Análisis Económico
Núm. 77, vol. XXXI
Segundo cuatrimestre de 2016

Sector informal en México: un modelo estocástico microeconómico del vendedor ambulante

(Recibido: 19/enero/2016 –Aceptado: 13/abril/2016)

Rosa María Domínguez-Gijón[*]
Francisco Venegas-Martínez[**]

Resumen

Este artículo desarrolla un modelo estocástico que explica el comportamiento de un vendedor ambulante del sector informal en México. En el modelo propuesto, el agente tiene un consumo de subsistencia sujeto a dos restricciones: la primera considera un ingreso incierto y la segunda consiste en su rutina de consumo. A través del modelo propuesto se determinan la proporción óptima del ingreso que el individuo destina al ahorro cuando hay un excedente y las horas que destinará a su actividad, así como la estrategia óptima de consumo futuro. Asimismo, a través de un modelo VAR, se muestra evidencia empírica, que confirma los resultados de la propuesta utilizando datos de consumo y salario del individuo, así como la población económicamente activa en el sector informal, entre otras variables relevantes entre 2005 y 2011. Para ello se lleva a cabo un análisis de causalidad de Granger, funciones de impulso-respuesta y descomposición de la varianza.

Palabras Clave: Ingreso incierto, consumo de subsistencia, formación de hábito, sector informal.
Clasificación JEL: C61, D11, G11, G12.

[*] Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional. Correo electrónico: <rossy13pink@hotmail.com>.
[**] Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional. Correo electrónico: <fvenegas1111@yahoo.com.mx>.

1. Introducción

El crecimiento en la economía mexicana, en las últimas décadas, ha sido insuficiente para atender la demanda de empleos adecuadamente remunerados y protegidos. En consecuencia, este excedente de individuos, que no ha logrado insertarse en el empleo formal,[1] ha tenido que crear su propia fuente de empleo e ingreso en actividades de comercio y de servicios al margen de la economía formal, dando origen a todo un sector de la actividad económica que cada vez adquiere mayor importancia en su participación en el PIB, el sector informal.[2]

El sector informal se distingue por un escaso dinamismo económico (baja productividad) y precarias condiciones laborales con nula protección social.[3] Al respecto, existen diversos estudios entre los que destacan: Camargo y Caicedo (2005) que proporcionan fundamentos teóricos sobre la economía informal; Martínez (2005) y Flores y Valero (2005) que miden el tamaño de la economía informal y cuantifican su poder recaudatorio ante la economía formal; Cervantes y Gutiérrez (2008) que hacen una revisión de los conceptos de economía informal y su aplicación en México; y Núñez y Gómez (2008) que identifican las fuentes de controversia y debate actual sobre el sector informal.

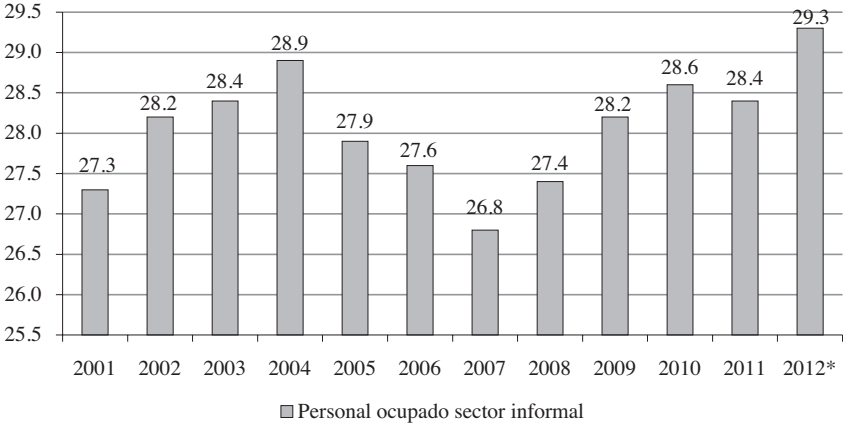
En junio de 2012, en México existía una tasa de desempleo que no superaba el 5% de la Población Económicamente Activa (PEA). La población de aquellos que trabajan menos de 35 horas semanales y obtienen hasta dos salarios mínimos tuvo un incremento del 12.39% con respecto del año anterior. Asimismo, la población que labora en el sector informal de la economía asciende a 14.2 millones de personas, lo cual representa el 29.3% de la población ocupada (según la ENOE del INEGI 2012) habiendo aumentado en 830 mil personas con respecto al dato del año anterior. En la gráfica 1 se muestra la evolución del personal ocupado en el sector informal de 2000 al 2012. Se observa que en 2004 se dio un incremento considerable del 28.9%, lo mismo ocurre en 2010 con 28.6% y en 2012 con un 29.3%. Asimismo se observa una disminución considerable en 2007 con un 26.8%.

[1] Aunque hay muchos individuos que, simplemente, no desean insertarse en el sector formal.

[2] De acuerdo con el INEGI, el sector informal aporta alrededor del 13% del PIB y da ocupación a más de 14 millones de personas.

[3] Algunos individuos han podido incorporarse al seguro popular. Evidentemente, no todos los sujetos que laboran en la informalidad apenas pueden solventar sus necesidades básicas.

Gráfica 1
Personal ocupado sector informal (porcentaje)

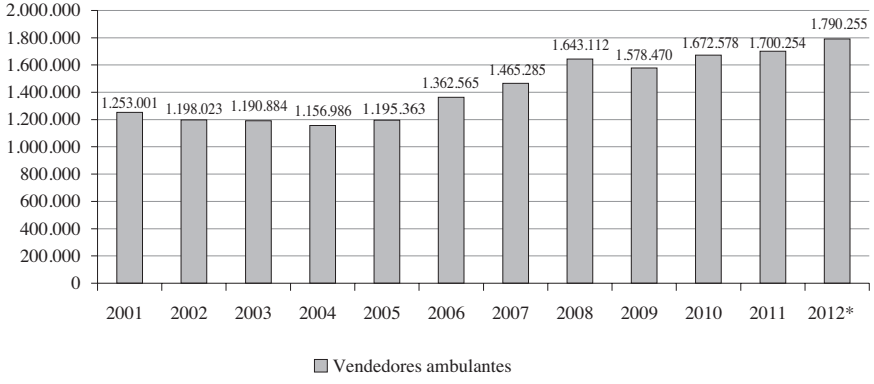


* Estimación promedio trimestral.
Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de INEGI.

La economía informal es un fenómeno muy amplio, pues incluye actividades en los distintos sectores de la economía. Sin embargo, la actividad informal en el comercio, particularmente la de los vendedores ambulantes, es la más conocida debido a su presencia en la vida cotidiana. Del total de la población ocupada del sector informal, 4.3% son ambulantes que van de casa en casa, 3.9% tienen un puesto improvisado en la vía pública y 3.1%, tienen un puesto semifijo en la vía pública. Ahora bien los estados de la República Mexicana con mayores tasas de ocupación en el sector informal son: Morelos (16%), Aguascalientes (16.1%), Guanajuato (16.3%), Distrito Federal (16.32%), Jalisco (16.5%) y Estado de México (17%). Las menores tasas de ocupación son de: Chiapas (10.2%), Oaxaca (10.28%), Campeche (11.3%) y Tabasco (12.2%). Los vendedores ambulantes conforman uno de los grupos de ocupación con menores ingresos del total del sector informal, ganando en promedio 2.9 salarios mínimos al día,[4] dando como resultado 5,422.00 pesos mensuales. El número de ambulantes, en el país, dentro del sector informal se muestra en la gráfica 2 y se observan incrementos en 2008 (1,643 112), en 2010 (1,672 578) y en 2012 (1,790 255). El menor crecimiento se obtuvo entre 2002 y 2005.

[4] De acuerdo con datos del INEGI.

Gráfica 2
Vendedores ambulantes del 2001 al 2012*



* Estimación promedio trimestral
Fuente: Elaboración propia con datos obtenidos de INEGI.

En esta investigación se desarrolla un modelo que explica el comportamiento de un vendedor ambulante que toma decisiones sobre la cantidad de horas que dedicará a su actividad, lo cual le proporciona un ingreso incierto y un consumo de subsistencia. En este sentido, Constantinides (1990) introdujo el concepto de formación de hábitos, o rutina, del consumo, el cual se utilizará en el estudio del comportamiento de este agente del sector informal. De la misma forma, Constantinides estudia el problema de decisiones de consumo y de portafolio en presencia de una restricción de formación de hábitos, en la que el individuo tiene en cuenta el efecto del consumo pasado sobre su consumo futuro en un modelo de equilibrio parcial. Asimismo, el concepto de formación de hábitos ha sido estudiado por Hicks (1965), Pollak (1970), Ryder y Heal (1973) y Sundaresan (1989), Andrew (1990), Detemple y Zapatero (1991), Chapman (1998), Campbell y Cochrane (1999) y Zheng y Xu (2003) y Márquez (2006), entre muchos otros.

Por otro lado, el presente trabajo extiende varias investigaciones sobre el problema del ingreso incierto. Por ejemplo se generalizan las investigaciones de: Merton (1969, 1971) que obtuvo políticas óptimas para un inversionista que recibe un flujo de ingreso incierto; Hall (1978, 1988) y Hey y Valentino (1988) que examinan la capacidad de consumo en el largo plazo en presencia de incertidumbre; Miller (1974), Hansen y Singleton (1983), Breeden (1986) y Bodie, Merton y Samuelson (2004) que analizan las consecuencias de la maximización de la utilidad esperada de un inversionista cuando existe incertidumbre; Cox y Huang (1989) quienes

estudian flujos de ingresos no asegurables utilizando programación dinámica y las condiciones de Hamilton-Jacobi-Bellman asociada con una función de utilidad; y, por último, Venegas-Martínez (2008) quien desarrolla un modelo estocástico de estabilización temporal de precios que reconoce la incertidumbre en la dinámica del ingreso laboral, este último es conducido por un movimiento browniano.

El presente trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera. En la siguiente sección se desarrolla un modelo estocástico que plantea el problema del vendedor ambulante que tiene un consumo de subsistencia sujeto a un ingreso incierto que sigue un movimiento geométrico browniano. El problema de decisión se resuelve a través de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman. El modelo determina la proporción óptima del ingreso que se destina al ahorro cuando éste es posible, las horas que destinará a su actividad y la regla de consumo óptimo. En la tercera sección se revisa la evidencia empírica de las relaciones relevantes de las variables del modelo con datos del sector informal. La última sección presenta las conclusiones, haciendo observaciones de las ventajas y limitaciones del modelo propuesto y futuros tópicos de investigación.

2. El modelo estocástico del vendedor ambulante

El modelo propuesto extiende el trabajo de Constantinides (1990) al incorporar la posibilidad de que el individuo realice depósitos en cajas de ahorro cuando hay un excedente para suavizar su patrón de consumo (por la incertidumbre de su ingreso) y determinar cuántas horas el vendedor está dispuesto a trabajar para incrementar su riqueza en el afán de maximizar la utilidad total esperada del consumo.

Se considera a un vendedor ambulante como un agente representativo del sector informal, el cual tiene una riqueza, a_t, en el momento t, denominada en unidad de bienes de consumo, así mismo tiene acceso a un activo (depósitos), D_t, que se realizan en cajas de ahorro que pagan una tasa de interés libre de riesgo, r, ésta se supone continuamente capitalizable y constante para todos los plazos, la dinámica del depósito es $D_t = D_s e^{r(t-s)}$ y satisface

$$\frac{\mathrm{d}D_t}{D_t} = r\mathrm{d}t, \tag{1}$$

Si hay un excedente; en caso contrario $D_t = 0$. El ingreso, n_t, se supone que es conducido por un movimiento geométrico browniano, es decir,

$$n_t = n_0 e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma Z_t},$$

Donde μ es la tasa de crecimiento medio anualizado del salario incierto, σ es la desviación estándar instantánea (volatilidad) de la tasa de crecimiento del salario y Z_t es movimiento browniano (una variable aleatoria con media 0 y varianza proporcional a t). De esta manera, la ecuación diferencial estocástica que conduce al salario, n_t, está dada por:

$$\frac{\mathrm{d}n_t}{n_t} = \mu\,\mathrm{d}t + \sigma\,\mathrm{d}Z_t, \tag{2}$$

La cual depende de las horas que el vendedor esté dispuesto a trabajar.

2.1 Problema del vendedor ambulante

La acumulación de la riqueza en términos de los depósitos, el ingreso y el consumo está dada por la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$\begin{cases} \mathrm{d}a_t = a_t(1-\theta_t)\,\mathrm{d}R_D + a_t\theta_t\,\mathrm{d}R_n - c_t\mathrm{d}t - \overline{T} \\ a_t\theta_t = l_t n_t \end{cases} \tag{3}$$

Donde c_t es el consumo y $\mathrm{d}R_n = \mathrm{d}n_t/n_t$ es la tasa de crecimiento del ingreso. De esta forma, el vendedor está dispuesto a trabajar l_t horas para obtener un ingreso real, $l_t n_t$, el cual representará la proporción de su riqueza, $a_t\theta_t$, que proviene de su ingreso incierto. La proporción restante de su riqueza, $a_t(1-\theta_t)$, el agente la deposita en cajas de ahorro sólo cuando hay un excedente. Asimismo el agente tiene que pagar una cuota, $\overline{T}$, por derecho de piso para vender en la vía pública. La riqueza marginal del individuo es, a su vez, reducida por el consumo por unidad de tiempo, $c_t\mathrm{d}t$. El principal objetivo es determinar las horas que el individuo está dispuesto a trabajar para incrementar su riqueza y la regla de consumo óptimo. Si se sustituyen las expresiones (1) y (2) en la ecuación diferencial (3) se tiene que:

$$\mathrm{d}a_t = a_t\left[r + (\mu - r)\theta_t - \overline{T} - \frac{c_t}{a_t}\right]\mathrm{d}t - a_t\theta_t\sigma\,\mathrm{d}Z_t \tag{4}$$

Donde $0 \leq \theta_t \leq 1$ y $a_t \geq 0$. El nivel de consumo de subsistencia está dado por

$$x_t \equiv e^{-a\,t}x_0 + b\int_0^t e^{a(s-t)}c_s\mathrm{d}s$$

Donde c_t denota el consumo individual al tiempo t, x_0 el consumo individual inicial de subsistencia y *a, b,* son constantes, cuanto mayor sea el valor de a, menor será el peso del consumo pasado en la determinación de x_t. El parámetro b mide la fuerza de la formación de hábitos. En lo que sigue se supondrá que $a > b$. Asimismo, este agente sigue un proceso recursivo de formación de hábitos, o de rutina, en su consumo x_t, donde el consumo de subsistencia está relacionado con consumos anteriores (ver apéndice A) de tal manera que

$$\mathrm{d}x_t = b_{ct} - ax_t. \tag{5}$$

En el modelo propuesto las decisiones del vendedor dependen de la información al tiempo t, el consumo debe ser mayor al hábito $c_t \geq x_t$ no puede haber un consumo cero y la riqueza debe ser mayor que cero, $a_t \geq 0$.

La función de utilidad esperada total del consumo está dada por:

$$\underset{c_t}{\text{Maximizar}}\ E_0\left\{\int_0^{\infty} u(c_t, x_t)e^{-ps}\mathrm{d}s|\mathrm{F}_0\right\} \tag{6}$$

En este caso se toma $u(c_t, x_t) = \dfrac{(c_t - x_t)^{\gamma}}{\gamma}$ como función de utilidad, donde $\gamma \neq 0$ está relacionado con la aversión al riesgo individual, x_t representa el nivel de hábito del bien, F_t es la información disponible al tiempo t y ρ es la tasa subjetiva de descuento, esta tasa es un indicador de que tan ansioso está el vendedor por su consumo presente.[5] Una cantidad relevante en esta investigación es el consumo excedente al de subsistencia, $c_t - x_t$, el cual está relacionado con el consumo realizado anteriormente.

2.2 La ecuación Hamilton-Jacobi-Bellman

La solución óptima del problema del vendedor ambulante de la maximización de (6) sujeto a sus restricciones presupuestales (4) y (5) se obtiene con programación dinámica estocástica en tiempo continuo. Para ello se define la siguiente función valor (o función de utilidad indirecta):

[5] En otras palabras entre mayor sea ρ más ansioso estará el agente por consumir en el presente que en el futuro.

$$J(a_t, x_t, t) = \max_{c_s \theta_s} E\left[\int_t^{\infty} \frac{(c_s - x_s)^{\gamma}}{\gamma} e^{-ps} \mathrm{d}s | \mathrm{F}_t\right]. \tag{7}$$

A continuación se separa el intervalo de integración de la anterior ecuación sobre la función *J* entre (*t*, *t* + *dt*) y (t + dt, ∞) para obtener una relación de recursividad temporal, de tal forma que

$$J(a_t, x_t, t) = \max_{c_s \theta_s} E\left[\int_t^{t+\mathrm{d}t} \frac{(c_s - x_s)^{\gamma}}{\gamma} e^{-ps} \mathrm{d}s + \int_{t+\mathrm{d}t}^{\infty} \frac{(c_s - x_s)^{\gamma}}{\gamma} e^{-ps} \mathrm{d}s | \mathrm{F}_t\right]. \tag{8}$$

Si se aplica al primer término el teorema de valor medio del cálculo integral y al segundo la definición de diferencial, se obtiene

$$J(a_t, x_t, t) = \max_{c_t \theta_t} \mathrm{E}\left[\frac{(c_t - x_t)^{\gamma}}{\gamma} e^{-\rho t} \mathrm{d}t + \mathrm{o}(\mathrm{d}t) + J(a_t, x_t, t) + \mathrm{d}J(a_t, x_t, t) | \mathrm{F}_t\right]. \tag{9}$$

Posteriormente, se aplica el lema de Itô a *J* considerando el sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas dadas por (ver Apéndice 2):

$$\begin{cases} \mathrm{d}a_t = a_t\left[r + (\mu - r)\theta_t - \overline{T} - \dfrac{c_t}{a_t}\right]\mathrm{d}t - a_t \theta_t \sigma \, \mathrm{d}Z_t \\ \mathrm{d}x_t = (bc_t - ax_t) \end{cases}$$

En consecuencia,

$$\mathrm{d}J = \left[\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial a_t}\left(r + (\mu - r)\theta_t - \overline{T} - \frac{c_t}{a_t}\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 J}{\partial a_t^2} a_t^2 \theta_t^2 \sigma^2 + \frac{\partial J}{\partial x_t}(bc_t - ax_t)\right] dt + \frac{\partial J}{\partial a_t} a_t \theta_t \sigma \mathrm{d}Z_t$$

De esta manera, la ecuación (9) se transforma en

$$0 = \max_{c_t,\,\theta_t} \mathrm{E}\left\{ \frac{(c_t - x_t)^{\gamma}}{\gamma} e^{-\rho t}\mathrm{d}t + \mathrm{o}(\mathrm{d}t) + \left[\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial a_t}\left((r + (\mu - r)\theta_t - \overline{T} - \frac{c_t}{a_t} \right) \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 J}{\partial a_t^2} a_t^2 \sigma^2 \theta_t^2 + \frac{\partial J}{\partial x_t}(bc_t - ax_t) \right] \mathrm{d}t + \frac{\partial J}{\partial a_t} a_t \theta_t \sigma \mathrm{d}Z_t \mid \mathrm{F}_t \right\} \tag{10}$$

A continuación se toman los valores esperados en todos los términos de la ecuación, se divide entre d*t* y se toma el límite cuando d*t* → 0, recordando que *o* (d*t*) / d*t* → 0, así

$$0 = \max_{c_t,\theta_t} \left[\frac{(c_t - x_t)^{\gamma}}{\gamma} e^{-\rho t} + \frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial a_t}\left(r + (\mu - r)\ \theta_t - \overline{T} - \frac{c_t}{a_t} \right) \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 J}{\partial a_t^2} a_t^2 \sigma^2 \theta_t^2 + \frac{\partial J}{\partial x_t}(bc_t - ax_t) \right] \tag{11}$$

Para obtener c_t y θ_t óptimos se tiene que resolver la siguiente ecuación diferencial parcial de segundo orden en *J*:

$$0 = \frac{(c_t - x_t)^{\gamma}}{\gamma} e^{-\rho t} + \frac{\partial J}{\partial J} + \frac{\partial J}{\partial a_t}\left(r + (\mu - r)\theta_t - \overline{T} - \frac{c_t}{a_t} \right) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 J}{\partial a_t^2} a_t^2 \sigma^2 \theta_t^2$$
$$+ \frac{\partial J}{\partial x_t}(bc_t - ax_t) \tag{12}$$

Se propone como candidato de solución de la ecuación diferencial parcial anterior a $J(a_t, x_t, t) = V(a_t, x_t)\, e^{-\rho t}$. Para este candidato se calculan las derivadas parciales,

$$\frac{\partial J}{\partial t} = -\rho V(a_t, x_t) e^{-\rho t},\ \frac{\partial J}{\partial a_t} = V'(a_t) e^{-\rho t},\ \frac{\partial^2 J}{\partial a_t^2} = V''(a_t) e^{-\rho t},\ \frac{\partial J}{\partial x_t} = V'(x_t) e^{-\rho t}.$$

Y se sustituyen en la ecuación (12), de tal forma que:

$$0 = \frac{(c_t - x_t)^{\gamma}}{\gamma} - \rho V(a_t, x_t) + V'(a_t)a_t\left(r + (\mu - r)\theta_t - \overline{T} - \frac{c_t}{a_t}\right) + \frac{1}{2}V''(a_t)a_t^2\sigma^2\theta_t^2 + V'(x_t)(bc_t - ax_t) \tag{13}$$

Si ahora se supone que

$$V(a_t, x_t)e^{-\rho t} = \beta_1 \frac{(a_t - \beta_0 x_t)^{\gamma}}{\gamma},$$

se sigue que

$V'(a_t) = \beta_1 (a_t - \beta_0 x_t)^{\gamma-1}$, $V''(a_t) = \beta_1 (\gamma - 1) (a_t - \beta_0 x_t)^{\gamma-2}$, y $V'(x_t) = \beta_0 \beta_1 (a_t - \beta_0 x_t)^{\gamma}$

De esta manera, la ecuación (13) se transforma en

$$0 = \frac{(c_t - x_t)^{\gamma}}{\gamma} - \rho\beta_1 \frac{(a_t - \beta_0 x_t)}{\gamma} + \beta_1 (a_t - \beta_0 x_t)^{\gamma-1} a_t\left(r + (\mu - r)\theta_t - \overline{T} - \frac{c_t}{a_t}\right) + \frac{1}{2}\beta_1(\gamma - 1)(a_t - \beta_0 x_t)^{\gamma-2} a_t^2\sigma^2\theta_t^2 - \beta_0\beta_1 (a_t - \beta_0 x_t)^{\gamma-1}(bc_t - ax_t) \tag{14}$$

Si se deriva con respecto de las variables de control c_t y θ_t la ecuación anterior, se tiene que:

$$c_t^* = \left[\beta_1^{\frac{1}{\gamma-1}}(1 + b\beta_0)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right](a_t - \beta_0 x_t) + x_t, \tag{15}$$

y

$$\theta_t^* = \frac{(\mu - r)}{\sigma_t^2(1 - \gamma)a_t}\frac{1}{a_t}(a_t - \beta_0 x_t), \tag{16}$$

Donde $0 < \gamma < 1$. Si se sustituyen las ecuaciones (15) y (16) en (14) se obtienen los valores de β_0 y β_1

$$0=\frac{\left(\left[\beta_1^{\frac{1}{\gamma-1}}(a_t-\beta_0x_t)(1+b\beta_0)^{\frac{1}{\gamma-1}}+x_t\right]-x_t\right)^{\gamma}}{\gamma}-\rho\beta_1\frac{(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}}{\gamma}+\beta_1(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}a_tr+(\mu-r)\left[\frac{(\mu-r)}{\sigma_t^2(1-\gamma)}\frac{1}{a_t}(a_t-\beta_0x_t)\right]$$
$$+\bar{T}-\frac{\beta_1^{\frac{1}{\gamma-1}}(a_t-\beta_0x_t)(1+b\beta_0)^{\frac{1}{\gamma-1}}+x_t}{a_t}\Bigg)+\frac{1}{2}\beta_1(\gamma-1)(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-2}a_t^2\sigma^2\left[\frac{(\mu-r)}{\sigma_t^2(1-\gamma)}\frac{1}{a_t}(a_t-\beta_0x_t)\right]^2$$
$$-\beta_0\beta_1(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}\left(b\left[\beta_1^{\frac{1}{\gamma-1}}(a_t-\beta_0x_t)(1+b\beta_0)\frac{1}{\gamma-1}+x_t\right]-ax_t\right)$$

Si se elimina β_1 en la expresión anterior, se obtiene

$$0=\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}\frac{(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}}{\gamma}-\rho\beta_1\frac{(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}}{\gamma}+\beta_1(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}a_tr+\beta_1(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}a_t\left(\frac{\mu-r}{\gamma}\right)^2\frac{1}{(1-\gamma)^2}\left[1-\beta_0\frac{x_t}{a_t}\right]^2$$
$$+\beta_1(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}T-\beta_1(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}\left[x_1+\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}(a_t-\beta_0x_t)\right]$$
$$+\frac{1}{2}\beta_1(\gamma-1)(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-2}a_t^2\sigma^2\left[\frac{(\mu-r)}{\sigma_t^2(1-\gamma)}\frac{1}{a_t}(a_t-\beta_0x_t)\right]^2-\beta_0\beta_1(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}\left(b\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}\left[(a_t-\beta_0x_t)+x_t\right]-ax_t\right)$$

A continuación se reducen términos iguales

$$0=\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}\frac{(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}}{\gamma}-\rho\frac{(a_t-\beta_0x_t)}{\gamma}+(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}a_tr+\frac{1}{2}(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}\left(\frac{\mu-r}{\gamma}\right)^2\frac{1}{1-\gamma}\sigma^2$$
$$+(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}T-(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}\left[x_t+\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}\right]-\beta_0\beta(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}(a-b)x_t-\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}$$

De esta manera,

$$0=\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}\frac{(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}}{\gamma}-\rho\frac{(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}}{\gamma}+(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}a_tr+\frac{1}{2}(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}\left(\frac{\mu-r}{1-\gamma}\right)^2\frac{1}{1-\gamma}\sigma^2$$
$$+(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}T-(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}\left[x_t+\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}\right]-\beta_0\beta(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma-1}(a-b)x_t-\left[\beta_1(1+b\beta_0)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}(a_t-\beta_0x_t)^{\gamma}$$

Ahora bien, si se considera que

$$x_t\,(1+\beta_0\,(b-a))+a_t r=-r\,(a_t-1+\beta_0\,(b-a)\,x_t),$$

y que

$$\beta_0=\frac{1+\beta_0(b-a)}{r}\quad \text{ó}\quad \beta_0=\frac{1}{r+a-b},$$

se tiene que se puede eliminar $(a_t-\beta_0 x_t)\gamma$ de todos los términos de (14) y se obtiene

$$0=\frac{\left[\beta_1\left(1+b\dfrac{1}{r+a-b}\right)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}}{\gamma}-\frac{\rho}{\gamma}+\left(a_t-\frac{1}{r+a+b}x_t\right)^{\gamma-1}(a_t r-T-(a-b)x_t)+\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-r}{\gamma}\right)^2\frac{1}{1-\gamma}\,\sigma^2-x_t.$$

En consecuencia,

$$\beta_1\left(1+b\frac{1}{r+a-b}\right)=\left[\frac{\rho}{\gamma}+(a_t r-T-(a-b)x_t)+\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-r}{\gamma}\right)^2\frac{1}{1-\gamma}\sigma^2-x_t\right]^{\gamma-1}$$

Así

$$\beta_1=\left[\frac{1}{(1-\gamma)(r+a-b)-\gamma}\right]^{\gamma-1}$$

Ahora bien, si se sustituyen los valores de β_0 y β_1 en las ecuaciones (15) y (16), respectivamente, se tiene que:

$$c_t^*=x_t+h\left(a_t-\frac{x_t}{r+a-b}\right),\tag{17}$$

Donde la cantidad

$$h=(\beta_1(1+b\beta_0))^{\frac{1}{\gamma-1}}=\left[\left(\frac{1}{(1-\gamma)(r+a-b)-\gamma}\right)^{\gamma-1}\left(1-\frac{b}{r+a-b}\right)\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Es constante en el tiempo. Este resultado muestra la trayectoria óptima de lo que el vendedor consumirá en el futuro para satisfacer sus necesidades básicas de sobrevivencia. Observe que el consumo del individuo tiene que ser por lo menos x_t. El factor h representa la propensión marginal al consumo después del consumo de subsistencia.

En lo que sigue, por consistencia, se supondrá que la tasa de interés es mayor $a - b > 0$. Ahora bien, la cantidad

$$\theta_t^* = m\left(1 - \frac{\frac{x_t}{a_t}}{r + a - b}\right), \tag{18}$$

representa la proporción óptima del salario incierto con el que vendedor asegura que siga haciendo depósitos en cajas de ahorro. La constante

$$m = \frac{(\mu - r)}{(1 - \gamma)}\frac{1}{\sigma_t^2}$$

Que aparece en la ecuación (18) representa el premio al riesgo de mercado. A continuación se obtiene el proceso estocástico que genera la riqueza real del consumidor cuando las decisiones óptimas son aplicadas. Después de sustituir la proporción óptima en la ecuación (3), se obtiene

$$\mathrm{d}a_t = a_t\left[r + (\mu - r)\theta_t^* - \overline{T} - \frac{c_t^*}{a_t}\right]\mathrm{d}t - a_t\theta_t^*\sigma\mathrm{d}Z_t \tag{19}$$

y

$$l_t = \frac{a_t\theta_t^*}{n_t}$$

Si se retoma que $n_t = n_0 e^{\left(\mu\frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma Z_t}$, se sigue que

$$l_t = n_0 e^{-\left(\mu\frac{1}{2}\sigma^2\right)t - \sigma Z_t}\left[1 - \frac{\frac{x_t}{a_t}}{r + a - b}\right]\left(a_0 + \int_0^t a_s\left[r + (\mu - r)\theta_s^* - \overline{T} - \frac{c_s^*}{a_s}\right]\mathrm{d}s - \int_0^t a_s\theta_s^*\sigma\mathrm{d}Z_s\right) \tag{20}$$

Donde l_t representa las horas que el vendedor debe trabajar para ganar un salario que le permita mantener su consumo de subsistencia. Si se sustituye (20) en la ecuación (19), se tiene que la riqueza depende de las horas trabajadas por el vendedor a cambio de un salario y si hay un sobrante este lo ahorra en cajas de ahorro.

3. Evidencia empírica sobre el modelo

A continuación se presenta evidencia empírica sobre las relaciones relevantes de las variables del modelo propuesto para describir el comportamiento racional de un vendedor del sector informal. Para ello se consideran las variables; consumo, salario del vendedor como una proporción del salario del sector formal, la tasa de interés que se paga por hacer depósitos en cajas de ahorro y la tasa de la población económicamente activa que se encuentra en el sector informal.

El presente análisis utiliza series de tiempo mensuales para el periodo 2005-2011 con un total de 84 observaciones: Los datos faltantes fueron estimados por el método de simulación Monte Carlo, ya que en ocasiones no existen datos sobre las variables en cuestión.

El marco metodológico para examinar la relación que existe entre el consumo, salario, tasa de interés y pea_i (PEA informal) consiste de seis pruebas econométricas: a) análisis de raíces unitarias, b) análisis de cointegracion, c) causalidad de Granger, d) vectores autorregresivos, e) funciones de impulso-respuesta, y f) análisis de descomposición de la varianza; todas ellas realizadas con el programa de Eviews 6.

3.1 Análisis de raíces unitarias

Para analizar las relaciones entre dos o más variables es común ver si los procesos estocásticos que generan las series de tiempo son estacionarios. Se requiere que las series carezcan de raíces unitarias. La prueba más común sobre raíces unitarias es la Dickey-Fuller Aumentada (ADF), pero para hacer robusto el estudio se utilizaron otras pruebas disponibles: Dickey-Fuller GIS, Phillips-Perron, Kwiatkowski-Phillips-Schimidt-Shin (KPSS) y Elliot-Rothenberg-Stock, las cuales son mostradas en el Cuadro 1 en el que se observa que los resultados de las pruebas mencionadas anteriormente para las series de consumo, salario, interés y pea_i son estacionarias en primeras diferencias.

Cuadro 1
Raíces unitaria de las series de consumo, salario, interés y pea_i

	consumo	*salario*	*interés*	*pea_i*
		Dickey-Fuller Aumentada (DFA)		
		Estadístico t		
Valores críticos	-9.161960	-9.906639	-5.581728	-10.05447
1% nivel	-3.515536	-3.525618	-3.512290	-3.513344
5% nivel	-2.898623	-2.902953	-2.8972223	-2.897678
10% nivel	-2.586605	-2.588902	-2.585861	-2.586103
Prob. (MacKinnon)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		Dickey-Fuller GIS (ERS)		
		Estadístico t		
Valores críticos	-19.86810	-17.36750	- 5.616351	-11.64996
1% nivel	-3.656000	-3.652200	- 2.593468	-3.648400
5% nivel	-3.094000	-3.090800	- 1.944811	-3.087600
10% nivel	-2.80000	-2.797000	- 1.614175	-2.794000
Prob. = 0.0000	α= -1.666485	α=-1.582495	α=-0.099819	α=-1.254435
		Phillips-Perron		
		Estadístico t		
Valores críticos	-151.0412	-67.87913	-5.555142	-91.34681
1% nivel	-4.076860	-4.075340	-3.512290	-4.075340
5% nivel	-3.466966	-3.466248	-2.897223	-3.466248
10% nivel	-3.160198	-3.159780	-2.585861	-3.159780
Prob(MacKinnon)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)		
		Estadístico t		
Valores críticos	0.510000	0.239119	0.263776	0.054499
1% nivel	0.216000	0.216000	0.216000	0.216000
5% nivel	0.146000	0.146000	0.146000	0.146000
10% nivel	0.119000	0.119000	0.119000	0.119000
Prob. (MacKinnon)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		Contraste Elliot, Tothenberg and Stock Point Optimal (ERS)		
		Estadístico t		
Valores críticos	88735.20	107.0700	22.95597	69.32366
1% nivel	4.244800	4.244800	1.921200	4.245600
5% nivel	5.670400	5.244800	3.059600	5.668800
10% nivel	6.782400	6.782400	4.076400	6.782800
Prob.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Fuente: Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de INEGI

En todos los casos el rechazo a la hipótesis nula es fuerte. El estadístico *t* obtenido supera todos los valores críticos, señalando con ello el rechazo de la existencia de raíz unitaria aún en el exigente nivel de confianza de 1%. Además, la

probabilidad de MacKinnon confirma este resultado; en todos los casos es menor a 0.05%. En este caso,

H_0: consumo, salario, interés, pea_i, tienen raíz unitaria (No estacionaria).
H_a: consumo, salario, interés, pea_i, no tienen raíz unitaria (Estacionaria).

3.2 Análisis de cointegración

Al aplicar la prueba de Johansen, los resultados son favorables. Por un lado, el estadístico de la traza es mayor que los valores críticos a un nivel de 5% de significancia, por lo que se rechaza la hipótesis nula de la existencia de vectores cointegrantes y, por otro lado, la prueba del máximo eingenvalor posee conclusiones similares a las de la prueba de la traza.

Cuadro 2
Análisis de cointegración, modelo de Johansen

Prueba de rango de cointegración (Traza)				
Hipótesis N° EC(s)	*Eingenvalor*	*Estadística traza*	*0.05 Valor crítico*	*Probabilidad ***
Ninguno *	0.558537	197.8579	47.85613	0.0000
No más de 1*	0.505993	133.2626	29.79707	0.0000
No más de 2 *	0.482140	77.55142	15.49471	0.0000
No más de 3 *	0.276470	25.56540	3.841466	0.0000
Prueba de rango de cointegración sin restricción (Máximo eingenvalor)				
Hipótesis N° EC(s)	*Eingenvalor*	*Máximo eingenvalor*	*0.05 Valor crítico*	*Probabilidad ***
Ninguno *	0.558537	64.59529	27.58434	0.0000
No más de 1*	0.505993	55.71121	21.13162	0.0000
No más de 2 *	0.482140	51.98602	14.26460	0.0000
No más de 3 *	0.276470	25.56540	3.841466	0.0000

* Indica rechazo de la hipótesis al nivel de 0.05.;
**Mackinnon Haun-Michelis (1999) p values
La prueba de la traza indica 1 ecuación cointegrante (CE) al nivel de 0.05.
La prueba del máximo eigenvalue indica 2 ecuaciones cointegrantes al nivel de 0.05.
Fuente: Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de inegi.

El estadístico del máximo eingenvalor es mayor que el valor crítico a un nivel de 5%, por ello se rechaza la no existencia de vectores de cointegración, y se confirma, según el eingenvalor, que no hay más de un vector de cointegración. De acuerdo con la prueba de Johansen, el consumo, salario, tasa de interés interés y la pea_i mantienen una relación de equilibrio a largo plazo entre ellas.

3.3 Análisis de causalidad Granger

La prueba de causalidad de Granger busca determinar estadísticamente si el pasado de una variable contiene información que preceda al comportamiento de otra variable y que, por lo tanto, contribuya a explicarla y viceversa. Cabe aclarar que la causalidad de Granger es muy sensible al número de rezagos, si el valor estadístico *F* supera el valor tabulado, se rechaza la hipótesis nula y, por lo tanto, se aceptará que una variable causa a otra o viceversa. Las pruebas de causalidad de Granger se presentan en el cuadro 3. Observe que se identifica que existe bidireccionalidad entre las variables.

Cuadro 3
Resultados de prueba de causalidad de Granger

Rezagos		*consumo*	*Salario*	*interés*	*pea_i*
5	consumo		1.96778 (0.1266)	2.04083 (0.11575)	0.65073 (0.5871)
5	salario	0.67054 (0.5729)		0.24758 (0.24758)	0.48892 (0.6911)
5	interés	0.26450 (0.85076)	0.99443 (0.40054)		1.40465 (0.24832)
5	pea_i	1.74222 (0.1660)	0.60933 (0.6111)	1.07794 (0.36387)	

Fuente: Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de INEGI.

3.4 Vector autorregresivo

La metodología VAR está estrechamente ligada con la cointegración que se analizó en la sección anterior. Específicamente, si existe cointegración, entonces hay una representación de esta relación de largo plazo. Pero también se plantea que la cointegración es una condición necesaria para que se pueda realizar un modelo de corrección de error. De esta forma, se combina la idea de encontrar una relación estable de largo plazo con los ajustes estadísticos de los desequilibrios de corto plazo.

Para estimar el VAR es preciso identificar el grado de integración de las variables; sólo si presenta el mismo orden de integración se contará con información histórica relevante. Un factor importante del análisis VAR es el número de rezagos a emplearse, por lo que es necesario evaluar uno a uno cada rezago hasta encontrar el número óptimo. Con tal propósito es indispensable contrastar los criterios de

información estadística que genera cada especificación. En esta investigación se utilizan los criterios de Akaike y Schwarz que, en general, son muy parecidos, pero ocasionalmente pueden dar resultados distintos. En este caso se toma el criterio que ofrezca menos rezagos. Esto debido a que un incremento de rezagos disminuye R^2.

Cuadro 4
Definición de rezagos para el análisis VAR

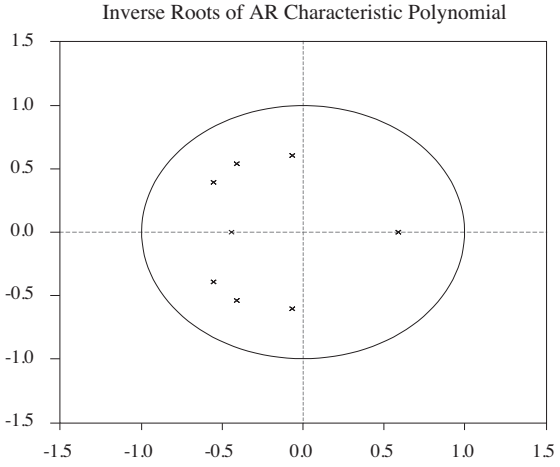
Lag	*LogL*	*LR*	*FPE*	*AIC*	*SC*	*HQ*
0	28.87269	NA	6.05e-06	-0.663272	-0.539672	-0.613920
1	75.38868	86.82985	2.69e-06	-1.477032	-0.859035*	-1.230272
2	104.0898	50.51395	1.92e-06	-1.815728	-0.703334	-1.371561*
3	122.6484	30.68348	1.81e-06	-1.883956	-0.277164	-1.242382
4	133.9787	17.52429	2.09e-06	-1.759432	0.341757	-0.920451
5	156.9593	33.09202*	1.79e-06*	-1.945581*	0.650006	-0.909192
6	167.9288	14.62598	2.14e-06	-1.811434	1.278550	-0.577637
7	177.9318	12.27042	2.67e-06	-1.651515	1.932866	-0.220311

* Indica el orden de rezago seleccionado por criterio
LR: criterio estadístico LR secuencial (toda prueba al nivel de 5%)
FPE: Error de predicción final
AIC: Criterio de información de Akaike
SC: Criterio de información de Schwarz
HQ: Criterio de información Hannan-Quinn
Fuente: Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de INEGI.

Otra característica importante es la estabilidad del VAR, la que se puede observar mediante el valor de sus raíces características. Con esto se asegura que ante choques de corto plazo las variables regresen a su trayectoria de equilibrio de largo plazo. Si no se diera el caso, se tendría un modelo explosivo, lo que no tendría sentido económico. Para verificar la estabilidad se deben analizar las raíces, las cuales tienen que ser menores a 1 en su valor absoluto. En el cuadro 4 se puede observar que el rezago óptimo para el VAR es 5.

Una vez definido el VAR se debe analizar si pasa pruebas de normalidad, heteroscedasticidad y estabilidad. Tanto la normalidad como la heteroscedasticidad pasan las mismas condiciones de estimación de MCO, es decir, su probabilidad es mayor a 0.05, y se rechaza la hipótesis nula de no normalidad con 0.05109 y no heterocedasticidad con 0.06901. La estabilidad, por su lado, analiza las raíces características, las cuales deben ser menores a 1, en la siguiente gráfica se muestran las cuatro variables analizadas y sus raíces son menores a 1 y están dentro del círculo de raíces unitarias.

Gráfica 4
Circulo de raíces unitarias



Fuente: Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de INEGI.

3.5 Análisis de impulso-respuesta

El análisis impulso-respuesta es un instrumento útil para evaluar la congruencia y la sensibilidad dinámica de las variables especificadas a un modelo, cuidando que no hayan covarianzas distintas a 0, es decir, errores correlacionados, ya que en ese caso sería imposible precisar la respuesta de las variables ante impulsos de variables específicas. El análisis indica la respuesta dinámica de la variable dependiente en el VAR ante cambios en los términos de error o innovaciones de todas las variables endógenas, excluyendo los efectos de las variables que expresamente se asignan como exógenas.

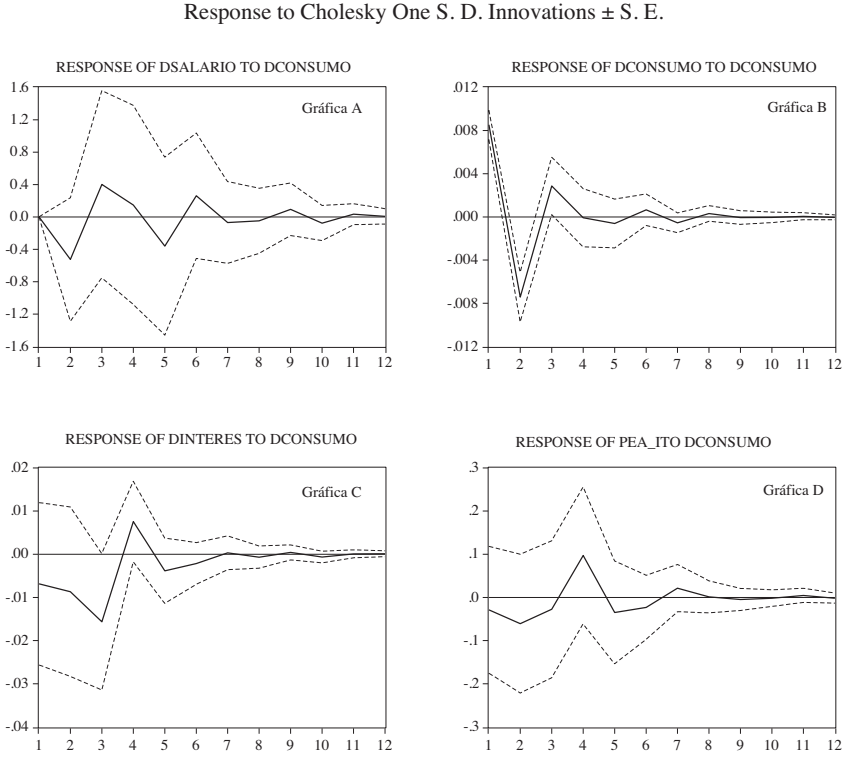
Cabe resaltar que la respuesta solamente puede ser calculada si el VAR se encuentra en equilibrio de largo plazo. Por otro lado, se debe considerar la longitud del cambio, ya que si este se considera muy corto no se puede observar con precisión la evolución de la estabilidad dinámica del VAR. De esta manera, si el VAR es estable, una perturbación hará que el sistema salga de su trayectoria de equilibrio, aunque después de algunos periodos vuelva al equilibrio. Los análisis del presente estudio se basan en un intervalo de un año a fin de observar el proceso de cambios y ajuste de manera completa. Aunque el proceso impulso-respuesta genera cuatro análisis (todas las variables contra todas); únicamente se examina el impulso de las cuatro variables sobre el consumo.

La Gráfica 5-A resume el impulso-respuesta del salario al consumo y todos los periodos son significativos. En los primeros 2 meses existe una respuesta negativa ante el consumo y después tiene una respuesta positiva, pero regresa a ser negativa en los meses cuatro y cinco y posteriormente toma una forma zigzagueante para llegar a un punto de equilibrio

La gráfica 5-B muestra como el impulso de consumo responde al mismo consumo en el cual primero es negativo y luego ligeramente positivo del quinto mes hasta el doceavo mes en que se observa un impacto positivo.

La gráfica 5-C muestra el impulso del interés ante el consumo, éste comienza negativo los primeros tres meses y crece durante los siguientes dos meses; el

Gráfica 5
Análisis impulso-respuesta del consumo, salario, interés, pea_i



Fuente: Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de INEGI.

impacto en el consumo se vuelve negativo en el quinto mes y positivo nuevamente al séptimo mes y después zigzaguea para llegar a la estabilidad.

Por último, en la gráfica 5-D la respuesta del consumo ante impulsos de la pea_i comienza en el primer periodo con un impacto negativo, que se vuelve positivo en el cuarto mes y negativo en el quinto. Posteriormente comienza a desaparecer el impulso y zigzaguea hasta llegar a la estabilidad.

3.6 Análisis de descomposición de la varianza

La descomposición de la varianza es un estudio complementario al análisis impulso-respuesta que proporciona en distintos periodos de tiempo el porcentaje de volatilidad que registra una variable por los choques de las demás. De esta manera es posible medir la volatilidad que genera la variable endógena a la variable exógena en un momento específico. En el cuadro 5 se resumen los resultados para el primer y doceavo periodo. Se observa que todas las variables tienen un fuerte comportamiento autorregresivo, estos en virtud de que después de 12 meses más de 90% de la varianza de cada variable se sigue explicando por sí misma, excepto el consumo con el 86% y la población económicamente activa ocupada en el sector informal con el 85%.

Cuadro 5
Descomposición de la varianza del consumo, salario, interés y pea_i

	Consumo	*salario*	*Interés*	*pea_i*
Periodo	90.57469	100.00	99.32857	98.10113
12 periodos	86.50735	92.18064	91.31583	85.98117

Fuente. Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de INEGI.

Otra manera de alcanzar la correcta especificación del modelo consiste en revisar la magnitud del error estándar de cada ecuación para los periodos considerados, esto es, el grado de dispersión de las estimaciones puntuales obtenidas en muestras de un tamaño determinado. Un mismo estimador ofrece distintos valores para diversas muestras del mismo tamaño extraídas de la misma población. Por lo tanto, se debe tener una medida de la variabilidad del estimador respecto del parámetro que se trate de estimar.

En el cuadro 6 se muestran los resultados y en él se observa, en primer lugar, que el error estándar es mayor al del salario con 354% y la pea_i con 65% y donde se presenta poca turbulencia, con bajo error estándar es en el consumo con 100%.

Cuadro 6
Error estándar del consumo, salario, interés y pea_i

	Consumo	*salario*	*Interés*	*pea_i*
Periodo	1.009113	3.544868	0.083702	0.656589
12 periodos	1.012756	5.721738	0.098635	0.800807

Fuente: Elaboración propia en Eviews 6 con datos obtenidos de INEGI.

Los diferentes análisis realizados evidencian que se mantiene una relación de equilibrio de largo plazo entre las variables. El análisis de causalidad de Granger muestra una relación bidireccional entre las variables. El análisis del vector autorregresivo confirma cointegración en el corto plazo, en tanto las funciones de impulso-respuesta indican que en todos los casos zigzaguean y se estabilizan alrededor del noveno mes. Finalmente, las desviaciones del equilibrio pueden presentarse desde el primer mes hasta el noveno.

Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un modelo estocástico sobre el comportamiento de un vendedor ambulante perteneciente al sector informal que desea mantener su consumo de subsistencia sujeto a las horas trabajadas ganando un ingreso incierto y donde la rutina de consumo, en la que el consumo pasado sí influye en el consumo futuro, es parte importante en la toma de decisiones de este vendedor como un agente racional.

Así mismo, para fortalecer los hallazgos teóricos encontrados se procedió a realizar un análisis econométrico con datos de consumo y salario del vendedor representativo, el interés que recibe al hacer depósitos en cajas de ahorro siempre y cuando haya un excedente. Los diferentes análisis evidencian que las variables en cuestión sí mantienen una relación de equilibrio de largo plazo. El análisis de causalidad de Granger confirma una relación bidireccional entre las variables. El análisis de vectores autorregresivos confirma cointegración en el corto plazo, en tanto las funciones de impulso respuesta indican un zigzagueo y se estabiliza alrededor del noveno mes.

Apéndice A
Dinámica de formación de hábitos

La dinámica de formación de hábitos se puede expresar como:

$$x_t = bc_t + (1-a)x_{t-1}$$
$$x_t - x_{t-\Delta} = bc_t\Delta - ax_t\Delta$$
$$\frac{x_t - x_{t-\Delta}}{\Delta} = bc_t - ax_t$$
$$\frac{dx}{dt} = bc_t - ax_t$$

Donde:

c_t : consumo en t,
x_t : formación del hábito en t,
x_{t-1} : formación del hábito $t - 1$.

Apéndice B
Lema de Itô para dos variables

Considere un sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas dadas por

$$\begin{cases} \mathrm{d}S_{1t} = \mu_1(S_{1t},t)\mathrm{d}t + \sigma_1(S_{1t},t)\mathrm{d}W_{1t} \\ \mathrm{d}S_{2t} = \mu_2(S_{2t},t)\mathrm{d}t + \sigma_2(S_{2t},t)\mathrm{d}W_{2t} \end{cases} \tag{B1}$$

Donde

$$Cov\,(\mathrm{d}W_{1t}, \mathrm{d}W_{2t}) = \rho\mathrm{d}t \tag{B2}$$

Si se define la función $y = f(S_{1t}, S_{2t}, t)$, la expansión de serie de Taylor de esta ecuación hasta llegar a términos de segundo orden es

$$\mathrm{d}y = \frac{\partial f}{\partial t}\mathrm{d}t + \frac{\partial f}{\partial S_{1t}}\mathrm{d}S_{1t} + \frac{\partial f}{\partial S_{2t}}\mathrm{d}S_{2t} + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}(\mathrm{d}t)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial S_{1t}^2}(\mathrm{d}S_{1t})^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial S_{2t}^2}(\mathrm{d}S_{2t})^2 + 2\left(\frac{\partial^2 f}{\partial S_{1t}\partial t}\mathrm{d}S_{1t}\mathrm{d}t + \frac{\partial^2 f}{\partial S_{2t}\partial t}\mathrm{d}S_{2t}\mathrm{d}t + \frac{\partial^2 f}{\partial S_{1t}\partial S_{2t}}\mathrm{d}S_{1t}\mathrm{d}S_{2t}\right)\right] \tag{B3}$$

Si se sustituyen en la ecuación (A1) las reglas básicas de diferenciación estocástica $(\mathrm{d}t)^2 = 0$, $(\mathrm{d}t)\,(\mathrm{d}W_t) = 0$ y $(\mathrm{d}W_t)^2 = \mathrm{d}t$, se obtiene el lema de Itô:

$$\mathrm{d}y = \left[\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial S_{1t}}\mu_1(S_{1t},t) + \frac{\partial f}{\partial S_{2t}}\mu_{2t}(S_{2t},t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S_{1t}^2}\sigma_1^2(S_{1t},t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S_{2t}^2}\sigma_2^2(S_{2t},t) + \frac{\partial f}{\partial S_{1t}\partial S_{2t}}\rho\sigma_1(S_{1t},t)\sigma_2(S_{2t},t)\right]\mathrm{d}t + \frac{\partial f}{\partial S_{1t}}\sigma_1(S_{1t},t)\mathrm{d}W_{1t} + \frac{\partial f}{\partial S_{2t}}\sigma_2(S_{2t},t)\mathrm{d}W_{2t} \tag{B4}$$

Bibliografía

Andrew, B. (1990). "Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses", *The American Economic Review*, Vol. 80, No. 2, pp. 38-42

Bodie, Z. and J. Detemple (2004). "Optimal Consumption-Portfolio Choices and Retirement Planning". *Journal of Economic Dynamic y Control.* Vol. 28, No. 6, pp. 1115-1148.

Breeden, D. (1986). "Consumption, Production, Inflation and Interest Rates: a Synthesis". *Journal of Financial Economics*. Vol. 16, No. 1, pp. 3-39.

Camargo, L. y H. Caicedo (2005). "Elementos conceptuales para el estudio de la economía informal en Villavicencio: Ventas informales". *Orinoquia*, Vol. 9, No. 1, pp. 6-18.

Campbell, J. and J. Cochrane (1999). "By Force of Habit: A Consumption Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior". *The Journal of Political Economy*, Vol. 107 No. 2, pp. 205-251.

Cervantes, N. y G. Gutiérrez (2008). "El concepto de economía informal y su aplicación en México: factibilidad, inconvenientes y propuestas". *Estudios Demográficos y Urbanos.* Vol. 23, No. 1, pp. 21-54.

Chapman, A. (1998). "Habit Formation and Aggregate Consumption. *Econometrica"*. Vol. 66, No. 5, pp. 1223-1230.

Constantinides, G. (1990). "Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle". *Journal of Political Economy*. Vol. 98, No. 3, pp. 519-543.

Cox, C. and C. Huang (1989). "Optimal Consumption and Portfolio Policies when Asset Prices Follow a Diffusion Process". *Journal of Economic Theory*. Vol. 89, No. 1, pp. 33-83.

Detemple, J. and F. Zapatero (1991). "Asset Prices in an Exchange Economy with Habit Formation". *Econometrica*. Vol. 59, No. 6, pp. 1633-1657.

Flores, D. y J. Valero (2005). "El sector informal en México: medición y cálculo para la recaudación potencial". *Ciencia UANL*. Vol. 8, No. 4, pp. 490-494.

González, G. (2004). "La globalización y el mercado de trabajo en México, problemas de desarrollo". *Revista latinoamericana de economía*. Vol. 35, No. 138, p.110.

Hall, R. (1978). "Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence". *Journal of Political Economic*. Vol. 86, No. 6, pp. 971-987.

Hall, R. (1988). "Intertemporal Substitution in Consumption". *The Journal of Political Economy*. Vol. 96, No. 2, pp. 339-357.

Hansen, L. and K. Singleton (1983). "Stochastic Consumption, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Asset Returns". *Journal of Political Economy*. Vol. 91, No. 2, pp. 249-265.

Hey, J. and D. Valentino (1988). "Optimal Consumption under Uncertainty: An Experimental Investigation". *The Economic Journal*. Vol. 98, No. 390, pp. 105-116.

Hicks, J. (1965). *Capital and growth*. Oxford University Press. New York.

Márquez, de la C. (2006). "Consumo duradero, hábitos y mercados de valores". *Revista Economía Aplicada*. Vol. 16, No. 42, pp. 5-33.

Martínez, J. (2005). "El sector informal en México". *El cotidiano*. Vol. 20, No. 130, pp. 31-45.

Merton, R. (1969). "Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time". *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 51, No. 3, pp. 247-257.

Merton, R. (1971). "Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model". *Journal of Economic Theory*. Vol. 3, pp. 373-413.

Miller, B. (1974). "Optimal Consumption with a Stochastic Income Stream". *Econometrica*. Vol. 42, No. 2, pp. 253-266.

Núñez, A. y C. Gómez (2008). "Controversia y debate sobre el sector informal". *Análisis Económico*. Vol. 23, No. 54, pp. 131-155.

Otero, J. (1993). *Econometría, series temporales y predicción*. Editorial AC. Madrid.

Pollak, S. (1970). "Habit Formation and Dynamic Demand Function". *Journal of Political Economy.* Vol. 78, No. 4, pp. 745-763.

Ryder, H. and G. Heal (1973). "Optimal Growth with Interteporally Dependent Preferences". *Review of Economic Studies*. Vol. 40, No. 1, pp. 1-33.

Sundaresan, S. (1989). "Intertemporally Dependent Preferences and the Volatility of Consumption and Wealth". *Rewiew of Financial Studies*. Vol.2, No.1, pp. 73-89.

Venegas-Martínez, F. (2008). *Riesgos financieros y económicos, productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*. Cengage. 2da. Edición. México.

Zheng, X. and X. Xu (2003). "Optimal Portfolio Rules with Habit Formation and Preference for Wealth". *Wuhan University Journal of Natural Sciences*. Vol. 8, No. 4, pp. 1057-1060.