0.6873
z.diff.lag1	0.479609	0.065154	7.361	0.0000
z.diff.lag2	-0.335733	0.071475	-	0.0000
z.diff.lag3	0.186707	0.071280	2.619	0.0094
z.diff.lag4	-0.159430	0.066141	-	0.0167

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 14**Prueba ADF: Regresión para Δs_t con intercepto**

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
z.lag.1	-0.02182	0.01613	-	0.177
z.diff.lag1	-0.32084	0.06172	-	0.0000

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 15**Prueba ADF: Regresión para Δi_t con intercepto**

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	P-valor
z.lag.1	-1.03676	0.06482	-15.99	0.0000

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 16**Prueba ADF: Regresión para Δy_t con intercepto**

Variable	Estimación	Error	Valor t	P-valor
z.lag.1	-0.05277	0.02676	-1.972	0.04977
z.diff.lag1	-0.36335	0.06536	-5.559	0.00000
z.diff.lag2	-0.19738	0.06400	-3.084	0.00229

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 17**Dickey-Fuller Aumentada (DFA) para $I(0)$**

	Estadístico	Rezagos	P-Value	Valores críticos			
				1%	5%	10%	
q_t	τ_2	-2.2806	1	0.0235	-3.46	-2.88	-2.57
	ϕ_1	2.8125	---	---	6.52	4.63	3.81
	DW	1.9973	---	---	---	---	---
p_t	τ_1	-0.403	4	0.6873	-2.58	-1.95	-1.62
s_t	τ_1	-1.3529	1	0.5991	-2.58	-1.95	-1.62
i_t	τ_1	-	0	0.0000	-2.58	-1.95	-1.62
		15.9937					
y_t	τ_1	-1.9721	2	0.04977	-3.46	-2.88	-2.57

Fuente: Los valores críticos son los reportados en el software R.

En el cuadro 12 el coeficiente el primer retardo de la primera diferencia de la variable dependiente (z.diff.lag1) en la regresión para Δq_t no es significativo, por lo

que se podría eliminar. Sin embargo, su presencia permite evitar el problema de correlación serial, de otra manera, la prueba quedaría invalidada.

En los demás casos (cuadros 13 a 16) no es necesario incluir un intercepto en la regresión. En todos los casos se comprueba que el intercepto no tiene una influencia significativa en la variable dependiente. Por este motivo, para el nivel de precios, el tipo de cambio nominal, la tasa de interés y el nivel de producto, la prueba ADF se basa únicamente en el estadístico τ_1 .

La conclusión a la que se arriba (con el cuadro 17) es que cuatro de las cinco series provienen de un proceso raíz unitaria puro. La única excepción es la tasa de interés, la cual es estacionaria. De esta manera, la inspección visual para el tipo de cambio nominal es engañosa, ya que se trata más bien de una serie no-estacionaria, sin intercepto.

Estimación VAR con algunas series seleccionadas

En la práctica se observan las realizaciones del modelo MF estocástico de precios rígidos. Con el propósito de estimar la estructura los parámetros se consideran las siguientes series: $i_t, m_t, p_t, q, s_t, y_t$. El análisis VAR procede bajo la premisa de interdependencia de las variables entre sí, de modo que ninguna de ellas se concibe como una variable exógena. Por supuesto, también se procede a realizar un contraste de cointegración porque existe interés en la existencia de relaciones de equilibrio a largo plazo. Si es el caso, se debe estimar un modelo de vectores de corrección de error (VEC).

Con el fin de decidir cómo proceder, se considerará un modelo $VAR(p)$ de series estacionarias, sin tendencia lineal, ni intercepto, dado por:

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \dots + A_p x_{t-p} + \epsilon_t \quad (49)$$

donde, x_t es un vector de n variables, A_i son las matrices de coeficientes para los diferentes rezagos de x_t y ϵ_t es un ruido multivariado gaussiano con media cero. Se escribe la ecuación (49) en la forma de corrección de errores:

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t \quad (50)$$

donde, $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ es el operador de primera diferencia, Π es la matriz de coeficientes del primer rezago y Γ_i son las matrices para cada rezago diferenciado. Más específicamente

$$\Pi = \sum_{i=1}^p A_i - I \quad \Gamma_i = - \sum_{j=i+1}^p A_j$$

Sea $r = \text{rango}(\Pi)$, si $r = n$, entonces la matriz Π tiene rango completo de modo que $x_t \sim I(0)$. En cambio, si $x_t \sim I(1)$, entonces el rango de la matriz Π será $r <$

n . A este respecto, si $r = 0$, entonces la matriz Π es nula, por lo que se tiene un modelo VAR con $\Delta x_t \sim I(0)$. Sin embargo, si $0 < r < n$, entonces existirán $n \times r$ matrices α y β , cada una con rango r , tal que $\Pi = \alpha\beta'$, donde, además, $\beta x_t'$ es estacionario. De esta manera, r es el número de relaciones de cointegración.

Existen dos pruebas de razones de verosimilitudes para la significancia de las correlaciones canónicas asociado al rango reducido de la matriz Π : la prueba de traza y la prueba de máximo valor propio.

$$J_{traza} = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (51)$$

$$J_{max} = -T \cdot \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (52)$$

donde T es el tamaño de la muestra, $\hat{\lambda}_i$ es la i -ésima correlación canónica más grande.

La prueba de traza consiste en la hipótesis nula de r vectores cointegrados contra la hipótesis alternativa de n vectores cointegrados. Por otro lado, la prueba de máximo valor propio contiene a la hipótesis nula de r vectores cointegrados contra la hipótesis alternativa de $r + 1$ vectores cointegrados. En cualquier caso, se procede secuencialmente, esto es, si el rango de Π es igual a cero, igual a uno, hasta $r = n - 1$. La hipótesis nula de $r = 0$ es que no hay cointegración. Un rango $r > 0$ implica que existe una relación de cointegración posiblemente entre dos o más series de tiempo. La descomposición de los valores propios da como resultado un conjunto de vectores propios. Los componentes del vector propio más grande sirven como los coeficientes de la combinación lineal de las series subyacente a una serie estacionaria.

Ahora bien, después de realizar varias corridas, nos limitamos a estudiar el sistema: (m_t, p_t, s_t) . La omisión de las demás variables se explica por la singularidad en el cómputo de la matriz de varianza-covarianza en el proceso de selección del orden del modelo VAR. La explicación es que algunas variables están colineadas, como es el tipo de cambio nominal que resulta de la combinación de dos variables, $s_t = p_t + q_t$.

Para seleccionar el rezago óptimo, se utilizan los criterios Akaike (AIC), Bayesiano (BIC) y Hannan-Quinn (HQ). El cuadro 18 reporta el número de rezagos óptimo para los niveles de las variables. A este respecto, la información conduce a afirmar que el rezago apropiado está entre 2 y 3, ya que el criterio AIC tiende a sobreestimar el número de rezago óptimo.

Por otro lado, el cuadro 19 constata que no existe cointegración entre las variables seleccionadas. Las pruebas de cointegración corresponden al criterio de la traza y el máximo valor propio. Por tanto, se concluye que no existen relaciones de equilibrio a largo plazo entre las variables involucradas.

Cuadro 18
Orden del modelo VAR

	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>HQ</i>
(m_t, p_t, s_t)	5	2	3

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 19
Rango de cointegración para (m_t, p_t, s_t)

Rang	J_{traza}	J_{max}	10%	5%	1%
$r \leq 2$	0.21	0.21	6.50	8.18	11.6
$r \leq 1$	8.56	8.35	12.9	14.9	19.1
$r = 0$	22.07	13.5	18.9	21.0	25.7

Fuente: Cálculos propios para dos retardos.

Como ambos sistemas son $x_t \sim I(1)$ se estima un modelo VAR en diferencias, sin intercepto. A este respecto, siguiendo el criterio HQ para determinar el número de rezago óptimo, se estima un modelo VAR (2). La estimación bajo mínimos cuadrados ordinarios se reporta en el cuadro 20.

Cuadro 20
Modelo VAR estimado

Ecuación estimada para Δs_t				
Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	$Pr(> t)$
Δs_{t-1}	-0.51765	0.08290	-6.244	0.0000*
Δp_{t-1}	0.34029	0.34139	0.997	0.3199
Δm_{t-1}	0.60451	0.25604	2.361	0.0191*
Δs_{t-2}	-0.21183	0.07839	-2.702	0.0074*
Δp_{t-2}	0.35458	0.27881	1.272	0.2047
Δm_{t-2}	-0.15552	0.25467	-0.611	0.5420
$R^2 = 0.1771$	$\tilde{R}^2 = 0.1557$	$F_{6,231} = 8.283$	<i>p-valor</i>	0.0000*
Ecuación estimada para Δp_t				
Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	$Pr(> t)$
Δs_{t-1}	-0.09506	0.02391	-3.976	0.0000*
Δp_{t-1}	0.50203	0.09844	5.100	0.0000*
Δm_{t-1}	0.26503	0.07383	3.590	0.0000*
Δs_{t-2}	-0.02327	0.02260	-1.030	0.304265
Δp_{t-2}	-0.14290	0.08039	-1.777	0.076802
Δm_{t-2}	-0.16021	0.07344	-2.182	0.030140*
$R^2 = 0.2867$	$\tilde{R}^2 = 0.2682$	$F_{6,231} = 15.47$	<i>p-valor</i>	0.0000*
Ecuación estimada para Δm_t				
Variable	Estimación	Error Estándar	Valor t	$Pr(> t)$
Δs_{t-1}	-0.0037026	0.0278102	-0.133	0.894
Δp_{t-1}	-0.0902851	0.1145198	-0.788	0.431
Δm_{t-1}	0.0571858	0.0858872	0.666	0.506
Δs_{t-2}	-0.0001436	0.0262942	-0.005	0.996

Δp_{t-2}	-0.0264328	0.0935252	-0.283	0.778
Δm_{t-2}	-0.0111546	0.0854294	-0.131	0.896
$R^2=0.01069$	$\hat{R}^2=-0.015$	$F_{4,5}=0.4162$	p -valor	0.8679

Fuente: Cálculos propios

A juzgar por el coeficiente de bondad de ajuste, las dos primeras regresiones difieren de la tercera regresión, dado que esta última no tiene poder de explicación, 1%, algo inusual. Por otro lado, en las diferentes regresiones, algunos coeficientes estimados no son significativos estadísticamente. En el caso de la ecuación de oferta monetaria, todos los regresores tienen un p -valor demasiado alto como para aceptar la hipótesis nula. No es el caso del tipo de cambio y el nivel de precios, en los que hay varios regresores marcados (*) por ser estadísticamente diferentes de cero a un nivel de significancia del 1% o 5%. Estos resultados encajan bien con el proceso generador de datos, ya que la oferta monetaria es un proceso estocástico exógeno al sistema de ecuaciones. En este sentido, la estimación VAR detecta esta característica en los datos disponibles. Además, por las pruebas de causalidad de Granger de los cuadros 21 y 22, tenemos evidencia que la oferta monetaria tiene efectos causativos en el nivel de precios y el tipo de cambio nominal, pero no así en sentido inverso; es decir, de estas variables a la oferta monetaria. Las pruebas de causalidad se hicieron hasta p rezagos, los cuales están en el ámbito de los criterios BIC y HQ.

Cuadro 21

Causalidad de Granger

$\Delta m_t = a + \sum_{i=1}^p \Delta m_{t-i} + \sum_{i=1}^p \Delta p_{t-i}$		
p	F	$Pr(> t)$
1	2.3513	0.1265
2	0.7307	0.4827
3	0.5018	0.6814
$\Delta p_t = b + \sum_{i=1}^p \Delta p_{t-i} + \sum_{i=1}^p \Delta m_{t-i}$		
p	F	$Pr(> t)$
1	26.455	0.0000
2	9.9325	0.0000
3	7.2821	0.0000

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 22

Causalidad de Granger

$\Delta m_t = a + \sum_{i=1}^p \Delta m_{t-i} + \sum_{i=1}^p \Delta s_{t-i}$		
p	F	$Pr(> t)$
1	0.4707	0.4934
2	0.2166	0.8054
3	0.2305	0.8751
$\Delta s_t = b + \sum_{i=1}^p \Delta s_{t-i} + \sum_{i=1}^p \Delta m_{t-i}$		
p	F	$Pr(> t)$
1	10.085	0.001695
2	5.7484	0.003659
3	4.5897	0.003847

Fuente: Cálculos propios

Las raíces miden la estabilidad dinámica de las variables dependientes en el modelo VAR. A este respecto, el sistema estimado tiene seis raíces reales, todas

inferiores a la unidad, las primeras dos raíces se repiten (0.45897469), otros dos tienen valores iguales (0.44098463), y otras dos raíces son diferentes (0.18562816, 0.05037171). Por otro lado, mediante gráficas de los correlogramas de los residuos de las diferentes ecuaciones estimadas no se encuentran problemas de correlación serial.

El cuadro 23 informa de las pruebas de correlación serial y normalidad. A este respecto, de acuerdo con las pruebas Portmanteau y Breusch-Godfrey no se rechaza la hipótesis nula de ausencia de correlación serial, ya que cada estadístico tiene un p-valor más grande que 1% o 5%. Similarmente, la prueba Jarque-Bera, simetría y curtosis muestran que los residuos encajan con una distribución normal.

Cuadro 23
Correlación serial y normalidad

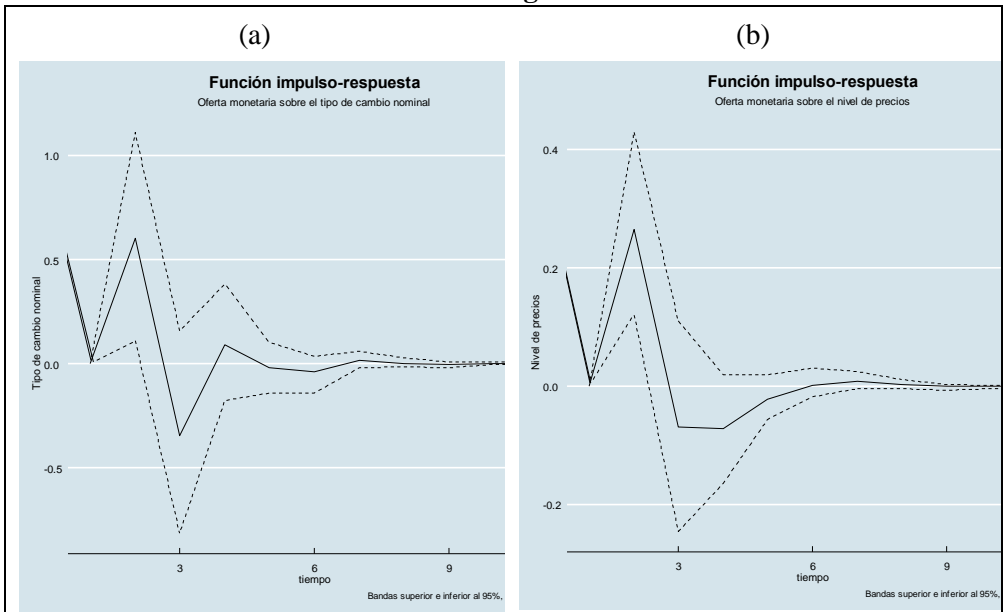
Test	χ^2	<i>g.l.</i>	$Pr(> t)$
Portmanteau	128.19	126	0.4289
Breusch-	84.001	72	0.1576
Jarque-Bera	1.367	6	0.9678
Simetría	1.2616	3	0.7383
Curtosis	0.10546	3	0.9912

Fuente: Cálculos propios

Por último, el análisis de las funciones impulso-respuesta es una etapa importante en el análisis econométrico de los modelos VAR. Dado que todas las variables en un modelo VAR dependen unas de otras, las estimaciones de coeficientes individuales solo proporcionan información limitada sobre la reacción del sistema ante un choque. Las funciones impulso-respuesta describen la evolución de las variables frente a un choque en una o más variables exógenas. De este modo, se puede trazar el efecto corriente y futuro de las variables endógenas ante un “shock” de una desviación estándar en las innovaciones. Precisamente, a lo largo de algunos períodos de tiempo, en el panel (a) y (b) de la figura 4, se ilustró la reacción del tipo de cambio nominal y el nivel de precios a un “shock” monetario.

Las dos gráficas patentizan la reacción de las variables a lo largo de unos diez períodos de tiempo. Los efectos inmediatos encajan con la teoría económica, aunque estos efectos se disipan en poco tiempo. En el caso del tipo de cambio nominal, los datos muestran que existe un efecto desbordamiento en el tipo de cambio nominal casi instantáneamente, tal como predice el modelo de Dornbusch (1976), aunque el efecto se disipa entre valores negativos y positivos, extinguiéndose algunos períodos adelante. Con relación, al nivel de precios, la conclusión es similar, aunque sus efectos desaparecen algo más temprano (período 5) en comparación con el tipo de cambio nominal (período 6).

Figura 4



Fuente: Cálculos propios

CONCLUSIONES

Una de las contribuciones de este artículo es la comprobación de la unicidad del equilibrio del modelo MF estocástico de Mark (2000). En tal cometido nos preocupamos por erigir una construcción congruente en términos de ecuaciones y variables endógenas. De esta manera, el método de expectativas iteradas permitió corroborar la unicidad de la solución de expectativas racionales. Mark (2000) obtiene la misma solución aplicando el procedimiento de coeficientes indeterminados; sin embargo, este método descansa en una conjetura inicial que no es única, por lo que no está garantizada la unicidad del equilibrio. En este sentido, es oportuno el álgebra de las expectativas iteradas en la lógica de la hipótesis de expectativas racionales.

Con todo, la discusión sobre una solución de expectativas racionales va más allá de una deducción analítica. En el ámbito numérico, siguiendo a Klein (2000), en la clase de sistemas de ecuaciones en diferencias lineales estocásticas, la condición Blanchard-Khan (BK) establece que hay un único equilibrio ‘punto de silla’ si el número de valores propios inestables del sistema es igual al número de variables endógenas no-predeterminadas (variables de estado). En consecuencia, bajo la condición BK no interesa si se emplea un método particular para deducir la solución analítica. Sin embargo, los cálculos realizados en este artículo ponen de relieve estas cuestiones en el ámbito de la macroeconomía.

Por otro lado, a nivel de la teoría, el modelo MF estocástico no acepta absolutamente el efecto desbordamiento —ecuación (43)—. Esto más bien depende de que la suma de los parámetros δ y σ sea menor a la unidad. El primer parámetro es la sensibilidad de la demanda agregada al tipo de cambio real y el segundo la sensibilidad de la demanda agregada a la tasa de interés real esperada. La situación es semejante a Dornbusch (1976), es decir, el ‘efecto desbordamiento’ está abierto a la evidencia empírica. Dornbusch subrayó que el ‘efecto desbordamiento’ es el resultado de un impulso monetario. Sin embargo, el modelo MF estocástico nos permite extender el ‘efecto desbordamiento’ a los choques de demanda y la oferta agregadas. En presencia de disturbios exógenos, la moneda nacional se podría depreciar excesivamente, aunque a la postre, el tipo de cambio retorne a su valor de equilibrio. Siguiendo a Rogoff (2002), el tipo de cambio nominal es un ‘amortiguador’ en el mercado de activos, sobre todo, si los precios reaccionan lentamente a los disturbios. Por ende, un aumento modesto en los disturbios exógenos se corresponde a una reacción excesiva del tipo de cambio nominal.

En este contexto, el modelo MF estocástico constituye un ejemplo de articulación de la teoría con la evidencia empírica. La simulación de datos y la metodología VAR corrobora las predicciones de la teoría macroeconómica. Las funciones impulso–respuesta permiten rastrear (en el tiempo) el impacto sobre algunas variables endógenas de un choque en alguna variable exógena. Los datos asociados a ciertos valores de los parámetros; por ejemplo, implican la existencia de un ‘efecto desbordamiento’ en el tipo de cambio, resultado de un choque monetario, el cual, empero, se desvanece gradualmente entre valores negativos y positivos. La dinámica de esta variable es congruente con los preceptos de la teoría macroeconómica, aunque no es fácil, por supuesto, explicar la alternancia de valores positivos y negativos. Similarmente, es posible calcular las funciones impulso–respuesta para los disturbios de demanda y oferta agregadas para alcanzar una conclusión similar respecto de la existencia del ‘efecto desbordamiento’.

Si bien, las pruebas de diagnóstico realizadas en la estimación VAR cumplen con los supuestos de estabilidad, ausencia de correlación serial y normalidad, el grado de bondad de ajuste de las ecuaciones estimadas es relativamente baja. En particular, los coeficientes estimados para la ecuación monetaria no son significativos. Por otro lado, las pruebas de causalidad de Granger también sugieren que la oferta monetaria tiene un carácter exógeno. En consecuencia, es altamente recomendable proceder con un modelo VARX (debido a que tenemos procesos estocásticos exógenos), o un modelo estructural SVAR, o bien proceder con otros métodos de estimación. Estas son tareas de una investigación futura con el propósito de superar los obstáculos que se presentaron en la estimación del modelo VAR, como es la colinealidad de los procesos estocásticos raíz unitaria.

REFERENCIAS

- Argandoña, A., Gámez, C., Mochón, F. (1996). *Macroeconomía Avanzada I: Modelos dinámicos y teoría de la política económica*. Madrid: McGraw Hill Interamericana.
- Coopeland, L. (2005). *Exchange rates and international finance*. Essex, England: Pearson Education Limited.
- Dornbusch, R. (1976). Expectations and Exchange Rate Dynamics. *Journal of Political Economy*, 84(6): 1161-1176. <http://dx.doi.org/10.1086/260506>
- Fleming, J.M. (1962). Domestic financial policies under fixed and under floating exchange rates, *Staff Papers*, International Monetary Fund, 9:369-79. <https://doi.org/10.2307/3866091>
- Klein, P. (2000). Using the generalized Schur form to solve a multivariate linear rational expectations model, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 24:1405-1423. [http://dx.doi.org/10.1016/S0165-1889\(99\)00045-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0165-1889(99)00045-7)
- Mark, N. (2000). *International macroeconomics and finance: theory and econometric methods*. Massachusetts, USA: Blackwell Publisher Inc.
- Mundell, R. (1963). Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates. *Canadian Journal of Economics and Political Science*. 29(4): 475-85. <http://dx.doi.org/10.2307/139336>
- Mundell, R. (1964). Capital Mobility and Size: A Reply. *Canadian Journal of Economics and Political Science*. 30(3): 421-31. <http://dx.doi.org/10.2307/139708>
- Obstfeld, M., Cooper, R.N. & Krugman, P. (1985). Floating Exchange Rates: Experience and Prospects, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1985(2): 369-464. <http://dx.doi.org/10.2307/2534443>
- Obstfeld, M. & Rogoff, K. (1996). *Foundations of international macroeconomics*. Cambridge, MA: MIT.
- Rogoff, R. (2002). Dornbusch's Overshooting Model After Twenty-Five Years. *Working Paper, Staff Papers*, International Monetary Fund, Special Issue, 9:1-34. <http://dx.doi.org/10.5089/9781451845846.001>
- Romer, D. (2006). *Macroeconomía Avanzada*. Madrid: MacGraw Hill Interamericana.
- Snowdon, B. & Vane, H. (2005), *Modern Macroeconomics: Its Origins, Development and Current State*, Cheltenham, UK: Edward Elgar.
- Walsh, C. (2003), *Monetary Theory and Policy*, Second Edition. Cambridge: The MIT Press.