

Fronteras de eficiencia en la producción de electricidad en México 1999-2009

(Recibido: 30/enero/2015 –Aceptado: 30/septiembre/2015)

*Alexander Galicia-Palacios**

*Miguel Flores-Ortega***

*Ana Lilia Coria Páez****

Resumen

En la investigación se utiliza el modelo de frontera estocástica de producción como un referente económico para evaluar la eficiencia con la que se realiza la producción de electricidad en México. Se presenta la estimación empírica del modelo de frontera de producción mediante la aplicación de un panel de datos balanceado que se conforma por 330 observaciones que describen el comportamiento de tres variables explicativas que corresponden al nivel de producción, los costos de los insumos y la mano de obra; para el análisis la información se agrupa en diez tipos de generación de electricidad de acuerdo a la tecnología utilizada en el periodo de 1999 a 2009. La metodología que se seleccionó para realizar la estimación corresponde al análisis de panel de datos que utiliza efectos fijos que capturan la heterogeneidad no observable de la capacidad de producción y de los insumos para la producción. Se incorporan de forma heurística los elementos físicos y operativos que determinan la frontera teórica de producción que permite determinar la eficiencia de la producción de electricidad.

Palabras Clave: eficiencia técnica, frontera estocástica, frontera heurística.

Clasificación JEL: C23, D22, D24.

* Profesor Investigador de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Comercio y Administración Unidad Tepepan. Instituto Politécnico Nacional: <alex_finster@hotmail.com>.

** Profesor Investigador de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Economía Instituto Politécnico Nacional: <mfo@gmail.com>.

*** Profesora Investigadora de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Comercio y Administración Unidad Tepepan. Instituto Politécnico Nacional: <copa7013@hotmail.com>.

Introducción

En México la industria eléctrica opera bajo tres procesos fundamentales: generación, transmisión y distribución; de acuerdo a la Comisión Federal de Electricidad (CFE),¹ la infraestructura instalada da servicio a 34.2 millones de clientes que corresponde a más de 100 millones de habitantes. La producción de electricidad se logra al convertir energía primaria en electricidad y al utilizar las tecnologías disponibles; entre las que se encuentran las centrales hidroeléctricas, termoeléctricas, carboeléctricas, geotermoeléctricas, centrales de energía solar, eólica y nucleoelectrica.

De acuerdo al informe de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos 2014 (OCDE)² el consumo de energía eléctrica presenta una relación de causalidad con el desempeño de la economía o su crecimiento ya que durante la primera década del siglo XXI, la economía mundial en términos del PIB, fluctuó en el rango -0.6% y 5.4% de variación anual, mientras que el consumo mundial de energía eléctrica creció entre 0.7% y 4.9% anual. El mayor crecimiento anual se observó en los países no miembros de la OCDE; el informe reporta valores superiores al 7% durante el periodo 2003-2007, y en el año 2008 el crecimiento se redujo a 4.5%, que se explica por la desaceleración económica previa a la recesión de 2009.

El informe destaca que la capacidad instalada de generación de energía eléctrica en países miembros de la OCDE creció 2.3% en promedio anual durante el periodo 1998-2009 y llegó al final del periodo a 2,482 GW instalados. Estados Unidos concentró 40.8% de esta capacidad que representa 1,012 GW instalados y corresponde al 84.5% del total de Norteamérica; por su parte Canadá y México participan con el 10.7% y 4.8%, de la capacidad. Norteamérica tiene instalado 48.2% de la capacidad total de la OCDE. En el caso de los países europeos miembros de la OCDE destacan: Alemania, Francia, Italia, España y el Reino Unido, que en conjunto aportan 21.5% de la capacidad instalada.

La capacidad total de la región representa 34.7% de la OCDE, el resto se conforma por los países de Asia y de Oceanía, con 14.5% y 2.6% respectivamente. La estructura de la producción de electricidad en México por tipo de combustible concentra el 73.3% de la capacidad instalada y corresponde a tecnologías que utilizan como combustible gas natural, combustóleo, carbón, combustible nuclear y diésel, recursos no renovables; solo el 26.7% de la capacidad de producción co-

¹ Comisión Federal de Electricidad (2010). *Prospectiva del Sector Eléctrico 2010-2025*. Revisado el 31 de julio de 2014 desde: <http://www.sener.gob.mx/res/1825/SECTOR_ELECTRICO.pdf>.

² IEA (2014), *Energy Balances of non-OECD Countries 2014*, IEA, Paris. Revisado el 29 de agosto de 2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/energy_bal_non-oecd-2014-en>.

rresponde a fuentes alternativas de producción, de las cuales la hidroeléctrica aporta el 22% de la capacidad instalada.

Es evidente que la energía eléctrica representa la forma de la estructura que se asocia a toda actividad económica y resulta importante identificar los determinantes que permiten su uso eficiente. El concepto de eficiencia es comúnmente utilizado en el ámbito de la ciencia económica y en el sentido de la aplicación racional de los medios y recursos escasos disponibles, para lograr la máxima satisfacción o bienestar posible bajo la premisa del menor costo posible.

Es importante destacar que las decisiones de producción conducen a dos posibles condiciones que violan el concepto de producción eficiente; la primera condición corresponde al caso en el que se presenta un desequilibrio entre los costos marginales y los ingresos marginales, el cual es independiente del número de factores que se tome en cuenta en la evaluación; condición que permite afirmar que la asignación de recursos para la producción es ineficiente; la segunda condición corresponde al caso en el que dentro del proceso de producción no es posible obtener la mayor producción, dado un conjunto de insumos y se asume que existe una ineficiencia técnica.

La relevancia teórica del estudio de la eficiencia en la aplicación de los bienes y recursos escasos, consiste en medir el grado de eficiencia con el que los individuos aplican de manera óptima los recursos en todo proceso de producción; la falta de información y los fenómenos de carácter exógeno que afectan a los procesos, son elementos a considerar para realizar cualquier análisis de desempeño económico.

Las técnicas económicas que se utilizan para medir la eficiencia técnica y de asignación, integran elementos que explican el grado de eficiencia del proceso, independientemente del nivel de sofisticación matemática que utilizan. Sin embargo, en la ciencia económica no existe un método preciso que determine el grado de eficiencia; en la literatura sobre el tema se encuentran dos posturas para la formulación y evaluación de la eficiencia para la producción de electricidad; por un lado se han desarrollado modelos de equilibrio y por otro, modelos de optimización que buscan determinar el nivel de eficiencia en la producción por lo que se ha recurrido a los métodos de aproximación estocástica para establecer los determinantes del costo de producción eficiente para la producción de electricidad en México.

Para el caso de la industria eléctrica, resulta importante diseñar modelos que representen su actividad con el objeto de medir el grado de eficiencia con el que se utilizan los recursos, así como su desempeño, tamaño y grado de madurez de esta, por lo que el objetivo de la investigación es realizar un estudio de la eficiencia de producción de la industria eléctrica en México, incorporando los bienes y recursos necesarios para la producción de electricidad. Se parte de la hipótesis de

que la eficiencia se obtiene al medir el grado con el que los individuos aplican de manera óptima los recursos escasos con los que se realiza el proceso de producción de electricidad.

El marco teórico que soporta el trabajo corresponde a la teoría de la frontera estocástica de producción introducida por Farrel (1957); en su trabajo establece el concepto de eficiencia de la producción y su desempeño; también muestra cómo se define la relación entre costos y beneficios orientada a la búsqueda de la mejor manera de realizar una función o tarea, siempre con el objetivo de promover el uso racional de los recursos. Por otro lado, en el trabajo de Aigner, Lovell y Schmidt (1977), se incorpora una metodología para medir la eficiencia mediante la frontera estocástica de producción, que corresponde a una mejora a la propuesta de Meeusen y Van den Broeck (1977), todos inspirados en el trabajo de Farrel (1957).

Los resultados se obtienen a partir de un modelo que sigue la línea de pensamiento de Farrel y que se utiliza para determinar la eficiencia de la producción de electricidad en México. Adicionalmente, se analizan de forma empírica las prácticas de operación que afectan la producción de electricidad. El trabajo se organiza en cuatro secciones a las que le antecede una introducción donde se identifica el problema, el tratamiento que se ha dado al tema y se establece el objetivo que se persigue en el trabajo; en la primera sección se presentan los argumentos teóricos que dan soporte a la investigación y se establece el estado del arte, en el segundo apartado se argumenta la metodología utilizada, en la tercera sección se presenta el modelo que se seleccionó para la industria eléctrica y se presentan los resultados de la evidencia empírica y en la cuarta sección se incorporan las conclusiones de la investigación.

1. Fundamentos teóricos

El estudio de la frontera de producción eficiente en economía se realiza mediante tres metodologías para su medición; la econométrica, la programación lineal y el análisis estocástico, que ofrecen como resultado una medida relativa de distancia respecto a una frontera que caracteriza el límite máximo de eficiencia.

El análisis econométrico define una forma funcional para la función de producción, donde la eficiencia está determinada por el nivel de error en la aproximación. Por otro lado, la programación matemática no establece una estructura determinada para la frontera por lo que cualquier desviación determina el nivel de ineficiencia.

El uso del análisis estocástico para establecer la eficiencia de la producción, considera que el componente de error especificado en una función de producción responde a dos componentes; un error completamente aleatorio y un error que repre-

senta el término de ineficiencia, por lo que sugiere separar los dos componentes de error total, bajo los supuestos de una distribución de probabilidad que corresponde al comportamiento de cada componente.

Para cada metodología que se utiliza en la medición de la eficiencia de la producción, existen múltiples posturas. Battese (1977, 1988, 1992, 1993, 2005) y Coelli (1996, 1998, 1999), prefieren aplicar los métodos econométricos, sin embargo, han sido criticados por confundir las estimaciones de eficiencia con errores de especificación. Investigadores como Seiford y Thrall (1990), utilizan la programación lineal no paramétrica que es menos susceptible a errores de especificación ya que no considera la posibilidad de desviaciones en la frontera debido a errores de tipo aleatorio; Tulkens (1993), Vanden Eeckaut y Jamar (1993), sugieren cambios en el análisis econométrico y proponen el método envolvente de libre disposición FDH (Free Disposable Hull), que proporciona un mejor ajuste en los datos y considera supuestos menos arbitrarios.

Un problema del método de programación lineal es que no es posible analizar con precisión la estimación, por lo que resulta imposible saber si las diferencias obtenidas son consecuencia de errores en los datos, lo cual genera poca fiabilidad en la estimación ya que solo se obtienen estimaciones de carácter puntual. Propuestas como las de Efron, Tibshirani (1993), Löthgren (1998), Simar, Wilson (1998, 2000) y Cooper (2001), realizan estimaciones bootstrap para aproximar las distribuciones de la estimación DEA (Análisis Envolvente de Datos) mediante la obtención de intervalos de confianza en el resultado de la eficiencia que permiten precisar estadísticamente las comparaciones.

1.1 Medición de la eficiencia en la producción

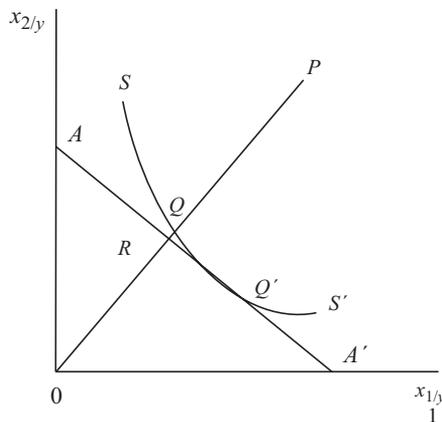
Desde el punto de vista económico la eficiencia es un concepto relativo, “se asocia a la relación que existe entre los factores de la producción y su asignación, por lo que la eficiencia se logra cuando se proporciona a los consumidores la combinación de bienes y servicios que demandan, con una asignación óptima de los factores de la producción” Galicia-Palacios y Flores-Ortega (2014, p.4). Por lo tanto, la producción eficiente conduce a producir a un menor costo al tomar en consideración el conjunto de alternativas existentes en el mercado.

El primero en medir la eficiencia productiva en la teoría de la producción fue Farrel (1957), en su trabajo establece que la frontera de producción eficiente $f(x)$ se determina al calcular la cantidad máxima de producto que es posible obtener a partir de un conjunto de insumos x , la solución determina el límite superior del conjunto de posibilidades de producción y la mejor práctica en la selección de

la combinación de insumo-producto; cada unidad de producción que se localiza sobre la frontera de producción, se considera como la más eficiente a diferencia de aquella unidad que se sitúa por debajo de la frontera que representa la máxima cantidad de producto que se obtiene.

Farrel (1957), parte del supuesto en el que se emplean dos insumos de entrada denominados x_1 y x_2 para generar un determinado producto con un nivel de salida Y , la predicción se realiza en condición de rendimientos constantes a escala y asume que la función de producción es convexa para las variables (x_1, x_2) , propone que la combinación de los factores corresponde a rendimientos constantes de escala y asume que la existencia de una relación invariable entre la modificación de insumos y la cantidad de producción, se mide técnicamente y no por escala.

Figura 1
Función de producción para un conjunto de insumos



Fuente: elaboración propia.

En la figura 1, se presenta el conjunto de posibilidades de producción con el vector de dos insumos y con una salida al emplear una tecnología específica. La isocanta se representa por la curva que une los puntos ss' representa la combinación de insumos para producir una unidad de producción; para la empresa el punto p representa la cantidad que entra de un insumo y en este caso se afirma que es técnicamente ineficiente ya que todas las entradas se reducen de forma proporcional, sin reducir la cantidad de producción hasta llegar al punto Q , por lo que la distancia entre Q y P , representa la cantidad de ineficiencia técnica y se expresa como el porcentaje de la razón $QP/0P$ que se interpreta como el porcentaje en que todas las entradas se reducen sin afectar el nivel de producción.

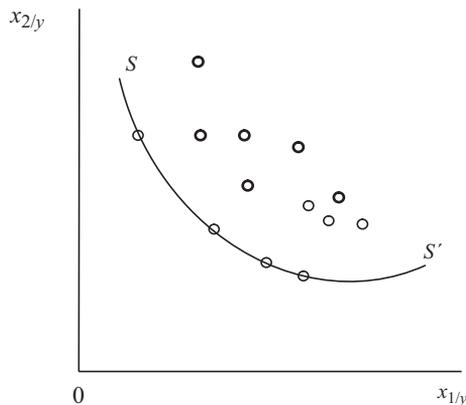
La eficiencia técnica que representa la razón QP/OP , asume que cuando la eficiencia es igual a uno la empresa es técnicamente eficiente, en la gráfica el punto Q que se encuentra sobre la isocuanta SS' . La razón de precios de los insumos corresponde a la línea de isocosto AA' , por otro lado, la eficiencia asignativa de la empresa en el punto P , se define por la razón OR/OQ ; donde la distancia entre Q y R representa una reducción en los costos si la producción ocurre en el punto Q' que corresponde a la eficiencia técnica y de asignación, a diferencia del punto Q , representa que la empresa es técnicamente eficiente pero en cuanto asignación es ineficiente.

La eficiencia de producción que define la razón OR/OP , representa la distancia RP se interpreta como una reducción en costo. Por lo tanto, el producto entre la eficiencia técnica y de asignación proporciona la eficiencia productiva y se expresa como:

$$E_p = \left(\frac{OR}{OP}\right) = \left(\frac{OQ}{OP}\right) \left(\frac{OR}{OQ}\right) \tag{1}$$

Para estimar la función de producción Farrel (1957) propone establecer una frontera paramétrica que se calcula con ayuda de modelos de programación lineal; por un lado plantea usar una isocuanta no paramétrica convexa lineal por tramos del tal forma que ninguna observación se queda por debajo de ella; y una función paramétrica del tipo Cobb-Douglas, que se ajusta a los datos, de forma que ningún punto observado quede por debajo de la curva.

Figura 2
Medición de la eficiencia productiva según Farrel (1957)



Fuente: elaboración propia.

La eficiencia técnica de acuerdo con Farrell (1957), corresponde a desviaciones observadas en la isocuanta o frontera eficiente, mismas que se estiman mediante la econometría, donde los residuos que se obtienen en una regresión expresan el nivel de eficiencia de la empresa.

1.2 La frontera estocástica de producción

La frontera estocástica tiene su origen en los trabajos de Aigner, Lovell y Schmidt (1977) quienes sustentan la idea de que las desviaciones con respecto a la frontera no están totalmente bajo el control de la empresa. En consecuencia plantean un método para encontrar la frontera, el cual consiste en postular una función de producción eficiente que añade dos perturbaciones, una de tipo simétrica que toma en consideración ruido aleatorio y otra de tipo sesgada que representa ineficiencia técnica.

Los factores externos que afectan a la función de producción se distribuyen normalmente y afectan a la empresa en condiciones favorables o desfavorables, de esta forma se considera el ruido estadístico y lo que resta se considera como ineficiencia.

La representación teórica de la frontera de producción se escribe como:

$$y_i = f(x_i, \beta) e^{(v_i - u_i)} \quad (2)$$

donde:

y_i – producción de una empresa de un grupo n

$f(x_i, \beta)$ – función de producción

$x_i = (x_{1i}, \dots, x_{ni})$ = vector de entradas

β – vector de parámetros

v_i – perturbación aleatoria (representa situaciones favorables o desfavorables)

u_i – perturbación aleatoria (no negativa y refleja la ineficiencia de la empresa)

Al aplicar logaritmos se tiene:

$$\ln y_i = \ln (f(x_i, \beta)) + v_i - u_i \geq 0 \quad (3)$$

Una vez que se define la frontera de producción $f(x_i, \beta) e^{v_i}$, es posible estudiar la eficiencia técnica que se mide a partir de la expresión 4.

$$ET = \frac{y_i}{f(x_i, \beta) e^{v_i}} = \frac{f(x_i, \beta) e^{(v_i - u_i)}}{f(x_i, \beta) e^{v_i}} = e^{-u_i} \quad (4)$$

donde:

ET_i – medida con orientación de salida

La medida con orientación de salida representa la proporción entre la producción actual con respecto a la que se obtendría si la empresa utilizara sus recursos con eficiencia técnica.

Si se reemplaza la función de producción por una función Cobb-Douglas, el modelo se transforma y se expresa por (5).

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \sum_j \beta_j \ln(x_{ji}) + v_i - u_i, u_i \geq 0 \quad (5)$$

donde la frontera se representa por:

$$\beta_0 + \sum_j \beta_j \ln(x_{ji}) + v_i$$

y u_i da cuenta de la desviación que cada empresa tiene respecto a la frontera debido a su ineficiencia, misma que no es observable y se infiere a partir del término de error compuesto, $\varepsilon_i = v_i - u_i$.

El componente v_i es independiente y sigue una distribución normal $N(0, \sigma_v^2)$, en cambio para u_i término de ineficiencia, se han propuesto varias distribuciones: media normal (Aigner, Lovell y Schmidt, 1977), exponencial (Meeusen y Van Den Broeck, 1977), normal truncada (Stevenson, 1980) y gamma (Greene, 1990).

Greene (1990), sugiere utilizar la media normal desde el punto de vista econométrico. La suma de la variable aleatoria normal $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$, y la variable aleatoria con media normal $u_i \sim |n(0, \sigma_u^2)|$ es:

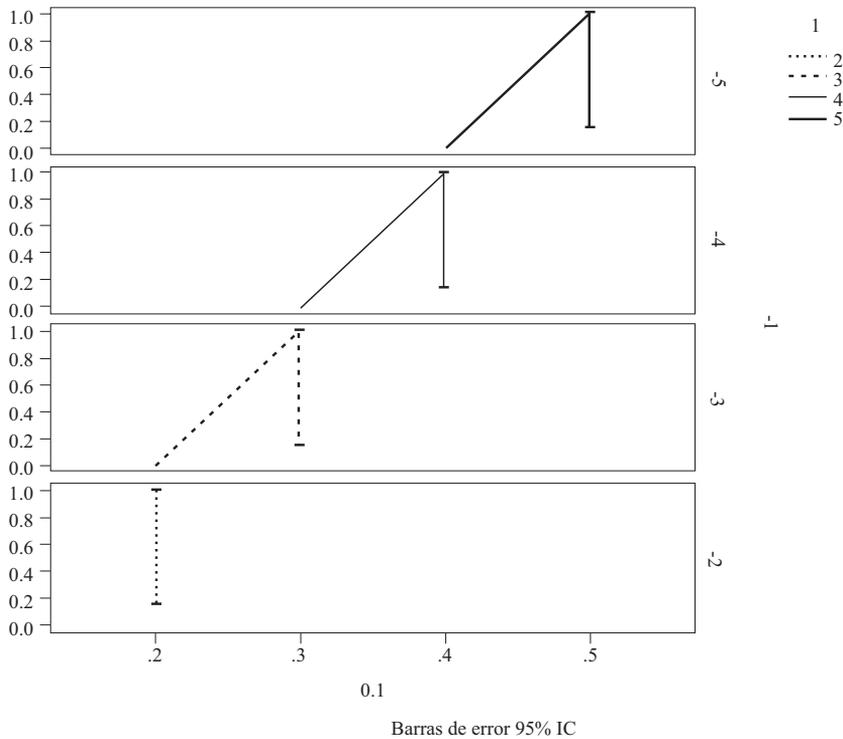
$$f(x) = \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \Phi\left(\varepsilon \frac{\lambda}{\sigma}\right), \quad -\infty \leq \varepsilon \leq +\infty \quad (6)$$

donde $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, $\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v}$, ϕ son la función de densidad y la distribución de la normal estándar.

Si se aplica la parametrización propuesta por Aigner, Lovell y Schmidt (1977), λ se aproxima el cociente de variabilidad proveniente de cada una de las dos fuentes que integran el error compuesto. Cuando σ_u^2 tiende a cero, predomina el efecto aleatorio y no hay ineficiencia técnica en la muestra; la función de densidad de ε tiende a la función de densidad de una variable que se distribuye normalmente y cuando σ_u^2 tiende a infinito, la ineficiencia es la principal causa de variabilidad en el modelo. La figura 4 muestra la función de densidad de la variable de error

compuesto ϵ , donde el término de ineficiencia se distribuye con una distribución normal.

Figura 4
Función de densidad de error compuesto y distintos valores en su distribución



Fuente: elaboración propia.

Cuando la esperanza matemática del error es diferente de cero la ecuación 2 no se estima mediante mínimos cuadrados. Para ello, el procedimiento de estimación propuesto por Aigner, Lovell y Schmidt, (1977), es el de máxima verosimilitud y asumen que u_i se distribuye de forma idéntica e independientemente en una distribución semi-normal, por lo que cuando se toma como base la ecuación 6 el logaritmo de la función de verosimilitud de la muestra de n empresas, se expresa por (7).

$$\ln L(\beta, \sigma, \lambda) = n \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} - \ln \sigma \right] + \sum_i \ln \left[\Phi \left(\frac{\varepsilon \lambda}{\sigma} \right) \right] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_i \varepsilon^2 \quad (7)$$

Al maximizar la función de la ecuación 7 se obtiene la estimación de todos los parámetros y si se emplean en la ecuación 3 se define el estimador de ineficiencia de cada empresa para calcular el error compuesto.

Si se separan los términos de error mediante la esperanza condicional de u dado ε , Jondrow et. al. (1982), se representa la descomposición mediante la función de densidad condicional $f\left(\frac{u}{\varepsilon}\right)$, que se distribuye con media normal $N(0, \sigma_u^2)$, t y la media como la moda de la función de densidad condicional que se usan para realizar una estimación individual de u_j .

La densidad condicionada de u se presenta por el valor que se obtiene de u que se multiplica por el valor de ε , lo que se expresa como:

$$f\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) = \frac{f\left(\frac{u}{\varepsilon}\right)}{f(\varepsilon)} \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi} \Phi\left(\frac{\varepsilon \lambda}{\pi}\right)} e^{-\frac{(u-s)^2}{2\sigma_s^2}}, \quad u \geq 0 \quad (8)$$

Para estimar la media y la moda se aplican las ecuaciones siguientes:

$$f\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) = u + \sigma_u \left[\frac{\Phi\left(\frac{u}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{u}{\sigma}\right)} \right] \quad (9)$$

$$M\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) = \begin{cases} -\varepsilon \frac{\sigma_u^2}{0^\sigma} & \varepsilon \geq 0 \\ \varepsilon < 0 \end{cases} \quad (10)$$

Al predecir de forma individual el término u_i se calculan los índices de eficiencia de cada empresa a partir de la siguiente expresión:

$$ET_i = e^{E\left(\frac{u_i}{\varepsilon_i}\right)}$$

1.3 Estructura básica de un modelo de frontera estocástica de producción

Desde el punto de vista teórico una frontera de producción $f(x)$ se define como la cantidad máxima de producto Q_i , que una determinada firma puede producir dado un conjunto de insumos X_i , determinando el límite superior de posibilidades de producción Q^∞ , dada una mezcla óptima de insumo-producto, que se ubica por arriba o por debajo de la frontera estimada $f(x)$. La capacidad de que una unidad de producción permita maximizar el producto, dado un conjunto particular de insumos corresponde al concepto de eficiencia técnica.

La forma funcional linealizada de la función de producción Cobb-Douglas es el origen del desarrollo de la frontera de producción estocástica, y uno de los aspectos analizados para este desarrollo es el término estocástico de perturbación ε . Para la i -ésima unidad productiva, el término aleatorio está compuesto por ruido simétricamente distribuido ($v_i \sim N[0, \sigma_v^2]$), y por un término negativo de ineficiencia (u_i distribuido como seminormal $u_i \sim N^+[u, \sigma_u^2]$), los cuales son distribuidos entre sí de forma independiente considerando a $\varepsilon = v_i + u_i$.

Una función de producción para la i -ésima unidad productiva, dado un conjunto de insumos X_{it} , se expresa como:

$$Y_{it} = f(X_{it}, \dots, X_{itkit}; \beta) \exp(v_{it} - u_{it}) \quad (11)$$

donde:

Y_{it} – producto de la i -ésima unidad

β – parámetro que asocia las entradas de insumos con producto

Por lo tanto, en la estimación de la producción en la frontera eficiente se excluye el parámetro de ineficiencia denotado por u_{it} y se representa por la siguiente expresión:

$$Y_{it} = f(X_{1it}, X_{2it}, \dots, X_{kit} | \beta) \exp(v_{it}) \quad (12)$$

La razón de producción para una unidad productora con respecto a su frontera es entonces: $\exp(-u_{it})$, como una medida de la ineficiencia técnica de la i -ésima unidad estudiada y se escribe como:

$$(ET): ET_{it} = \exp(-u_i) \quad (13)$$

Tomando en consideración que el término de error aleatorio ε se encuentra simétricamente distribuido en $Y_{it} = X_{it} \beta_{it} + \varepsilon = X_{it} \beta_{it} + (v_{it} - u_{it})$, se observa que si v es simétrico y u es no negativo, por lo que entonces ε es asimétrico y al aplicar el término de esperanza se tiene:

$$E\varepsilon = E(v_{it} - u_{it}) = E_u < 0. \quad (14)$$

Para evaluar la aplicación de la frontera estocástica de producción mediante programación lineal, se utiliza el método de mínimos cuadrados ordinarios que considera los siguientes aspectos:

- Si $u_{it} > 0 \Rightarrow \varepsilon (v_{it} - u_{it})$ es sesgada y existe ineficiencia técnica.
- Si $u_{it} < 0 \Rightarrow \varepsilon (v_{it} - u_{it})$ es simétrica y los datos no reflejan la ineficiencia técnica.

Por otro lado, es necesario estimar la especificación de $Y_{it} = X_{it} \beta_{it} + (v_{it} - u_{it})$, para esto, las funciones de densidad de v normal y de u seminormal se escriben como:

$$f(v_{it}) = (2\pi\sigma_v^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-v^2(2\pi\sigma_v^2)^{-1}\right] \quad (15)$$

y,

$$f(u_{it}) = (2\pi\sigma_u^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-u^2(2\pi\sigma_u^2)^{-1}\right] \quad (16)$$

Si los vectores aleatorios v_{it} y u_{it} se consideran independientes, su densidad conjunta es el producto de sus densidades individuales:

$$f(u_{it}, v_{it}) = (\pi\sigma_v \sigma_u)^{-1} \exp\left[-v^2(2\pi\sigma_u^2)^{-1} - u^2(2\sigma_u^2)^{-1}\right] \quad (17)$$

Si $\varepsilon = v_{it} - u_{it}$, entonces la densidad conjunta de u_{it} y ε_{it} se escribe como:

$$f(u_{it}, v_{it}) = (\pi\sigma_v \sigma_u)^{-1} \exp\left[-v^2(2\pi\sigma_u^2)^{-1} - u^2(2\sigma_u^2)^{-1}\right] \quad (18)$$

Una forma de obtener la densidad marginal de ε_{it} como lo plantean Kumbhakar y Lovell (2000), es integrando a u_{it} de $f(u_{it}, \varepsilon_{it})$, mediante la siguiente expresión:

$$f(\varepsilon_{it}) = \int_0^\infty f(u_{it}, \varepsilon_{it}) du = 2\sigma^{-1} \phi(\varepsilon\sigma^{-1}) \phi(-\varepsilon\lambda\sigma^{-1}). \quad (19)$$

Donde $\sigma = \left[\sigma_u^2 - \sigma_v^2 \right]^{\frac{1}{2}}$, $\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v}$ y $\phi(t)$ y $\Phi(t)$, son funciones de densidad y de distribución normal.

Por lo tanto, se puede concluir que el logaritmo natural para obtener estimadores con máxima verosimilitud para una muestra de n unidades productivas, con una constante k es maximizando la siguiente expresión:

$$\ln L = k - n \ln \sigma + \sum \ln \phi(-\varepsilon_{it} \lambda \sigma^{-1}) - (2\sigma^2)^{-1} \sum \varepsilon_{it}^2 \quad (20)$$

Una vez encontrado el conjunto de estimadores se realiza la estimación de eficiencia técnica para cada elemento, tomando en cuenta los supuestos mencionados anteriormente y aplicando el método de mínimos cuadrados ordinarios donde: si $\varepsilon_{it} > 0$, u_{it} no es muy grande y se determina que la unidad productora es técnicamente eficiente. Por otro lado, si $\varepsilon_{it} < 0$, entonces u_{it} es muy grande y se considera que la unidad productora es ineficiente.

Finalmente, es necesario separar la información que ε_{it} contiene sobre u_{it} mediante la obtención de la distribución condicional de u_{it} dado ε_{it} la idea es calcular los parámetros de interés y estimar la eficiencia técnica para cada unidad productora la cual se denota por:

$$ET_{it} = \exp(-\widehat{u}_{it}) \quad (21)$$

Para ello, se puede retomar la propuesta hecha por Battese y Coelli (2005), que se escribe como:

$$ET_{it} = E \left[\exp(u_i) | \varepsilon_i \right] = \frac{1 - \phi(\sigma_* \frac{u_{*i}}{\sigma_*})}{1 - \phi(-u_{*i}/\sigma_*)^*} \quad (22)$$

2. Metodología de investigación

La metodología que se utilizó en este trabajo para determinar la frontera estocástica de producción, se basa en el planteamiento de una función de máxima verosimilitud que se soluciona con la ayuda de un modelo de datos de panel y por el método de mínimos cuadrados ordinarios, en la solución se toma en cuenta el planteamiento de efectos fijos y efectos aleatorios del modelo; existe una forma alternativa para obtener la solución que corresponde a utilizar un modelo de programación lineal para construir la frontera estocástica de producción.

Como lo plantea Mundlak (1961), el uso de datos de panel se adapta fácilmente a las relaciones de producción, lo que se corrobora en este trabajo al encontrar que las variables que afectan a la producción están correlacionadas con la utilización de los insumos. La idea de construir un panel de datos permite visualizar las características no observadas a simple vista, que pueden estar correlacionadas con el nivel de producción de cada tipo de generación.

Por otro lado, al utilizar los hallazgos de los pioneros en el uso de datos de panel para analizar fronteras estocásticas de producción como lo hicieron Pitt y Lee (1981), y mejorados por Schmidt y Sickles (1984), permite identificar tres ventajas para este tipo de análisis:

- La independencia entre x_{it} y u_{it} , corresponde a una relajación en la estimación del modelo con respecto al análisis de datos de corte transversal.
- La especificación de la distribución para v_{it} y x_{it} , requiere datos de corte transversal para estimar el nivel de eficiencia de la empresa.
- El nivel de eficiencia de la empresa se estima con mayor precisión en el caso en que $T \rightarrow \infty$ se evite.

3. El modelo de análisis para la industria eléctrica

El análisis de la eficiencia, se logra por un proceso de ajuste de mínimos cuadrados para la función de producción, con el objetivo de evaluar la eficiencia técnica en el proceso de generación de electricidad para cada tipo de producción.

Por lo tanto, la especificación del modelo a estimar se escribe como:

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + \mu_{it} \quad (23)$$

donde:

Y_{it} – generación total real

β_{it} – coeficiente de elasticidad

X_{2it} – factor de planta

X_{3it} – frontera heurística

i – i -ésima central transversal

t – tiempo (año).

Se seleccionan 33 variables transversales a las que a cada una se les asocia grupos de centrales generadoras con características similares; el periodo de estudio abarca 10 años de 1999 a 2009. En el modelo se asume que las variables X_{it} son

determinísticas y la estructura de probabilidad del término de error u_{it} , corresponde a una distribución normal $E(u_{it}) \sim N(0, \sigma^2)$, por lo que los errores no están correlacionados en la forma temporal y se distribuyen de forma uniforme tal como lo refiere Gujarati (2004).

En el estudio se encontró que cuando solamente se utiliza el factor de planta real y el factor heurístico se tiene una relación positiva con respecto a la generación total real, tal como muestran el conjunto de regresiones realizadas.

3.1 Selección de datos y evidencia empírica

Se construyó un panel de datos para las variables independientes con una estructura que cuenta con 330 datos que corresponden a 33 observaciones de cada tipo de generación. A partir de la estructura de información seleccionada, se obtuvo un panel de datos balanceado para los diez tipos de generación de energía eléctrica, que representan el periodo de 1999 a 2009, la variable dependiente corresponde a la producción total de electricidad y se mide en unidades de energía eléctrica GWh, y está relacionada con el factor de planta y la frontera heurística de producción.

Se aplicó un modelo de regresión lineal simple con dos variables de estudio y se encontró que el valor de los parámetros es significativo y permite explicar entre 99.3% y 99.4% de las variaciones, para cada uno de los tipos de generación que se seleccionaron, el valor del estadístico Durbin Watson fue de 1.7349, que se considera aceptable para indicar la inexistencia de autocorrelación en los errores de la regresión, por lo que se acepta el modelo ya que presenta una especificación correcta y los resultados se presentan en el Cuadro 1.

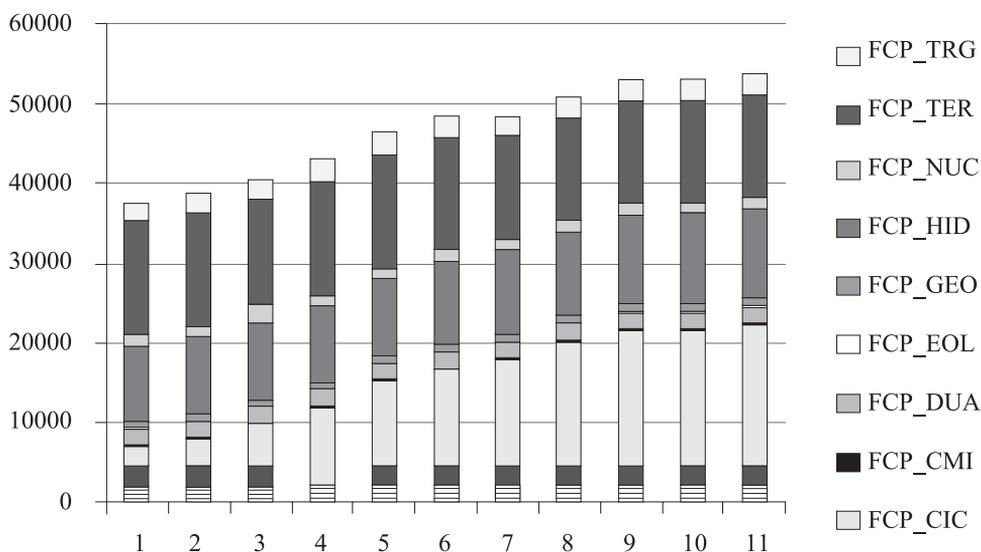
Cuadro 1
Datos de la regresión

<i>Variable</i>	<i>b</i>	<i>Factor de planta</i>	<i>Frontera heurística</i>
Coefficiente	-48.3843	4.8380	0.8853
Error estándar	284.4859	0.1932	0.01884
Estadístico t	-0.1701	25.0452	46.9965
Probabilidad	0.8653	0.0000	0.0000
R ²	0.9932		
Durbin Watson	1.7349		

Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

En la Gráfica 1, se observan las diferencias obtenidas mediante la estimación econométrica para los diferentes tipos de producción de electricidad, los resultados muestran que la mayor eficiencia técnica corresponde a la producción a partir de ciclo combinado que utiliza la tecnología más moderna, le sigue la producción termoeléctrica a partir de centrales convencionales y enseguida se encuentra la hidroeléctrica, en este caso se debe comentar la relación que existe con los criterios operativos que buscan el mayor beneficio económico concentrando la producción en unas cuantas horas del día, si no se toman en cuenta estos aspectos se podría decir que se hace un uso ineficiente de la infraestructura pero se debe reflexionar que el agua es un recurso de la naturaleza que es escaso.

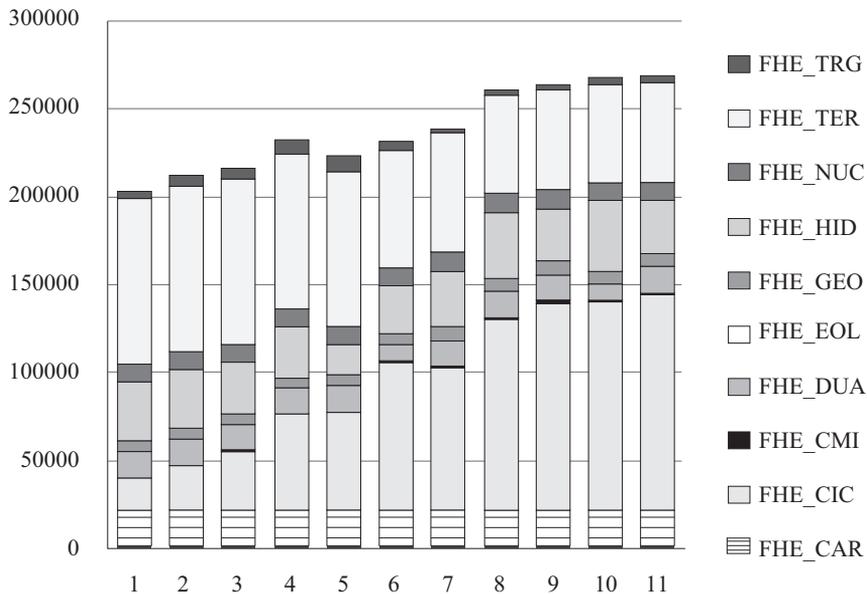
Gráfica 1
Producción de electricidad con factor de planta



Fuente: elaboración propia con resultados estimados en Eviews.

Para el caso del factor heurístico, en la gráfica 2 se observa que en los resultados de la regresión destacan de igual manera las centrales del tipo ciclo combinado, termoeléctrica y del tipo hidroeléctrica.

Gráfica 2
Producción de electricidad con factor heurístico



Fuente: elaboración propia con resultados estimados en Eviews.

3.2 Análisis con variables dicotómicas

Se estimó un modelo de regresión con variables dicotómicas en el que se incluyeron las variables del factor de planta y factor heurístico por tipo de central generadora, y se obtuvo una correlación significativa de 99.4% y un valor estadístico Durbin Watson de 1.7349, superior al de la regresión lineal simple lo que confirma la adecuada especificación del panel estimado. Los resultados se presentan en el Cuadro 2.

Cuadro 2
Regresión con variables dicotómicas

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
FCP	0.0253	0.1414	0.1789	0.0000
FHE	0.9309	0.0262	35.4798	0.0000
D2	554.9441	933.5115	0.59447	0.0036
D3	415.0890	956.5890	0.4339	0.0003

Continúa...

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
D4	561.8552	927.9664	0.6055	0.0000
D5	108.6492	919.3475	0.1182	0.0000
D6	1996.3510	1126.0000	-1.7729	0.0493
D7	4023.3160	1213.8080	-3.3146	0.0013
D8	573.9439	854.0451	-0.6721	0.0031
D9	331.6518	951.3284	0.3486	0.0000
D10	1001.6010	2240.9620	0.4470	0.0000

Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

El Cuadro 3, presenta el porcentaje de eficiencia con las diferencias obtenidas aplicando variables dicotómicas al panel de datos con efectos fijos, los resultados por tipo de generación muestran que el tipo de generación a base de carbón tiene una eficiencia técnica de 90%, con ciclo combinado de 89.4%, y con termoeléctrica de 78.7% que son las más representativas, el resto de los resultados se presentan en la tabla referida.

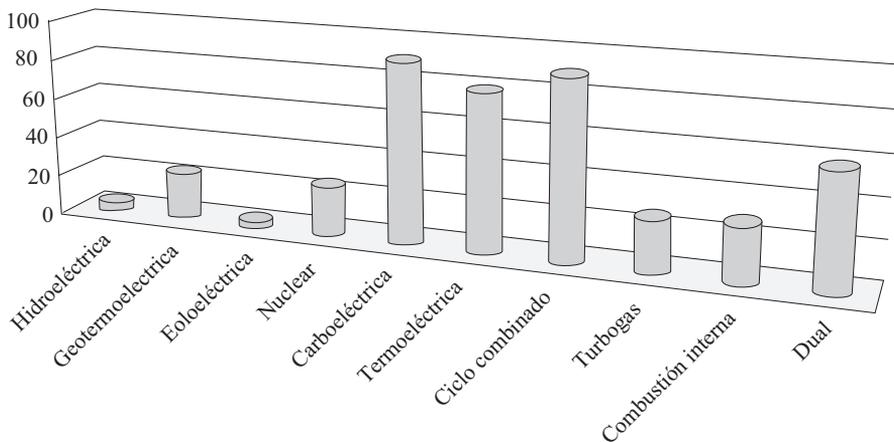
Cuadro 3
Eficiencia estimada por tipo de central

<i>Tipo de central</i>	<i>Eficiencia técnica por tipo de generación %</i>
Hidroeléctrica	4.2 %
Geotermoeléctrica	23.5%
Eoloeléctrica	2.2%
Nuclear	24.4%
Carboeléctrica	90.0%
Termoeléctrica	78.7%
Ciclo combinado	89.4%
Turbogas	26.0%
Combustión interna	27.9%
Dual	57.6%

Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

Los resultados del análisis de la eficiencia técnica se presentan en la Gráfica 3, para ilustrar el comportamiento de acuerdo al insumo utilizado en la producción.

Gráfica 3
Eficiencia técnica de producción por tipo de generación (%)



Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

3.3. Modelo de efectos fijos

La estimación realizada mediante el modelo de datos de panel con efectos fijos, incluyen las tres variables de estudio y muestran que la función explica en un 99.4% a la variable dependiente, y presenta un valor de 1.7349; en el estadístico Durbin Watson, ambos resultados son superiores respecto a los modelos de regresión lineal simple y con variables dicotómicas; adicionalmente, el estadístico de contraste que está dado por la ecuación 24, confirma los resultados:

$$F = \frac{(SCR_{Rest} - SCR_{N Rest})/q}{(SCR_{N Rest})/\left(\frac{NT}{k}\right)} = \frac{(SCR_{MA} - SCR_{MEF})/q}{(SCR_{MEF})/\left(\frac{NT}{k}\right)} \quad (24)$$

$$F = \frac{(R^2_{MEF} - R^2_{MA})/q}{(1 - R^2_{MEF})/\left(\frac{NT}{k}\right)} \stackrel{H_0}{\approx} F_{q; NT-K} \quad (25)$$

y se obtiene:

$$F = \frac{((0.994182 - 0.993213)9)}{(1 - 0.994182)/(10 * 11 - 18)} = 1.92460181 > F_{.05; 9; 98} = 8.34 \quad (26)$$

Por último, para corroborar el modelo a partir de los resultados obtenidos se rechaza la hipótesis nula al 5% de significancia, por lo tanto, se confirma la selección del modelo de panel con efectos fijos, los resultados se presentan en el Cuadro 4.

Cuadro 4.
Resultados por tipo de central con efectos fijos

<i>Tipo de central</i>	<i>Correlación</i>
Hydroeléctrica	1216.5070
Geotermoeléctrica	805.2602
Eoloeléctrica	650.6640
Nuclear	814.8661
Carboeléctrica	387.3460
Termoeléctrica	-1104.5050
Ciclo combinado	-3484.6240
Turbogas	-72.7274
Combustión interna	573.1070
Dual	214.1064

Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

Los resultados del modelo se contrastan con Eviews y se presentan en el Cuadro 5.

Cuadro. 5
Pruebas de efectos

<i>Effects Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>d.f.</i>	<i>Prob.</i>
Cross-section F	1.9343	(9,98)	0.0050
Cross-section Chi-square	16.9520	9	0.0495

Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

3.4. Modelo de efectos aleatorios

En el estudio se encontró que las estimaciones del panel de datos cuando se aplica un modelo de efectos aleatorios para explicar el comportamiento muestra que los

resultados que se obtienen explican a la variable dependiente en un 99.2%, con un estadístico Durbin Watson de 1.3572, que es menor al resultado del análisis con efectos fijos. Con estos argumentos se asume que el mejor modelo que representa la frontera estocástica de producción y la eficiencia técnica por tipo de generación, es el modelo de efectos fijos. Los resultados de la aplicación de efectos aleatorios se presentan en el Cuadro 6.

Cuadro 6
Estimación con efectos aleatorios

<i>Tipo de central</i>	<i>Correlación</i>
Hidroeléctrica	77.4599
Geotermoeleétrica	54.9195
Eoloeléctrica	7.1285
Nuclear	73.0247
Carboeléctrica	57.4387
Termoeleétrica	31.0053
Ciclo combinado	-205.4874
Turbogas	-102.1582
Combustión interna	0.4333
Dual	6.2353

Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

Para contrastar los resultados, se analiza la varianza de los residuos como a continuación se describe:

$$Var(v_{it}) = \sigma_a^2 + \sigma_e^2 \quad (27)$$

Igual a:

$$\hat{\sigma}_e = 246.8829, \quad \hat{\sigma}_a = 2176.114$$

Se estima

$$Var(v_{it}) = \sigma^2 = 246.8829^2 + 2176.114^2 \quad (28)$$

$$= 60951.16631241 + 4735602.708736 = 4796553.87504841$$

$$= \frac{4735602.708736}{4796553.87504841 + 60951.16631241} = \frac{4735602 - 708736}{4857505.04136082} = \mathbf{0.974904}$$

La componente idiosincrática supone el 97.49% de la varianza de los residuos, como lo muestra el cuadro 7.

3.5. Prueba de Hausman

Para seleccionar la estructura del modelo que mejor representa el comportamiento que se desea estudiar y lograr la mejor explicación de la variable dependiente se aplicó la prueba de Hausman y los resultados se presentan en el Cuadro 7.

Cuadro 7
Estimación de la prueba de Hausman

<i>Resultados de la prueba</i>	<i>Chi-Sq. Statistic</i>	<i>Chi-Sq. d.f.</i>	<i>Prob.</i>
Efectos aleatorios	8.0229	2	0.0181

Fuente: elaboración propia con datos estimados en Eviews.

Como complemento, se aplica la prueba de la distribución Chi cuadrado y se obtiene el siguiente valor: $X^2 = 5,9915$, por lo que se rechaza la hipótesis nula ($H_0 \equiv \{E[a_1 | x'S] = 0\}$), ya que $\lambda_H = 8.022870 > X^2_{0.05} = 5.9915$ (el p-valor de 8.022870 es 0.0181), por lo tanto, el estimador MCO ($\beta_{MCO} = \beta_{EF}$), es asintóticamente más eficiente que el de MCG para el modelo de efectos aleatorios (β_{MCG}), por lo tanto se opta por el modelo de efectos fijos.

4. Conclusiones

Una aportación importante de este estudio, es que adicionalmente a la determinación de la frontera teórica de producción se estableció una frontera heurística que incorpora la problemática de la operación real de sistema eléctrico de potencia asociada al proceso de producción. Un problema relevante es el caso de los límites de transmisión y el efecto de las pérdidas por el transporte de la energía, relacionado con la confiabilidad que cuida los problemas dinámicos del sistema y el control de voltaje, factores que modifican la frontera teórica de producción y establecen una frontera poco factible en términos económicos.

En el análisis se encuentra una relación significativa entre el factor de planta y la capacidad de utilización para la producción; desde el punto de vista económico las centrales más económicas son las que se utilizan preferentemente hasta agotar la producción.

Para profundizar en el análisis se incorporan variables dicotómicas a la estructura de panel de datos y los resultados que se obtuvieron muestran que los tipos de generación que se acercan más a la frontera eficiente de producción son: las que producen a partir de carbón con el 90%, las de ciclo combinado con 89.4% y las termoeléctricas con 78.7%, porque son las que se utilizan como generación de base y son las más significativas.

Por otro lado, se encontró que para el estudio del panel seleccionado el modelo de efectos fijos es el que ofrece que las variables seleccionadas muestren la mejor explicación del fenómeno que se analiza y esto se confirmó con el resultado de la prueba de Hausman que muestra que el estimador de mínimos cuadrados ordinarios es asintóticamente más eficiente que el de efectos aleatorios ya que permite resaltar con mayor precisión la eficiencia técnica de la industria eléctrica con una máxima frontera de producción eficiente en las centrales del tipo hidroeléctrica, nuclear, geotermoeléctrica, eoloeléctrica y de combustión interna, las cuales contienen una representación significativa en la generación total real de electricidad.

Una observación importante resalta al observar a la generación turbogas que representa el mayor costo de producción y su aplicación principal que es en condiciones de emergencia, y si se toma en cuenta que en el periodo seleccionado las expectativas de producción se ajustaron a la baja induciendo un superávit de producción a partir de combustibles convencionales justifica el poco uso que se dio a este tipo de generación.

En el estudio de la producción de las centrales hidroeléctricas, se encontró que la utilización de este medio de producción es muy bajo y se debe al criterio de concentrar este tipo de recurso para sustituir a los medios más caros de producción en las horas de máximo consumo, por lo que el margen de utilidad resulta ser mayor.

Referencias

- Aigner, D. J., Lovell, C. A. K., and Schmidt, P. (1977). "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models". *Journal of Econometrics*, 5, 21-38.
- Battese, G. y Coelli, T. (1988). "Prediction of firm-level technical efficiencies with a generalized production function and panel data". *Journal of Econometrics*, 38, 387-399.
- Battese, G. y Coelli, T. (1992). "Frontier production functions, technical efficiency and panel data: Whit application to paddy farmers in India". *Journal of Productivity Analysis*, 38, 153-169.

- Battese, G. and Coelli, T. (2005). "A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data". *Empirical Economics*, 20, 325-332.
- Battese, George E., and Greg S. Corra. (1977). "Estimation of a Production Frontier Model with Application to the Pastoral Zone of Eastern Australia". *Australian Journal of Agricultural Economics* 21, 169-179.
- Cobb, C., y Douglas, P. (1928). "A Theory of Production", *The American Economic Review*, 18, Supplement, 139-72.
- Coelli, T. y Perelman, S. (2007). "Technical efficiency of European railways: a distance function approach". *Applied Economics*, 32, 67-76.
- Cooper W.W., LIS., Seiford L.M., Thrall R.M. y Zhu J. (2001): "Sensitivity and stability analysis DEA: some recent developments", *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 15, 217-246.
- D. J. Aigner, C. A. K. Lovell and P. SCHMIDT. (2006). "Formulation and estimation of stochastic frontier production function models". *Journal of Econometrics*, 6, 21-37.
- Efron B. y Tibishirani R.J. (1993): *An introduction to the Bootstrap*, New York: Chapman and hall.
- Farrel M.J. (1957). "The measurement of productive efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, Paert III, vol. 120, pp. 253-290.
- Galicia-Palacios, A. y M. Flores-Ortega (2014). Tópicos selectos de recursos. Crecimiento financiero y economía. *Análisis del mercado de energía eléctrica en México* (pp.4). ECORFAN-SERIES. Recuperado de <http://www.ecorfán.org/bolivia/serie/Topicos%20selectos%20de%20Recursos_IV/Serie_Topicos%20selectos%20de%20Recursos_IV.pdf>.
- Greene, W. (1993). "The econometric approach to efficiency analysis", in Lovell K. and Schmidt S. (Eds.). "The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications". *Oxford University Press, Oxford*, 68-119.
- Greene, William H. (2008). "A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model". *Journal of Econometrics* 46, 141-163.
- Gujarati, D.N. (2004). *Econometrics*. New York: McGraw Hill Book Co.
- Jondrow, J. et al. (2009). "On the estimation of technical inefficiency in the stochastic in the stochastic frontier production function model". *Journal of Econometrics*, 19, 233-238.
- Kumbhakar, S. C., and C. A. Know Lovell. (2000). "Stochastic Frontier Analysis". *New York: Cambridge University Press*, 44.
- Löthgren M. (1998). "How to bootstrap DEA estimators: a Monte Carlo comparison", *Working Paper Series in Economics and Finance*, núm. 223, Stockholm School of Economics, February.

- Lovell, K. (2006). "Production frontiers and productive efficiency", in Lovell K. and Schmidt S. (Eds.) *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. Oxford University Press, Oxford: 3-67.
- Meeusen, W., y Van den Broeck, J. (1977). "Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Errors". *International Economic Review* 18, 435-444.
- Mundlak, Y. (1961): "Empirical Production Function Free of Management Bias", *Journal of Farm Economics*, 43, 44-56.
- Pitt, M. and L. Lee (1981): "The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry", *Journal of Development Economics*, 9, 43-64.
- Schmidt, P. y Sickles, R. (1984). "Production frontier and panel data". *Journal of Business and Economic Statistics*, 4, 367-374.
- Seiford, L.M y R.M Thrall (1990). "Recent Developments in DEA: the Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis". *Journal of Econometrics*, 4, 7-38.
- Simar, Leopold y Wilson, Paul W., (2002). "Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models". *Management Science*, 44, 49-61.
- Stevenson, R. (1980). "Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation". *Journal of Econometrics*, 13, 57-66.
- Tulkens, H. (1993). "On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts, and Urban Transit". *Journal of Productive Analysis*, 4, 183-211.
- Vanden Eeckaut P., Tulkens, H. y Jamar, M. (1993). "Cost efficiency in Belgian municipalities". In Fried, H., Lovell, C. y Schmidt, S. *The Measurement of Productive Efficiency*. Oxford University Press.