

Convergencia dinámica de series temporales y su inconsistencia con la estacionariedad en análisis económicos

Dynamic convergence of time series and its inconsistency with stationarity in economic analysis

Recibido: 02/03/2022; aceptado: 23/agosto/2022; publicado:20/enero/2023

<https://doi.org/10.24275/uam/azc/dcsh/ae/2022v38n97/Liu>

Xuedong Liu Sun*
José Gerardo Covarrubias López**

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es analizar la posible inconsistencia entre la estacionariedad y la convergencia dinámica de las series temporales, pues en la ciencia económica con frecuencia se abordan ambos temas de forma independiente, sobre todo desde el punto de vista metodológico, se estudian de manera mutuamente excluyente. Sin embargo, estos dos enfoques se encuentran ampliamente relacionados y su estudio tiene el propósito común de realizar pronósticos y proyecciones en cualquier variable económica. Por ello, ante la especificación no adecuada de un modelo o la posible presencia de la espuriedad, la correspondencia teórica entre estas dos propiedades podría resultar incongruente en la práctica, sobre todo para las modelaciones de tipo autorregresivo debido al supuesto de ergodicidad, y de tal manera, los pronósticos realizados con base en este tipo de modelos podrían resultar erróneos dentro del análisis económico.

No obstante, este tipo de análisis no se ha realizado con claridad y profundidad hasta la fecha, lo que podría implicar una nueva línea de investigación en el análisis empírico sobre la estacionariedad y la convergencia dinámica en la economía, y en esta ocasión particular se relaciona con las variables que componen el comercio internacional y el ajuste cambiario en México.

Palabras clave: Serie de tiempo; Convergencia dinámica; Estacionariedad; Raíz Unitaria.

Clasificación JEL: C10; C32; C53; F00.



Esta obra está protegida bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional

* Profesor de Carrera Titular "C", adscrito a la Facultad de Estudios Superiores, Aragón, Universidad Nacional Autónoma de México. Correo electrónico: xdong@comunidad.unam.mx

** Investigador en estancia posdoctoral en la Facultad de Estudios Superiores, Aragón, Universidad Nacional Autónoma de México. Correo electrónico: gerardo_covarrubias_lopez@hotmail.com

Se reconoce y agradece ampliamente al Programa de Becas Posdoctorales en la UNAM.

ABSTRACT

The objective of this paper is to analyze the consistency between stationarity and dynamic convergence of time series, since in economic science both issues are often addressed independently, particularly from the methodological point of view, they are studied in a mutually exclusive manner. However, these two approaches are widely related, and their study has the common purpose of making forecasts and projections in any economic variable. For this reason, given the inappropriate specification of a model or the possible presence of spuriousness, the theoretical correspondence between these two properties could be incongruous in practice, especially for autoregressive modeling due to the assumption of ergodicity; in this way, the forecasts made based on this type of models could be erroneous within the economic analysis.

However, this type of analysis has not been carried out to date with clearness and deepness, which would mean a new line of research in the empirical analysis of stationarity and dynamic convergence in the economy, and in this specific case, the variables that make up international trade and the exchange rate adjustments in Mexico are involved.

Keywords: Time series; Dynamic convergence; Stationarity; Unit Root.

JEL Classification: C10; C32; C53; F00.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, se ha incrementado continuamente el interés por el estudio de los procesos estocásticos en la economía debido a los avances registrados en la econometría, sobre todo en las series de tiempo. Por un lado, la estacionariedad representa un estado particular del equilibrio estadístico y es un supuesto fundamental para llevar a cabo la especificación de un modelo que sea capaz de pronosticar una realización de los sucesos respectivos. Por otro lado, desde el enfoque del análisis de la estabilidad dinámica, el estudio de estos procesos se concentra en la convergencia al equilibrio para determinar el comportamiento de la serie mediante la formulación de ecuaciones en diferencias. Esto implica que los estudios de pronóstico y comportamiento de un proceso estocástico o serie temporal bajo estas dos vertientes analíticas se han desarrollado de manera mutuamente excluyente a pesar de que, en la teoría, son elementos ampliamente vinculados.

En el estudio de series de tiempo, dentro del análisis económico, la construcción de los modelos se centra generalmente en comprender la estructura dinámica de la serie y en la posibilidad de realizar un pronóstico del patrón dinámico del comportamiento temporal o la extrapolación de un proceso estocástico (Harvey, 1993; Maddala, 2001; Guerrero, 2011; Enders, 2015), donde el punto de partida es el conjunto de las características de sus componentes predictibles y la importancia que tienen los rezagos en el tiempo como núcleo del análisis dinámico.

Para tal propósito, se asume que este tipo de modelos surge del estudio de las ecuaciones en diferencias para interpretar los datos económicos, donde las variables involucradas en la modelación están representadas por una función de sus propios valores rezagados, el tiempo y otras variables en forma de modelos autorregresivos o de rezagos distribuidos¹.

Por ello, desde el punto de vista teórico, es conocido que existe una correspondencia entre la estacionariedad basada en el supuesto de ergodicidad (Spanos, 1998; Pérez, 2007; Gaitán 2013) y la convergencia dinámica, ya que, para fines de pronóstico de realizaciones, en la jerga de la econometría, la ergodicidad y por ende la estacionariedad son elementos clave, como lo es de manera análoga la

¹ En el análisis econométrico de series de tiempo, cuando la variable dependiente está explicada por uno o más rezagos de sí misma, el modelo se denomina autorregresivo; si las variables independientes son rezagos de otras variables, el modelo es conocido como modelo de rezagos distribuidos (Gujarati y Porter, 2010).

convergencia dinámica en el análisis de ecuaciones en diferencias. En otras palabras, la estacionariedad de la serie conduce necesariamente a su estabilidad dinámica o converge al equilibrio, y viceversa, no sólo de manera implícita sino también explícita.

Al respecto, es importante mencionar que en los manuales y libros de econometría que abordan este tema, se asevera que basta con probar la estacionariedad como un estado de equilibrio para construir un modelo y proyectar una realización. Sin embargo, como se podrá observar en el desarrollo de este trabajo en torno a la estacionariedad y la convergencia dinámica de las series temporales, desde un enfoque empírico en los análisis económicos se demostrará que con frecuencia las series económicas podrían resultar inconsistentes entre estas dos propiedades, fenómenos que no han sido abordados con evidencias suficientes en la literatura convencional.

La inconsistencia mencionada se puede observar con frecuencias en las variables económicas; en este caso particular se aplican tres series: el tipo de cambio del peso mexicano con el dólar estadounidense en dos distintos periodos y la balanza comercial en términos relativos entre México y China por el cociente o proporción estimada entre las importaciones y las exportaciones realizadas por México con su segundo socio comercial y principal abastecedor de diversos bienes tanto de consumo final como de consumo intermedio.

Concretamente, si bien la estacionariedad de la serie conduce necesariamente a su estabilidad dinámica o converge al equilibrio, y éste podría derivarse también de las series no estacionarias en los análisis econométricos, por ello, los modelos autorregresivos obtenidos de esta manera podrían resultar inadecuadamente especificados e incluso espurios, cuyos pronósticos o diagnósticos dentro del análisis económico no se encuentran fundamentados por el rigor científico ni la base teórica, independientemente de la precisión de los pronósticos.

Después de esta breve introducción, la estructura del trabajo se compone de tres secciones. En la primera se hace una aproximación teórica y conceptual de ambas propiedades, donde se explica la importancia de la estacionariedad en la modelación de un proceso estocástico en el tiempo discreto y su determinación mediante la prueba de raíz unitaria, condición necesaria en el equilibrio dinámico desde el punto de vista metodológico; y posteriormente, la consistencia teórica entre estos dos elementos. En la segunda sección se muestra la evidencia empírica del sesgo entre la estacionariedad y la convergencia mediante el análisis de las series de tiempo correspondientes a las dos variables económicas seleccionadas, utilizando las pruebas de raíz unitaria de Dickey-Fuller Aumentada (DFA) y Phillips-Perron (PP) para conocer su estacionariedad desde el punto de vista econométrico, y la convergencia en el modelo autorregresivo mediante la solución de las ecuaciones en diferencias desde el enfoque de la estabilidad. En la tercera sección se muestra la conciliación entre ellos dada la posible inconsistencia encontrada con origen en la espuriedad o en una especificación no adecuada del modelo, además de las características del supuesto de ergodicidad. Finalmente, se presentan las conclusiones de la investigación.

I. APROXIMACIÓN TEÓRICA Y CONCEPTUAL SOBRE LA RELACIÓN ESTACIONARIEDAD-CONVERGENCIA

Un proceso estocástico se define como un conjunto de elementos que hacen referencia a una secuencia o una serie a través del tiempo, cada elemento se entiende como una realización de un proceso aleatorio; es decir, cada observación de un proceso estocástico es una variable aleatoria, y estas cambian en función de leyes probabilísticas determinadas.

De acuerdo con Monsalve y Harmath (2015), el proceso estocástico es una familia de variables aleatorias ordenadas en un periodo de tiempo, donde cada variable aleatoria funge como una realización particular de un conjunto real de posibilidades; en este caso, es una familia de variables aleatorias que toma valores en los números naturales, N , debido a que se formulan modelos probabilísticos en forma de procesos dinámicos y tienen una secuencia discreta de observaciones en el tiempo. Por esta razón, las

ecuaciones en diferencias que surgen del análisis econométrico se desarrollan en un contexto de tiempo discreto.

Adicionalmente, la relación entre un proceso estocástico y su realización es análoga a la relación que existe entre la población y la muestra desde el punto de vista estadístico clásico. Así, del mismo modo que hacemos inferencias sobre la población a partir de datos muestrales, se llevan a cabo las inferencias sobre el proceso estocástico subyacente en las series de tiempo mediante la realización (Gujarati y Porter, 2010).

Es importante señalar que dentro del análisis dinámico, el cambio de tiempo continuo a tiempo discreto no produce ningún efecto sobre la naturaleza del análisis dinámico fundamental, pero se considera imperativo el hecho de cambiar la formulación del problema sin perder de vista que este se centra en hallar una trayectoria de tiempo a partir de un patrón conocido del cambio de una variable $y(t)$ con el tiempo, pero con la particularidad de que ahora el patrón de cambio se representa por el cociente en diferencias $\Delta y/\Delta t$, que sustituye a dy/dt utilizado en el tiempo continuo (Enders, 2015).

A continuación, se muestra un análisis dentro del contexto de tiempo discreto bajo la notación convencional que se utiliza en los libros de texto tanto para el análisis econométrico como para el análisis del equilibrio dinámico; ya que un modelo autorregresivo dentro de la jerga econométrica corresponde a una ecuación en diferencias dentro del análisis dinámico, únicamente se distinguen por el término estocástico de error.

En este respecto, el cociente en diferencias $\Delta y/\Delta t$ puede expresarse como Δy , pues $\Delta t = 1$ entonces la expresión de la ecuación (1) se denomina una ecuación en diferencia del primer orden para la variable y_t .

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad (1)$$

Como se puede observar, existe una correspondencia entre el planteamiento del problema en términos de ecuaciones en diferencias con el análisis econométrico de series temporales. Por lo que se puede inferir que el problema de pronosticar en econometría se encuentra estrechamente vinculado con la estimación de las ecuaciones en diferencias que contienen componentes estocásticos. Con base en ello, en las series de tiempo econométricas es posible estimar las propiedades de una serie o de un vector que contiene varias series independientes.

En la ecuación (2), tal y como menciona Enders (2015) se formaliza un caso especial de una ecuación lineal de orden n -ésimo con coeficientes constantes²:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i y_{t-i} + x_t \quad (2)$$

Este tipo de ecuaciones se aplica con frecuencia en la economía en las cuales, se prescribe que a_i representan un conjunto de funciones de la variable y_t dentro de la economía; por su parte, x_t es una función muy general; puede ser del tiempo actual o rezagado de varias variables o de perturbaciones estocásticas. Un caso especial digno de mención para la serie x_t es:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (3)$$

Donde β_i son constantes pertenecientes al conjunto de elementos individuales que conforman la serie $\{\varepsilon_t\}$ que todos son independientes de y_t . Para el caso específico del estudio econométrico de series temporales, esta variable puede ser una secuencia de *shocks* exógenos y, por tanto, no especificados; por ejemplo, un término aleatorio de error, donde $\beta_0 = 1; \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$, lo que implicaría un modelo autorregresivo, o sea:

² La ecuación es lineal porque el valor de la potencia de la variable dependiente es 1 y el orden está dado por el valor de n .

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_n y_{t-n} + \varepsilon_t \quad (4)$$

Donde $\{\varepsilon_t\}$ es un caso especial de $\{x_t\}$.

Regresando al análisis de la ecuación 2, apliquemos el operador primera diferencia al restar y_{t-1} en ambos lados:

$$y_t - y_{t-1} = a_0 + (a_1 - 1)y_{t-1} + \sum_{i=2}^n a_i y_{t-i} + x_t \quad (5)$$

Definiendo $\gamma = (a_1 - 1)$, obtenemos una ecuación en diferencias que expresa la primera diferencia de la variable en términos de sus rezagos.

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^n a_i y_{t-i} + x_t \quad (6)$$

La solución expresa el valor de y_t como una función de los elementos de la secuencia $\{x_t\}$ y el tiempo, para casos prácticos, algunos valores dados de la secuencia $\{y_t\}$ denominados condiciones iniciales.

La solución debe satisfacer la ecuación en diferencias para el rango de valores permitidos de t y $\{x_t\}$ de donde debe resultar una identidad, además de que, la solución de la ecuación en diferencias no necesariamente es la única pues existe una infinidad de soluciones tanto dentro del número real como del complejo.

La importancia de la estacionariedad en un proceso estocástico

En el análisis econométrico, la estacionariedad representa un estado particular de equilibrio estadístico y es base del análisis de series de tiempo (Box y Jenkins, 1976), en el que sus distribuciones de probabilidad se mantienen estables con el paso del tiempo; pues para cualquier subconjunto del proceso aleatorio, la distribución de probabilidad conjunta debe permanecer inalterada (Wooldridge, 2010). En otras palabras, la estacionariedad implica que cada vez que el sistema sea impactado por algún tipo de *shock*, este se ajustará nuevamente al equilibrio (Juselius, 2006) o desaparecerán gradualmente las consecuencias; es decir, un *shock* en el periodo t tendrá un efecto pequeño en el tiempo $t + 1$ y más pequeño en el $t + 2$ y así sucesivamente (Brooks, 2008).

De lo anterior, la estacionariedad estricta o de primer orden implica que no hay variación en la distribución de probabilidad ante valores igualmente separados y el tipo de estacionariedad presente implica la existencia de un error estocástico de ruido blanco. Por ello, si el proceso estocástico es no estacionario los resultados típicos de una regresión clásica no se consideran válidos, o simplemente podrían no tener un significado teórico dando lugar a las llamadas regresiones espurias o regresiones sin sentido (Asteriou y Hall, 2007).

Ante este problema de espuriedad o de regresiones sin sentido, como la definen Granger y Newbold (1974) con la idea inicial de Yule (1926), surgió la aplicación de los modelos de cointegración y mecanismo de corrección de error (MCE) para el largo plazo. En el caso de una ecuación con dos o más variables se utiliza el modelo de cointegración de Engle y Granger (1987); esto es, el modelo propuesto por Johansen (1988) y (1991) como sistemas de ecuaciones con vectores autorregresivos (VAR). Ambos con el entendido de que, en todos estos modelos, la estacionariedad de las series involucradas está implícita, ya que en el caso particular de que las series sean no estacionarias por definición, tendrían que ajustarse por medio de la diferenciación para convertirlas en estacionarias y así cointegren en el largo plazo.

Por este motivo, en la actualidad, al analizar un proceso estocástico o serie temporal, es de vital importancia determinar si este es estacionario o si está libre de raíz unitaria mediante la aplicación de pruebas tales como Dickey-Fuller Aumentada basada en la idea principal de Dickey y Fuller (1979), y Phillips-Perron (1988).

La prueba de raíz unitaria para determinar la estacionariedad

Dado lo anterior, consideremos la ecuación (7) como un proceso estocástico sin deriva.

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad (7)$$

Donde $u_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$.

Si $\rho = 1$ se trata de un modelo de caminata aleatoria sin deriva con presencia de raíz unitaria; o lo que, de acuerdo con la literatura convencional, es equivalente a la no estacionariedad de la serie. Por su parte, si $\rho < 1$, se trata de una serie estacionaria que a la vez también es convergente.

Al respecto, Gujarati y Porter (2010) plantean un cuestionamiento interesante: ¿por qué no simplemente hacer la regresión de Y_t sobre su valor rezagado en un periodo Y_{t-1} y se constata que ρ sea estadísticamente igual a 1? Si esto ocurre, Y_t sería no estacionaria. Al respecto, debido a que la regresión por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y la hipótesis de que $\rho = 1$ por medio de la prueba t acostumbrada podría traducirse en un sesgo muy marcado en la determinación de la existencia o no de la raíz unitaria; razón por la cual, se manipula la ecuación (7) restando Y_{t-1} en ambos lados simultáneamente para obtener la ecuación (8)

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t \quad (8)$$

Donde $\delta = (\rho - 1)$ y Δ es el operador de primera diferencia.

Por lo tanto, en lugar de estimar la regresión en la ecuación (7), se aplica en la ecuación (8) y se realiza la prueba:

$$H_0: \delta = 0 \text{ contra } H_1: \delta < 0$$

Dickey y Fuller (1979) probaron que el valor estadístico de t sigue el estadístico τ con base en simulaciones de Monte Carlo, cuyos valores de este estadístico fueron extendidos por McKinnon y actualmente son la base para la estimación de la prueba en su versión “aumentada”.

En este procedimiento se considera que un proceso de caminata aleatoria que en la práctica se permiten tres formas distintas:

- i. Y_t es una caminata aleatoria: $\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$
- ii. Y_t es una caminata aleatoria con deriva: $\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t$
- iii. Y_t es una caminata aleatoria con deriva alrededor de una tendencia determinista $\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t$

Donde t es la variable de tiempo o de tendencia.

En la prueba de la existencia de raíz unitaria, Gujarati y Porter (2010) destacan un punto importante: descartar la posibilidad de que δ sea positivo ($\delta > 0$) para los tres casos, porque si esto ocurre, $\rho > 1$ y de ser así, la serie de tiempo subyacente sería explosiva o divergente. No obstante, Gujarati y Porter (2010) no mencionan que no solo hay que omitir los valores positivos, sino también los menores que -2.

En ambas situaciones ($\rho > 1$ y $\rho < -2$), el término de error u_t ya no es una serie idéntica y no está sujeta a una distribución normal; por ello, ante los *shocks* derivados de cualquier frente, sus impactos en lugar de desaparecer paulatinamente y que la serie regresara a su senda normal de comportamiento, se incrementarían explosiva y oscilatoriamente.

En resumen, la no estacionariedad o la presencia de raíz unitaria y la divergencia dinámica de la misma serie temporal son consistentes.

Retomando las ecuaciones de los casos i y ii, cuando se rechaza la hipótesis nula y se concluye la ausencia de raíz unitaria de la serie, se tiene:

$$\begin{aligned}\delta &= \rho - 1 < 0 \\ \rho &< 1\end{aligned}$$

Debido a la definición previa en el dominio de ρ , la ausencia de raíz unitaria implicaría que $|\rho| < 1$, lo que equivale a cumplir con la condición de estabilidad dinámica en una ecuación en diferencias de primer orden (Enders, 2015). De tal manera, se comprueba que la estacionariedad de una serie necesariamente conduce a su convergencia.

Convergencia al equilibrio de un proceso estocástico: un enfoque de la estabilidad dinámica

Como indican Chiang y Wainwright (2006), dada una ecuación en diferencias con determinante como la ecuación (9), se define como una ecuación en diferencias de primer orden no homogénea, que es equivalente a un modelo autorregresivo del primer orden AR(1), o usualmente denominado como un proceso estocástico de caminata aleatoria (Random Walk) con deriva:

$$y_t + ay_{t-1} = c \quad (9)$$

Donde a y c son coeficientes.

La solución general de (9) consiste en la suma de una solución particular y_p y una solución complementaria y_c .

La solución particular de acuerdo con Chiang y Wainwright (2006), puede ser una constante o también una función de tiempo t , dependiendo de que $(1 + \alpha) = 0$, o en su caso, $\alpha = -1$.

Por su parte, la solución complementaria no es más que la de la ecuación homogénea como la ecuación (9), cuando $c = 0$.

Como se analiza en los libros de texto, y también ha sido aceptado dentro de la teoría convencional que en caso de existir la convergencia dinámica o la solución general es dinámicamente estable, la solución particular y_p representa el nivel de equilibrio intertemporal de la solución general; mientras que la solución complementaria y_c corresponde a las desviaciones de la trayectoria de tiempo respecto a su nivel de equilibrio.

De acuerdo con la ecuación en diferencias (9), la solución general podría tener dos tipos dependiendo de si $(1 + \alpha) = 0$ o no.

Solución tipo 1.

$$y_t = A(-a)^t + \frac{c}{1+a} \quad (10)$$

Donde, la solución complementaria es:

$$y_c = A(-a)^t$$

Y la particular es:

$$y_p = \frac{c}{1+a}, \text{ cuando } \alpha \neq -1$$

Solución tipo 2.

$$y_t = A(-a)^t + ct = A + ct \quad (11)$$

Donde, la solución complementaria es:

$$y_c = A(-a)^t = A$$

Y la particular es:

$$y_p = ct$$

Para la ecuación (11) se puede inferir que y_t adopta el valor de $A + ct$ y nunca podrá alcanzar a un nivel del equilibrio, ya que, con el transcurso del tiempo, la trayectoria se comporta de manera divergente monótonamente, debido a que $A \neq 0$ y, por lo tanto, habrá una tendencia explosiva con respecto al valor A .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_t = \lim_{n \rightarrow \infty} (A + ct) = A + \infty$$

Asimismo, de la ecuación (10), al estipular la condición de convergencia de la trayectoria de y_t hacia su nivel del equilibrio y_p , el caso de $a = +1$ se descarta automáticamente que, por cierto, es equivalente a la presencia de una raíz unitaria desde el punto de vista econométrico.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[A(-a)^t + \frac{c}{1+a} \right] = \frac{c}{2} \pm A$$

Lo anterior indicaría que la trayectoria y_t se encuentra en un rango $\left(\frac{c}{2} - A, \frac{c}{2} + A\right)$, lo cual es una fluctuación en el alrededor de $\frac{c}{2}$, que no es un punto del equilibrio.

Por su parte, de la ecuación (10), cuando $|a| < 1$, la cual es consistente con la de estacionariedad al no presentar la raíz unitaria de la serie; bajo estas circunstancias, la solución general converge hacia la solución particular de (10).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[A(-a)^t + \frac{c}{1+a} \right] = \frac{c}{1+a} = y_p$$

Finalmente, para la misma ecuación (10), cuando $|a| > 1$, la solución general en lugar de converger hacia la solución particular se encuentra con una trayectoria divergente u oscilatoria o monótonamente de acuerdo con el signo a .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[A(-a)^t + \frac{c}{1+a} \right] = \begin{cases} \text{Divergencia oscilatoria, cuando } a > 0 \\ \text{Divergencia monótona, cuando } a < 0 \end{cases}$$

Los modelos autorregresivos

Para los modelos autorregresivos sencillos de una variable en función de sus rezagos, el supuesto de estacionariedad no es un requerimiento; es decir, que no se encuentra implícito ni explícito en el proceso, y, en consecuencia, se podría proceder a la modelación de tipo autorregresivo, entre ellos, AR (1), AR (2), etc. Todos ellos se resuelven por mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Como se ha mencionado, en este tipo de modelos surge de manera inherente la formulación de ecuaciones estocásticas en diferencias para interpretar los datos económicos, pues las variables están en función de sus propios rezagos.

Asimismo, cabe mencionar que además de permitir el análisis de la misma serie y de pronosticar realizaciones en forma similar a los modelos VAR y de MCE, los autorregresivos tienen el alcance de proyectar la convergencia dinámica del equilibrio en el largo plazo, dadas las características de las ecuaciones en diferencias. Sin embargo, un modelo AR(n) podría basarse en una serie no necesariamente estacionaria, pero para otros tipos de análisis serial esto resultaría indispensable, razón por la cual, se propiciaría en algunas ocasiones las inconsistencias entre la estacionariedad y la convergencia dinámica de la misma variable económica. En términos generales, la estacionariedad de la serie conducirá automáticamente a la convergencia dinámica, pero el caso inverso no necesariamente se cumple.

II. EVIDENCIA EMPÍRICA DEL SESGO EN LA RELACIÓN ESTACIONARIEDAD-CONVERGENCIA

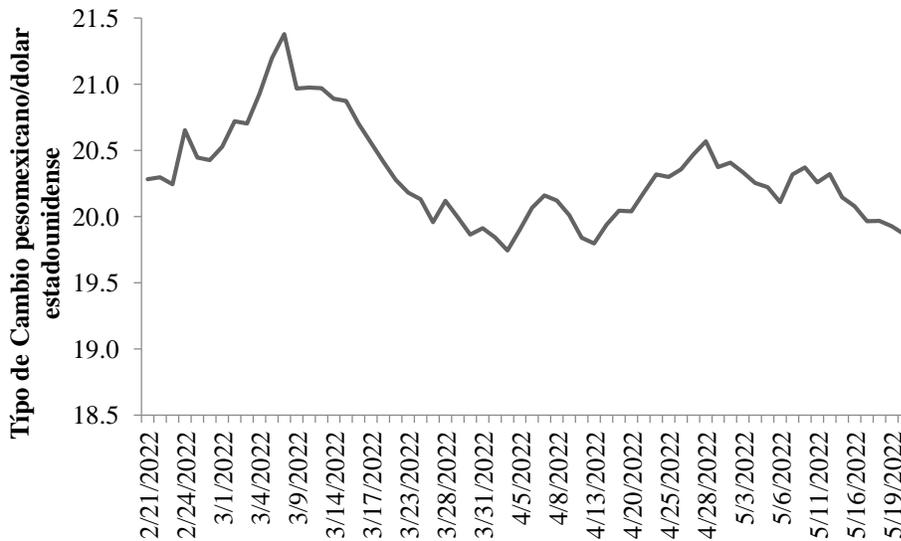
Para analizar de manera empírica la existencia de las posibles inconsistencias entre la estacionariedad y la convergencia dinámica en la misma serie, se estimó la prueba de raíz unitaria y la convergencia al equilibrio

en modelos autorregresivos AR(1) correspondientes a dos importantes series temporales de economía: el tipo del cambio diario entre el peso mexicano y el dólar norteamericano, y el cociente entre las importaciones mexicanas procedentes de China y las exportaciones recíprocas al país asiático (método aplicado por Liu y Covarrubias, 2021). De este modo, se obtuvieron resultados consistentes con la teoría para el caso convergente, pero no para el caso de la estabilidad dinámica y la no estacionariedad, que, en general, podría conducir a conclusiones ambiguas.

Análisis del tipo de cambio

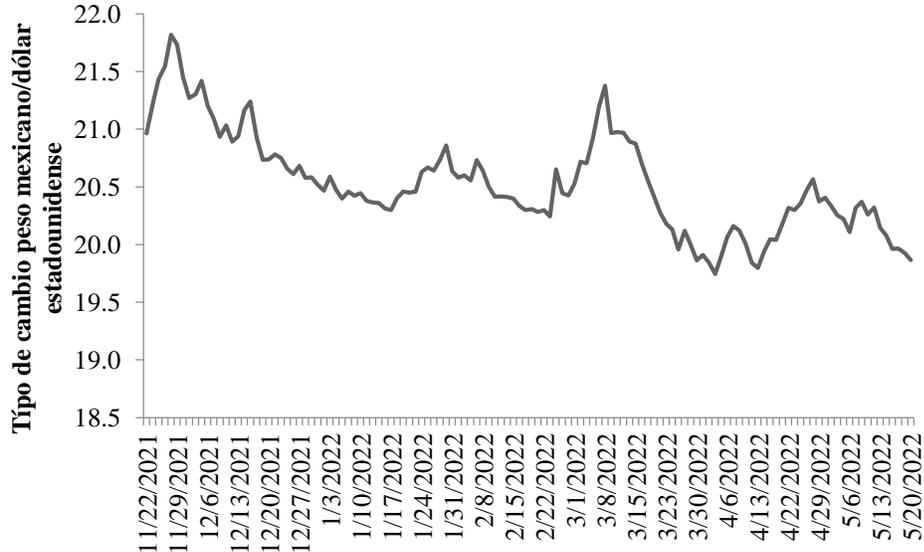
En las gráficas 1 y 2 se observa el comportamiento del tipo de cambio diario entre el peso mexicano y el dólar de Estados Unidos en dos lapsos distintos: el primero inicia el 21 de febrero de 2022 y el segundo el 22 de noviembre de 2021, y ambos finalizan al 20 de mayo de 2022 con un total de 62 y 126 observaciones respectivamente.

Gráfica 1
Tipo de cambio diario entre el peso mexicano y el dólar norteamericano, 21 de febrero a 20 de mayo de 2022
(62 observaciones)



Fuente: Banco de México (2022).

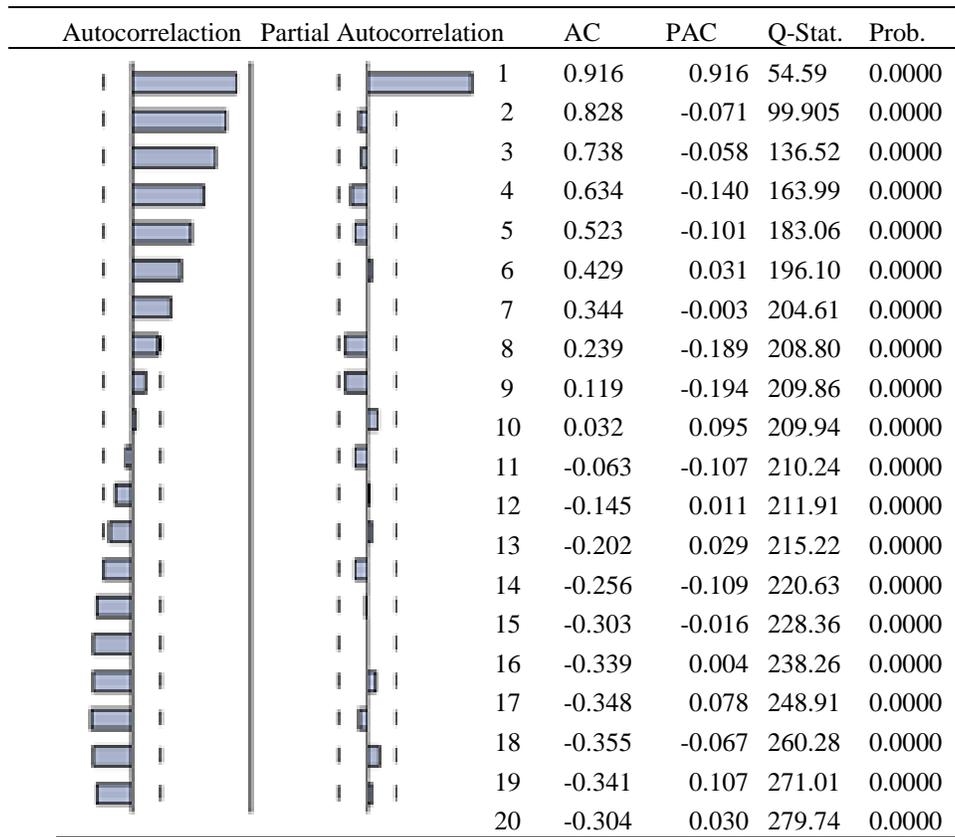
Gráfica 2
Tipo de cambio diario entre el peso mexicano y el dólar norteamericano 22 de noviembre de 2021 a
20 de mayo de 2022
(126 observaciones)



Fuente: Banco de México (2022).

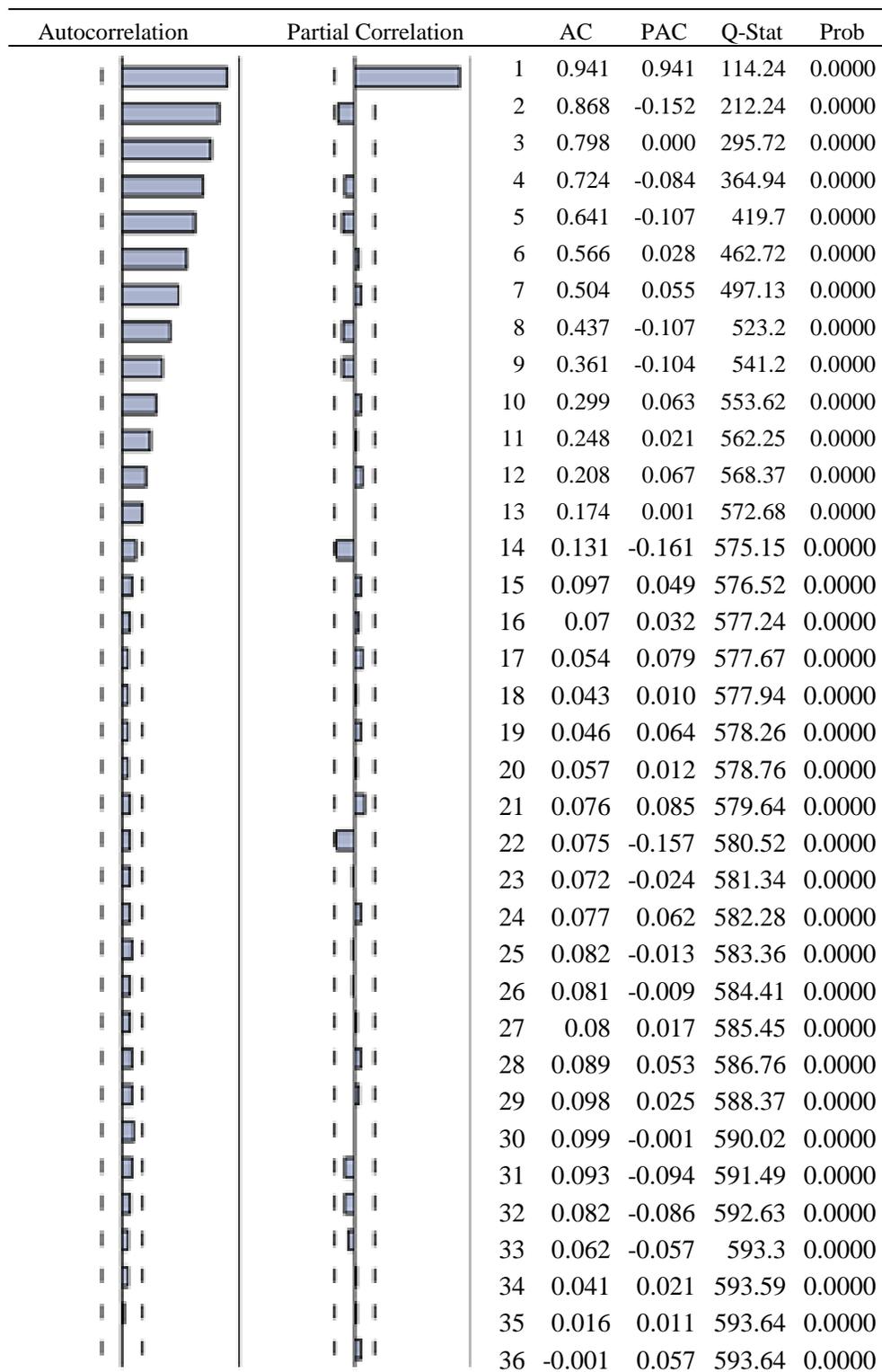
Tanto en la gráfica 1 como en la gráfica 2 se puede observar que, en apariencia, para ambos casos, se trataría de un proceso estocástico convergente, a pesar de que cuando el tiempo se prolonga, la tendencia convergente se evidenciaría cada vez más que antes. Por su parte, en cuanto a la estacionariedad, está pendiente la conclusión. A continuación, se muestran los correlogramas para ambas series (Gráfica 3 y gráfica 4) y los resultados obtenidos para la prueba de DFA y PP mediante el *software* econométrico *E-views* para comprobar su estacionariedad.

Gráfica 3
Correlograma del tipo de cambio para 62 observaciones



Fuente: Elaboración propia en *E-views*.

Gráfica 4
Correlograma del tipo de cambio para 126 observaciones



Fuente: Elaboración propia en *E-views*.

De acuerdo con la metodología convencional, en primera instancia se analiza el correlograma de las series. Para ambos casos, se puede observar que el coeficiente de autocorrelación es muy grande y va disminuyendo sistemáticamente; asimismo, la probabilidad del estadístico Q para todos los rezagos es 0.000, lo que implica que al 90%, 95% y al 99% de confianza se rechaza la hipótesis nula de que la suma de los cuadrados de los coeficientes de autocorrelación sea cero; lo que da fuertes indicios de la no estacionariedad.

En el cuadro 1 se muestran las pruebas respectivas de DFA y PP para las dos series.

Cuadro 1
Pruebas de DFA y Phillips-Perron

<i>Prueba de DFA</i>			<i>Prueba de PP</i>			
<i>Tipo de cambio (3 meses)</i>						
		Estadístico t	Valor_p		Estadístico t	Valor_p
	Estadístico DFA	-1.238936	0.6521		-1.431866	0.5609
Valores Críticos	1%	-3.542097		Valores Críticos	1%	-3.542097
	5%	-2.910019			5%	-2.910019
	10%	-2.592645			10%	-2.592645
<i>Tipo de cambio (6 meses)</i>						
		Estadístico t	Valor_p		Estadístico t	Valor_p
	Estadístico DFA	-1.496179	0.5324		-1.637816	0.4603
Valores Críticos	1%	-3.483312		Valores Críticos	1%	-3.483312
	5%	-2.884665			5%	-2.884665
	10%	-2.579180			10%	-2.579180

Fuente: Elaboración propia en *E-views*.

De lo anterior, se puede aseverar que el tipo de cambio no es una serie estacionaria en ninguna de sus dos modalidades bajo los niveles de confianza de 99%, 95% y 90%, aun incrementando el número de observaciones.

En cuanto a la estabilidad dinámica de acuerdo con la ecuación en diferencias derivada de la regresión, la trayectoria de la solución converge a su nivel del equilibrio, de acuerdo con los resultados obtenidos por la modelación AR (1), respectivamente, como se muestra en el Cuadro 2, de donde conducirían a la convergencia dinámica en 20.2045 y 20.3168 pesos por un dólar (Cuadro 3), respectivamente.

Cuadro 2
Modelos Autorregresivos AR (1)

<i>Variable Dependiente: TC (3 meses)</i>				
Variables Independiente	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico t	Valor_p
C	1.233566	1.00134	1.231915	0.2229
TC (-1)	0.938947	0.049278	19.05393	0.0000
<i>Variable Dependiente: TC (6 meses)</i>				
Variables Independiente	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico t	Valor_p
C	0.825129	0.557479	1.480107	0.1414
TC (-1)	0.959387	0.027144	35.34381	0.0000

Fuente: Estimación propia en *E-views*.

Cuadro 3
Resumen de las regresiones AR (1) del tipo de cambio

<i>Concepto</i>	<i>62 observaciones (3 meses)</i>	<i>126 observaciones (6 meses)</i>
Estacionariedad de la Serie	No	No
Ecuación en diferencias	$TC_t = 1.23 + 0.93TC_{t-1}$	$TC_t = 0.82 + 0.95TC_{t-1}$
Nivel de Equilibrio	20.2048	20.3168

Fuente: Elaboración propia.

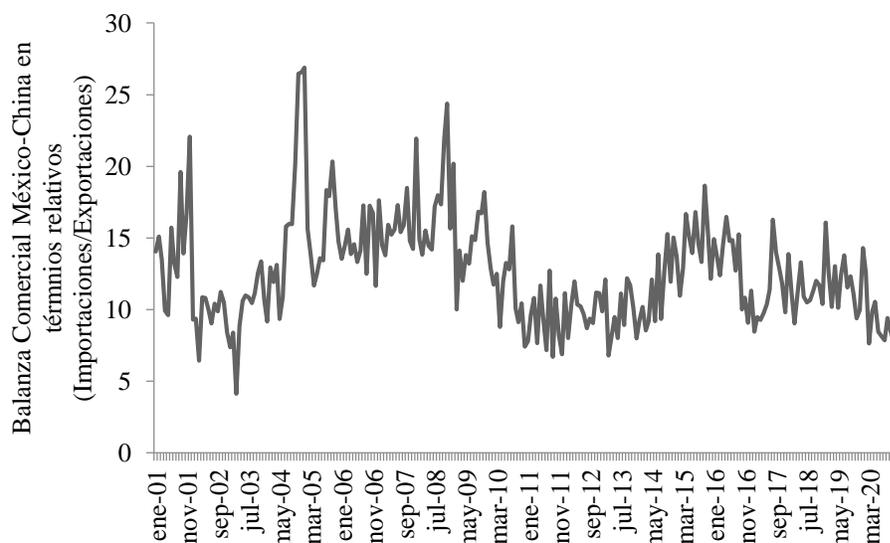
Lo anterior no solamente ocurre en el caso de una ecuación en diferencias de primer orden, sino también cuando estimamos una ecuación en diferencias de orden superior, independientemente de que las soluciones podrían implicar números imaginarios o no.

Balanza comercial de México con China: una estimación en términos relativos

Considerando el desequilibrio creciente de los intercambios comerciales que se realizan entre China y México en términos absolutos, no es fácil aplicar el análisis con el propósito de verificar la tendencia dinámica, y sobre todo de diagnosticar su estabilidad en el futuro. Por ello, se plantea la opción de utilizar un término relativo de la balanza comercial (BC) que se formaliza mediante el cociente entre las importaciones y las exportaciones realizadas por México en su comercio con China, con una periodicidad mensual desde enero de 2001 a diciembre de 2020.

La estimación arrojó un comportamiento de convergencia dinámica y con tendencia a la baja, al igual que las fluctuaciones que se presentan en la serie como se muestra en la gráfica 5.

Gráfica 5
Fluctuación mensual de los intercambios comerciales entre China y México, 2001-2020



Fuente: Elaboración propia con datos de secretaría de Economía (2022).

Al aplicar las pruebas DFA y de PP respectivamente para un modelo con intercepto (Cuadro 4) se obtienen los siguientes resultados, y en base de ellos, se comprueba el rechazo de la hipótesis nula y por lo tanto la ausencia de la raíz unitaria.

Cuadro 4
Prueba de raíz unitaria del cociente entre las importaciones y las exportaciones

<i>Prueba de DFA</i>			<i>Prueba del PP</i>			
<i>M/X</i>						
		Estadístico t	Valor_p		Estadístico t	Valor_p
Estadístico DFA		-6.937156	0.0000	Estadístico t	-6.92302	0.0000
Valores Críticos	1%	-3.457747		Valores Críticos	1%	-3.457747
	5%	-2.873492			5%	-2.873492
	10%	-2.573215			10%	-2.573215

Fuente: Elaboración propia de *E-views*.

En el cuadro 5 se muestran los resultados de la regresión auxiliar de la prueba de DFA, en la cual se estima la primera diferencia del cociente entre importaciones y exportaciones explicada por su primer rezago y una constante, tal como se indica en la ecuación 8, de donde se obtiene un valor de δ entre -2 y 0, por lo que se descarta la posibilidad de la existencia de una raíz unitaria, y en consecuencia se confirma la estacionariedad.

Cuadro 5
Regresión auxiliar de la prueba de DFA

<i>Variable Dependiente: D(BC)</i>				
Variables Independiente	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico t	Valor_p
BC (-1)	-0.339202	0.048896	-6.937156	0.0000
C	4.261882	0.642928	6.628863	0.0000

Fuente: Elaboración propia en *E-views*.

Dado que $\delta = \rho - 1$, se puede observar claramente que el coeficiente autorregresivo es $\rho = 0.66$ un valor que coincide con la estimación del modelo AR (1) como se muestra en el cuadro 6.

Cuadro 6
Estimación del modelo AR (1)

<i>Variable Dependiente: BC</i>				
Variables Independiente	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico t	Valor_p
C	4.261882	0.642928	6.628863	0.0000
BC (-1)	0.660798	0.048896	13.51422	0.0000

Fuente: Elaboración propia en *E-views*.

De acuerdo con estos resultados, se obtiene la ecuación en diferencias de primer orden:

$$BC_t = 4.2619 + 0.6608BC_{t-1} \quad (15)$$

Cuya solución general es: $y(t) = A(0.6615)^t + 12.5835$

Donde A es el coeficiente distinto de cero con un nivel de equilibrio de 12.5835 cuando t tiende a infinito; es decir, que, dentro del análisis dinámico, la proporción entre las importaciones y las exportaciones que realiza México con China convergen hacia 12.5835, lo que implicaría que por cada dólar que exporta México al país asiático, se tendría que importar 12.5835 dólares como el nivel del equilibrio.

Desde el enfoque del análisis dinámico, se cumple la condición de convergencia y estabilidad, $|\rho| < 1$. Asimismo, desde el enfoque econométrico, δ es estadísticamente significativo, y dado que el *valor p* de la prueba es 0.0000, se rechaza la hipótesis nula de la existencia de raíz unitaria al 99%, 95% y 90% de confianza. respectivamente. En efecto, se trata de un proceso estocástico estacionario y que además es convergente. Este resultado sugiere que, ante el saldo deficitario creciente para México, la brecha entre las importaciones y las exportaciones tendería a estabilizarse a pesar de las fluctuaciones persistentes.

De los tres casos analizados, se puede concluir que los pronósticos relacionados con el tipo de cambio no necesariamente proporcionarían resultados confiables ya que se tratan series no estacionarias a pesar de registrar mayor exactitud de acuerdo con R^2 y R^2 ajustada en comparación con la serie del cociente entre las importaciones y las exportaciones mexicanas con China.

Lo anterior también indica que la convergencia dinámica de una serie de acuerdo con el modelo autorregresivo podría tratarse de una variable económica con estacionariedad o también podría tratarse de una sin la estacionariedad. Cuando la convergencia dinámica y la estacionariedad de la misma serie coincide, tal como la brecha entre las importaciones y las exportaciones, los análisis econométricos y de las ecuaciones

en diferencias conducirían a la consistencia tal como se contempla en la teoría, y, en consecuencia, los pronósticos basados en el modelo autorregresivo cumplen los requisitos de regresión al menos teóricamente y son confiables.

Sin embargo, para los dos casos referentes al tipo de cambio en sus dos distintas modalidades, la estabilidad dinámica de la solución derivada de las ecuaciones en diferencias y la no estacionariedad de las dos variables se encuentran inconsistentes. Por un lado, desde el enfoque del equilibrio dinámico, se comprueba que, a largo plazo, el tipo de cambio diario entre el peso mexicano y dólar norteamericano se convergería hacia un nivel de estabilidad dinámica independientemente de su modalidad de referencia de tres meses o de seis meses.

Por otro lado, la aplicación respectiva de las pruebas DFA y PP confirma la no estacionariedad del tipo de cambio desde el punto de vista econométrico, lo cual aparentemente no concuerda con la convergencia dinámica de la misma serie, por ello propiciarían la inconsistencia entre la no estacionariedad y la convergencia dinámica de la misma serie temporal. En este sentido, el modelo autorregresivo tipo de ecuaciones en diferencias carecería de fundamento teórico y podría tratarse de la presencia de fallas de especificación e incluso se tratarían de regresiones espurias, y la confiabilidad y la eficiencia en los pronósticos serían altamente cuestionables.

De tal manera, de no presentar la consistencia entre la estacionariedad a partir de la aplicación de las pruebas DFA y PP por un lado y la convergencia dinámica desde el modelo autorregresivo de ecuaciones en diferencias, podría derivar una evidencia de que los pronósticos realizados para las variables económicas no cuentan con fundamentos teóricos.

III. RESULTADOS: CONCILIACIÓN ENTRE LA ESTACIONARIEDAD Y LA CONVERGENCIA

Después del análisis empírico realizado, se obtuvo que los procesos estocásticos estacionarios representan un subconjunto de los procesos estocásticos convergentes, esto implicaría que existen procesos estocásticos convergentes no estacionarios. En otras palabras, si un proceso estocástico fuera estacionario, también sería convergente; pero si fuera convergente, no necesariamente sería estacionario debido a que estaría violando el supuesto de ergodicidad y de estacionariedad en la econometría.

Por ello, en el caso de una regresión de rezagos distribuidos, la no estacionariedad se podría traducir en una regresión no especificada adecuadamente, e incluso espuria, por lo que se requeriría comprobar la adecuación del modelo de regresión.

En general, este conjunto de elementos encontrados en el estudio no se ha analizado con claridad hasta la fecha, lo que significaría una nueva línea de investigación en el análisis empírico sobre la estacionariedad y la convergencia dinámica en economía.

La ergodicidad como factor de incertidumbre

Como ya se ha mencionado, la relación que existe entre un proceso estocástico y su realización es análoga a la existente entre la población y la muestra en el análisis estadístico clásico. Los procesos estocásticos se describen por medio de una distribución conjunta de probabilidades, la cual no se puede determinar con precisión y se lleva a la práctica por medio de los primeros y segundos momentos de la variable aleatoria, incluso hasta de orden superior, pues dentro del análisis econométrico se asume la ergodicidad (Monsalve y Harmath, 2015) además, las series económicas se consideran sistemas que, con el paso del tiempo se

pueden deshacer de los efectos del pasado y que poseen un equilibrio del largo plazo que es independiente de las condiciones iniciales (Gaitán, 2013)³.

En términos generales, el hecho de asumir la ergodicidad, implica establecer la estacionariedad del proceso estocástico, donde sus propiedades se conservan en las realizaciones. Es decir, un proceso estocástico se denomina estrictamente estacionario si la distribución conjunta de $(x_{t_1}, \dots, x_{t_m})$ es idéntica a la distribución de $(x_{t_1+k}, \dots, x_{t_m+k})$ donde k es una variación arbitraria en el eje del tiempo y (t_1, \dots, t_m) es una colección de m valores en el eje del tiempo (Spanos, 1998; Pérez, 2007). Dicho de otro modo, una serie de tiempo es ergódica si los momentos relativos a la muestra convergen a los momentos tanto primarios como centrales de la población; asimismo, si un proceso estocástico es estacionario, pero no ergódico la incertidumbre suele caracterizar la dinámica del proceso.

La estacionariedad estricta o de primer orden implica que no hay variación en la distribución de probabilidad ante valores igualmente separados; esto es, la estacionariedad implica un error estocástico tipo druido blanco. Esto se trata de un proceso estocástico puramente aleatorio con media cero, varianza constante, que no está seriamente correlacionado y además está independiente e idénticamente distribuido como una normal; este se denota como $u_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$.

Una forma sencilla y habitual para caracterizar las propiedades del proceso estocástico es suponer la normalidad conjunta de la distribución; no obstante, esto es poco probable y más aún en el contexto económico y financiero dada la volatilidad que se presenta en este tipo de series. Otra opción es suponer que el proceso es lineal; dicho en otras palabras, los valores actuales del proceso estocástico son generados mediante una combinación lineal de los valores rezagados del propio proceso y otros procesos relacionados con la finalidad de extraer sus principales características. Aun aplicando ambos supuestos, es poco probable, por no decir imposible el hecho de inferir el total de parámetros a partir de un determinado número de observaciones de un proceso estocástico, e incluso en muestras aleatorias de gran tamaño (Spanos, 1998).

En este sentido, los especialistas mencionan la necesidad de hacer una simplificación de dichos supuestos introduciendo un nuevo supuesto: la ergodicidad del proceso. Aunque al igual que en los casos anteriores, no es posible verificar esta propiedad. En este sentido, la teoría ergódica se construye sobre las bases de los teoremas de convergencia, el estudio de varias propiedades de recurrencia y la teoría de la entropía⁴.

Por obvias razones, esto no ocurre en los procesos no estacionarios, en los cuales la media y/o la varianza varían con el tiempo, y, por lo tanto, al ser no estacionarios, no se cumple el supuesto ergódico; en consecuencia, no se aplicaría para efectos de pronóstico.

El ejemplo más común para hacer referencia a un proceso estocástico no estacionario es la caminata aleatoria donde persisten los *shocks* que no se desvanecerían con el paso del tiempo.

Cabe señalar que, en los textos convencionales de econometría se hace referencia al concepto de estacionariedad y sus condiciones, pero difícilmente se indica el trasfondo teórico detrás de él como es el supuesto basado en la teoría ergódica, que reduce la incertidumbre e implica estacionariedad del proceso estocástico, pues la estacionariedad supone que la media, la varianza y la autocovarianza son constantes.

En otras palabras, el supuesto de ergodicidad implica que la serie es estacionaria, lo que induce una homogeneidad considerable en el proceso estocástico, y por ello reduce la incertidumbre como una simplificación de los supuestos. Entonces, si la serie analizada no es estacionaria, la ergodicidad no se satisface; y en consecuencia no existiría estabilidad y convergencia en la serie, por lo que los coeficientes obtenidos de la simulación son resultado de la espuriedad o de una especificación errónea del modelo.

³ En su trabajo, se demostró con el aumento del tamaño de la muestra ratifica aún más la no existencia de ergodicidad en las variables escogidas (Gaitán, 2013).

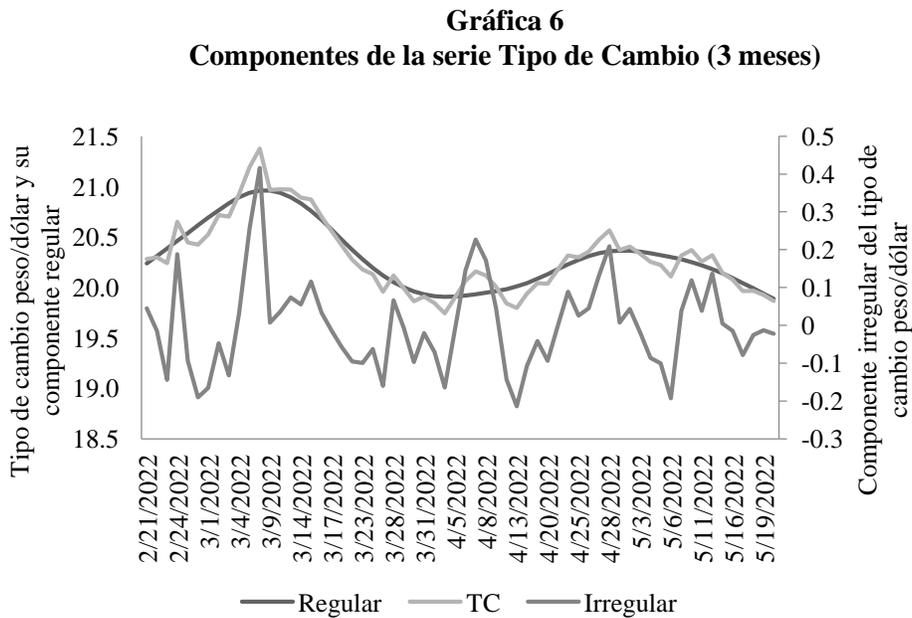
⁴ Un análisis completo para los fines que persigue este documento se presenta en el documento de Gutiérrez (1992) quien profundiza en la Teoría Ergódica y sugiere revisar Petersen (1983), Walters (1982), Bilinsley (1965) y Szlenk (1979).

Soluciones de las inconsistencias entre la estacionariedad y la convergencia dinámica

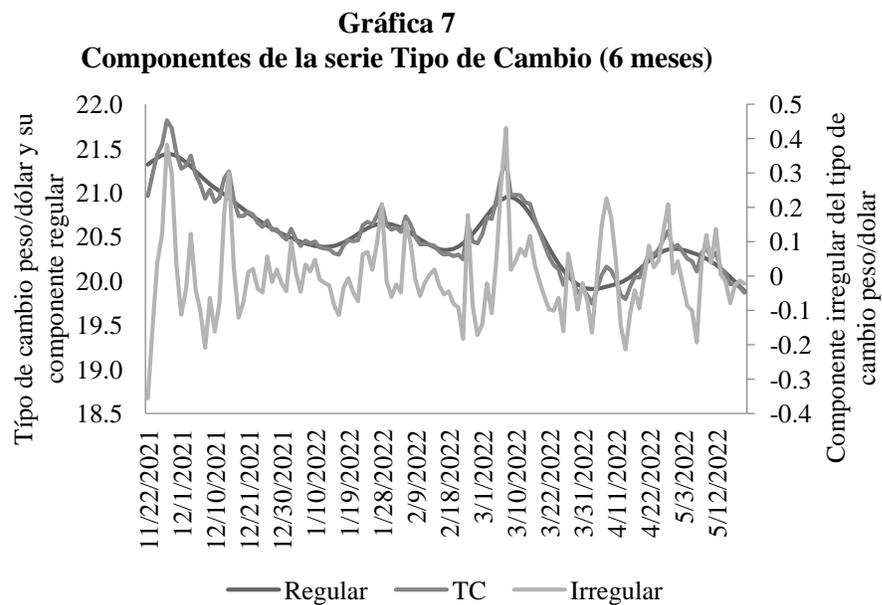
En los textos convencionales, la primera forma de transformar una serie no estacionaria en una estacionaria es diferenciarla; sin embargo, a pesar de las diferenciaciones realizadas, con frecuencia la variable puede seguir manteniendo su no estacionariedad. Además, mientras mayor grado de diferenciación que se efectúa, la serie perdería su originalidad y por ende se complicaría la interpretación de los resultados.

Otra solución es la descomposición mediante herramientas tales como el Filtro de Hodrick-Prescott, con lo cual se eliminarían los elementos regulares, que incluyen la tendencia, la estacionalidad y el ciclo, y finalmente la variable se representa solamente por la parte irregular y se transformaría en una serie estacionaria.

En los dos casos del tipo de cambio, en lapsos de 3 y 6 meses respectivamente, ya está comprobada su no estacionariedad (Cuadro 1). Sin embargo, la parte irregular extraída de la misma serie después de eliminar los efectos generados por la tendencia y el ciclo mediante el filtro de Hodrick-Prescott, ya se convertirá en series estacionarias. En la gráfica 6 y en la gráfica 7 se observa la descomposición de cada una de las series en sus componentes regulares e irregulares.



Fuente: Elaboración propia con base en datos de Banco de México (2022)



Fuente: Elaboración propia con base en datos de Banco de México (2022).

Asimismo, en el cuadro 7 se muestran las pruebas de estacionariedad para ambas series.

Cuadro 7
Pruebas de estacionariedad de los componentes irregulares

		<i>Prueba de DFA</i>		<i>Prueba de PP</i>	
<i>Tipo de cambio (3 meses)</i>					
		Estadístico t	Valor_p	Estadístico t	Valor_p
	Estadístico DFA	-4.695111	0.0003	-4.744404	0.0002
Valores Críticos	1%	-3.542097		Valores Críticos	1%
	5%	-2.910019		5%	-2.910019
	10%	-2.592645		10%	-2.592645
<i>Tipo de cambio (6 meses)</i>					
		Estadístico t	Valor_p	Estadístico t	Valor_p
	Estadístico DFA	-7.577936	0.0000	-6.765613	0.0000
Valores Críticos	1%	-3.483751		Valores Críticos	1%
	5%	-2.884856		5%	-2.884665
	10%	-2.579282		10%	-2.579180

Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIONES

En el análisis de un proceso estocástico, la estacionariedad y la estabilidad dinámica de la serie económica deberían conservar una relación bicondicional, sobre todo para las modelaciones del tipo AR para garantizar la seriedad de los pronósticos, ya que con frecuencia, la convergencia dinámica de una serie podría ser resultante de una serie temporal no estacionaria, tal como se observa en el caso del tipo de cambio diario

entre el peso mexicano y el dólar norteamericano tanto en un lapso de 3 meses como de 6 meses (62 y 126 observaciones respetivamente).

Por ello, la no estacionariedad de la serie podría reflejar la especificación no adecuada del modelo e incluso espuriedad, y al aplicarse para pronósticos o para proyecciones en los análisis económicos, no necesariamente se desvanecen las desviaciones con respecto a sus valores verdaderos o tendencias reales a través del tiempo. Es decir, la posible convergencia dinámica derivada de una variable económica no estacionaria podría no reflejar la verdadera trayectoria temporal, y en cierto sentido, se catalogaría como una convergencia dinámica falsa.

Considérese además que, si se asume la ergodicidad de la serie, la estacionariedad implica una simplificación de los supuestos y se asume también que la muestra conserva las propiedades de la población. En general, el supuesto de ergodicidad del proceso estocástico implica estacionariedad, y esta a su vez, induciría homogeneidad considerable a la misma variable, y con la cual reduciría la incertidumbre como una simplificación de los supuestos. En su caso contrario, no habría estabilidad y convergencia en la serie, por lo que los coeficientes obtenidos son consecuencia de la posible espuriedad o la especificación errónea del modelo.

REFERENCIAS

- Asteriou, D. & Hall, S. (2007). *Applied Econometrics. A Modern Approach*, New York: Palgrave McMillan.
- Banco de México (2022). Sistema de Información Económica. Disponible en <https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=6&accion=consultarCuadro&idCuadro=CF102&locale=es>. Fecha de consulta 22 de mayo de 2022.
- Box, G. E. & Jenkins, G. (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, San Francisco: Holden Day, revised edition.
- Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. Second Edition, Cambridge University Press.
- Chiang, A. & Wainwright, K. (2006). *Fundamentos de Economía Matemática*. Cuarta Edición, México: McGraw-Hill.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979). Distribution of Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, Vol.74, no. 366, pp. 366 427-431 <https://doi.org/10.2307/2286348>.
- Enders, Walter (2015), *Applied Econometrics Time Series* United States: 4th edition Wiley.
- Engle, R. & Granger, C. W. J. (1987). Cointegration and error correction representation, estimation and testing, *Econometrica*, Vol. 55, no.2, pp. 251-276. <https://doi.org/10.2307/1913236>.
- Gaitán Ochoa, J. (2013), Análisis Económico de Ergodicidad, Universidad de los Andes, Colombia, 17 de enero de 2013. <https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/25023/u627780.pdf?sequence=1>. Fecha de consulta: 27 de mayo de 2022.
- Granger, C.W. J. & Newbold, P. (1974). Spurious regressions in econometrics, *Journal of econometrics*, Vol. 2 (2), pp. 111-120. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(74\)90034-7](https://doi.org/10.1016/0304-4076(74)90034-7).
- Guerrero, C. (2011). *Introducción a la Econometría Aplicada*, México: Editorial Trillas.
- Gujarati, D. N. y Porter, D. C. (2010). *Econometría*, México: Quinta Edición McGraw-Hill.
- Gutiérrez, C. (1992). Introducción a la Teoría Ergódica. *Pro Mathematica*. Vol.VI, nos. 11-12. 102 pp.
- Harvey, A. C. (1993). *Time Series Model*, 2nd Edition. Hemel Hemstead: Harvester Wheatsheaf.
- Johansen, S. (1988). Statistical Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, pp.231–254. [https://doi.org/10.1016/0165-1889\(88\)90041-3](https://doi.org/10.1016/0165-1889(88)90041-3).
- Johansen, S. (1991). *The role of the constant term in cointegration analysis of non stationary variables*. University of Copenhagen, Institute of Mathematical Statistics.

- Juselius, K. (2006), *The Cointegrated VAR Model. Methodology and Applications. Advanced Texts in Econometrics*. Oxford University Press.
- Liu, X., y Covarrubias, G. (2021). Convergencia dinámica de los intercambios comerciales entre China y México, 1993-2019. *Problemas Del Desarrollo. Revista Latinoamericana De Economía*, Vol. 52 no.206, pp. 169-196 <https://doi.org/10.22201/ieec.20078951e.2021.206.69779>.
- Maddala, G. S. (2001). *Introduction to Econometrics*. Third Edition, Wiley.
- Monsalve, A. y Harmath, P. (2015). *Introducción al Análisis de Series de Tiempo con Aplicaciones a la Econometría y Finanzas*. Venezuela: XXVIII Escuela Venezolana de Matemáticas EMALCA-Venezuela.
- Pérez, C. (2007). *Econometría Básica: Técnicas y Herramientas*. Madrid: Prentice Hall.
- Phillips, P. & Perron, P. (1988). Testing for a Unit Root in Time Series Regression. *Biometrika*, Vol.75 no.2, pp.335–346. <https://doi.org/10.2307/2336182>.
- Petersen, K. (1983). *Ergodic Theory*. Cambridge University Press.
- Secretaría de Economía (2022). Sistema de consulta de Información Estadística por país. Disponible en: http://www.economia-snci.gob.mx/sic_php/pages/estadisticas/
- Spanos A. (1998) *Statistical Foundations of Econometric Modelling*. Cambridge University Press.
- Szlenk, W. (1979). *Introducción a la Teoría Ergódica*. México: Publicaciones del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
- Walters, P. (1982). *An Introduction to Ergodic Theory*. Springer Verlag.
- Wooldridge, J. M. (2010). *Introducción a la Econometría: Un enfoque moderno* 4ª Edición. México, D.F.: CENGAGE Learning.
- Yule, G. (1926). Why do we Sometimes get Nonsense-Correlations between Time-Series? A Study in Sampling and the Nature of Time-Series. *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 89, no. 1, pp. 1-63. <https://doi.org/10.2307/2341482>