

# La estabilidad de las entidades económicas

*José Alejandro Gutiérrez Fernández\**

## **Introducción**

En este artículo se presenta un modelo para el análisis de las entidades económicas, definiéndolas como un conjunto de elementos relacionados entre sí con el objetivo de realizar una actividad económica determinada. El trabajo consta de tres apartados, en el primero se analizan a través de gráficas y formulas, las entidades; en el segundo se aborda la cuestión de la estabilidad financiera; la estabilidad económica es objeto del tercer apartado y, finalmente se realizan las conclusiones.

## **1. Las entidades**

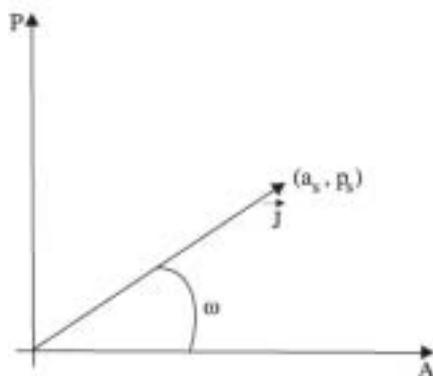
El modelo se basa en el concepto de entidades económicas y en los elementos que las forman. Este conjunto de elementos se encuentra separado del medio exterior por las fronteras. Los activos (A) son los bienes que posee la entidad mientras que los pasivos (P) son los bienes que debe, ambos son propiedades observables de la entidad y pueden considerarse parámetros de estado. Los ingresos (I) y los gastos (G) son flujos de bienes que pasan por las fronteras de la entidad, los cuales incrementan o disminuyen los activos y pasivos.<sup>1</sup> Con los activos y los pasivos es posi-

\* Deseo agradecer a los doctores. J. Fleites, A. Cabo y R. Franco por la ayuda proporcionada en las discusiones sobre el tema.

<sup>1</sup> Finney (1953).

ble construir un sistema de coordenadas ortogonales como está representado en la Gráfica 1, cada punto en el plano P vs A es un estado de la entidad y el conjunto de todos los puntos del plano forman el espacio de estados de la entidad.<sup>2</sup>

**Gráfica 1**  
**Sistema de coordenadas P vs A**



En la Gráfica 1 se representa el estado S el cual tiene las coordenadas  $(a_s, p_s)$  y el vector de estado<sup>3</sup> J, el cual está determinado por:

$$J = |J| \cdot e^{j\omega}$$

Donde:

$$|J| = \sqrt{a^2 + p^2}$$

el ángulo de endeudamiento  $\omega = \arctan \frac{p}{a}$

En el plano P vs A se encuentran todos los estados posibles en los cuales puede encontrarse la entidad económica, los cuales forman el conjunto  $\Sigma = \{(a_i, p_i)\}$

<sup>2</sup> Aramanovich (1965).

<sup>3</sup> Aramanovich (1965).

Es conocido que el patrimonio de la entidad ( $c$ ) es calculado por la fórmula siguiente.<sup>4</sup>

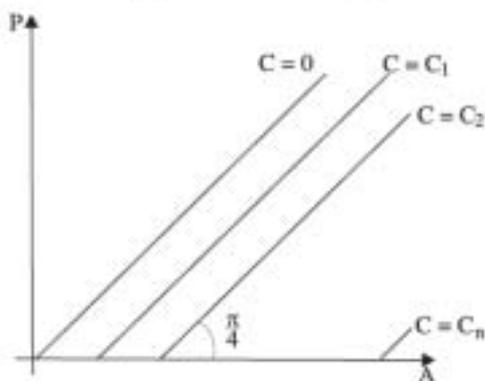
$$c = a - p \quad (1)$$

La fórmula 1 es la ecuación del campo de patrimonio en el sistema de coordenadas  $P$  vs  $A$ , en esta ecuación:

- 1) Si  $a = 0$  entonces  $c = -p$
- 2) Si  $p = 0$  entonces  $c = a$

Si  $c = \text{constante}$ , la línea de isopatrimonio es una línea con pendiente  $\pi/4$ , tal como está representada en la Gráfica 2. El patrimonio se incrementa con el desplazamiento hacia la derecha. Esto es  $c_n > \dots > c_2 > c_1 > c_0$ .

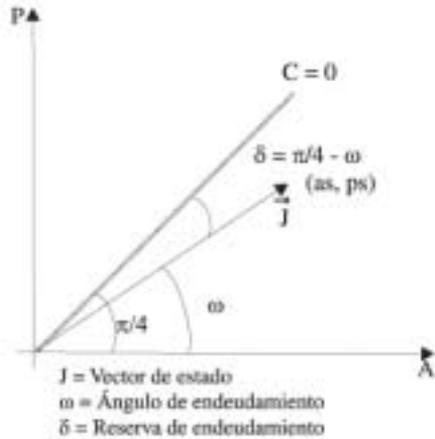
**Gráfica 2**  
**Líneas de isopatrimonio en el plano  $P$  vs  $A$**



El endeudamiento ( $E$ ) de las entidades económicas, en un estado dado, se determina por la relación entre sus pasivos ( $p_s$ ) y sus activos ( $a_s$ ). En la Gráfica 3, en el plano  $P$  vs  $A$  se representan el vector de estado ( $J$ ) y la frontera de endeudamiento la cual es la línea de patrimonio igual a cero ( $a_s = p_s$ ), los estados que se encuentran en esta línea tienen endeudamiento igual uno, por encima de ella se encuentran los estados con endeudamiento mayor que uno ( $a_s < p_s$ ) o sea con  $c < 0$ .

<sup>4</sup> Finney (1953).

**Gráfica 3**  
**Algunas propiedades geométricas en el plano P vs A**



En la Gráfica 3, puede apreciarse que si el endeudamiento ( $\tan \omega$ ) de la entidad disminuye, el complemento de  $\omega$  a  $\pi/4$  aumenta, por lo que he considerado que la distancia angular entre el estado de la entidad y la frontera de endeudamiento es la reserva de endeudamiento ( $\delta$  [%]), la cual se calcula en por ciento a través de la fórmula siguiente:

$$\delta[\%] = 1 - 4 (\omega/\pi) \times 100 \quad (2)$$

En la Gráfica 4 están representadas las dos regiones en que la frontera de endeudamiento divide al espacio de estados. Por debajo de la frontera de endeudamiento se encuentran los estados para los cuales los activos son mayores que los pasivos, el patrimonio es mayor que cero y la reserva de endeudamiento es mayor que cero; esta región es la región con endeudamiento menor que uno ( $E < 1$ ), por encima de la frontera de endeudamiento se encuentra la región de los estados en los cuales los activos son menores que los pasivos, el patrimonio es menor que cero y la reserva de endeudamiento es menor que cero, esta es la región con endeudamiento mayor que uno ( $E > 1$ ).

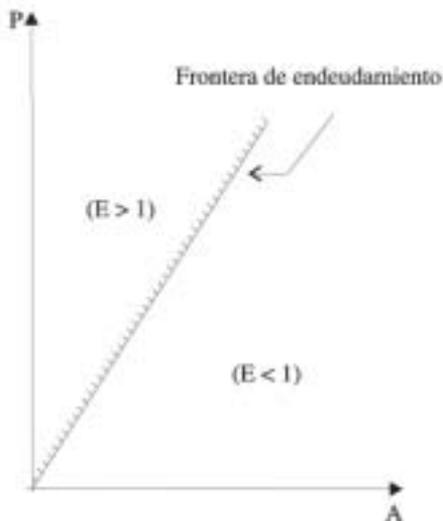
## 2. Estabilidad financiera

La entidad económica es un sistema complejo. En los sistemas complejos, usualmente se define la estabilidad definiendo que un parámetro (o un grupo de paráme-

<sup>5</sup> Buslenco (1973).

tros) se mantengan dentro de determinados límites.<sup>5</sup> Para evaluar la estabilidad de la entidad económica es necesario considerar tanto su estabilidad estática,<sup>6</sup> como su estabilidad dinámica. La primera depende de la posición de la entidad económica en un instante de tiempo dado en el plano  $P$  vs  $A$ . Es posible definir que la entidad económica es estáticamente estable si con los bienes que posee puede pagar sus deudas ( $a \oplus p$ ), el hecho de que lo pueda hacer, es una característica financiera de la entidad, por lo que la estabilidad estática se corresponde con la estabilidad financiera de la entidad económica. He definido que una entidad económica es estáticamente estable (estabilidad financiera) si su reserva de estabilidad es mayor que cero. Con relación a esa estabilidad se ha demostrado un cuerpo de problemas que, por otra parte, no son el objeto del presente trabajo.

**Gráfica 4**  
**Frontera de endeudamiento en el plano  $P$  vs  $A$**



### 3. Estabilidad económica

Ahora se analizará el paso de la entidad económica de un estado a otro, para lo cual se definen los conceptos de ingreso, gasto y utilidad, para nuestro análisis los conceptos anteriores serán analizados como variables complejas.<sup>7</sup>

<sup>6</sup> Anisimova (1970).

<sup>7</sup> Aramanovich (1965).

### 3.1 Ingreso

El ingreso siempre incrementa el activo y puede incrementar el pasivo. Cuando es obtenido por un préstamo incrementa el activo en la misma cantidad en que incrementa el pasivo. En este caso, el ángulo del ingreso aparente ( $\theta$ ), es  $\pi/4$ , así:

$$I = I_A + j I_P \quad (3)$$

Donde:

$I$  ... Ingreso aparente

$I_A$  ... Ingreso activo

$I_P$  ... Ingreso pasivo.

En forma exponencial:

$$I = |I| e^{j\theta} \quad (4)$$

Donde:

$|I| = \sqrt{I_A^2 + I_P^2}$  ≡ Módulo del ingreso aparente.

$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{I_P}{I_A} \right)$  ≡ Ángulo entre el ingreso aparente ( $I$ ) y el ingreso activo ( $I_A$ ).

### 3.2 Gasto

El gasto disminuye siempre el activo y puede hacer lo mismo con el pasivo. Cuando se realiza para pagar un crédito, disminuye el activo en la misma cantidad que el pasivo, en este caso el ángulo del gasto aparente ( $\gamma$ ) es  $\pi/4$ , así:

$$G = G_A + j G_P \quad (5)$$

Donde:

$G$  ... Gasto aparente

$G_A$  ... Gasto activo

$G_P$  ... Gasto pasivo.

El gasto, como vector, tiene sentido contrario al ingreso:

$$\begin{aligned}
 G &= |G| \circ e^{j\pi} \circ e^{j\gamma} \\
 e^{j\pi} &= -1 \\
 G &= -|G| \circ e^{j\gamma}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Donde:

$$|G| = \sqrt{G_A^2 + G_P^2} \equiv \text{Módulo del gasto aparente}$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left( \frac{G_P}{G_A} \right) \dots \text{Ángulo entre el gasto aparente (G) y el gasto activo (G}_A\text{)}.$$

### 3.3 Utilidad

La utilidad es la diferencia entre el ingreso y el gasto, así:

$$\begin{aligned}
 U &= I - G \\
 U &= U_A + j U_P
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Donde:

U ... Utilidad aparente

U<sub>A</sub> ... Utilidad activa

U<sub>P</sub> ... Utilidad pasiva.

En forma exponencial:

$$U = |U| \circ e^{j\mu} \tag{8}$$

Donde:

$$|U| = \sqrt{U_A^2 + U_P^2} \equiv \text{Módulo de la utilidad aparente}$$

$$\mu = \tan^{-1} \left( \frac{U_P}{U_A} \right) \dots \text{Ángulo entre la utilidad aparente (U) y la utilidad activa (U}_A\text{)}.$$

### 3.4 Definiciones

La estabilidad dinámica de la entidad económica se encuentra dada por la estabilidad de su movimiento durante el cambio de estado en el plano P vs A, la entidad sólo puede cambiar de estado si tiene utilidades en sus operaciones. De esta forma, el movimiento de la entidad económica es dinámicamente estable si durante sus

operaciones obtiene utilidades mayores que cero, como la obtención de utilidades depende del movimiento económico de la empresa, es posible decir que la estabilidad económica de la entidad corresponde con su estabilidad dinámica. Basado en lo anterior es posible dar la definición siguiente:

Definición 1: una entidad es estable desde el punto de vista económico si durante sus operaciones obtiene utilidades mayores que cero.

La anterior es la definición de la estabilidad económica, sin embargo, en la vida real está demostrado que con el incremento de la cantidad de clientes o proveedores, la posibilidad de que la entidad pueda continuar las operaciones aumenta. Así, es posible afirmar que si una entidad posee cien clientes es mucho más estable en sus operaciones que si tiene uno, ello debido a que si en el primer caso, la entidad pierde un cliente, aún le quedan 99 para continuarlas; sin embargo, en el segundo caso, si pierde un cliente los pierde todos y no podrá continuar sus operaciones. Lo anterior nos hace pensar que la estabilidad económica también depende de la cantidad de operaciones diferentes (con diferentes clientes o con diferentes proveedores o contratos, etc.) que realice la entidad durante el cambio de estado. Para analizar esta influencia es necesario dar las siguientes definiciones:

a) Dimensión: es toda esfera de actividades de la entidad, en la cual puede realizar un movimiento, por ejemplo, cada cliente puede ser considerado una dimensión. La cantidad de dimensiones se representa por la letra M.

b) Restricción: es la limitación impuesta al movimiento de la entidad en una dimensión, o sea, una restricción impuesta en una dimensión impide el movimiento de la entidad, por ejemplo, una decisión que impida comerciar con un cliente constituye una restricción. Las restricciones pueden ser impuestas a la entidad por fuentes externas o por sí misma. La cantidad de restricciones se representa por la letra L.

c) Grados de libertad: es la cantidad de dimensiones en las cuales la entidad puede moverse realmente en un instante de tiempo dado, es la diferencia entre la cantidad de dimensiones y la cantidad de restricciones:  $N = M - L$ .

### 3.5 Teorema sobre la estabilidad económica

La estabilidad económica de una entidad se evalúa por la ecuación:

$$H = \sum_{k=1}^N \ln \frac{g_k}{i_k}$$

Donde:

$N$  ... Cantidad de grados de libertad  $k$

$g_k$  ... Gastos en el grado de libertad  $k$

$i_k$  ... Ingresos en el grado de libertad  $k$ .

Lo anterior ocurre bajo la condición de que los gastos e ingresos que concurren en una dimensión sean independientes de los del resto de las dimensiones.

Demostración:

Supongamos que la entidad económica, en el instante de tiempo  $t_1$ , se encuentra en el estado inicial  $S_1$ , a partir de este se obtienen ingresos y se incurre en gastos hasta llegar al estado final  $S_2$  en el instante de tiempo  $t_2$ , en forma vectorial, el vector de estado correspondiente al estado final se determina por:

$$J_2 = J_1 + I(t) - G(t - \tau)$$

En la ecuación anterior se ha introducido el desplazamiento en el tiempo  $\tau$ , debido a que se ha considerado que durante sus operaciones la entidad primero gasta y luego ingresa, aunque es posible considerar lo contrario. Esta suposición es aceptable debido a que en el sistema de contabilidad de la entidad, es muy poco probable que al mismo tiempo se asiente un gasto y un ingreso en la misma cuenta. El desplazamiento en el tiempo entre los gastos y los ingresos implica que cuando ocurre un gasto los ingresos se mantienen constantes, y que cuando ocurre un ingreso los gastos se mantienen constantes.

Agrupando en ambos miembros de la ecuación anterior:

$$J_2 - J_1 = I(t) - G(t - \tau)$$

Si  $(J_2 - J_1) \neq 0$  ocurre que:

$$dJ(t) = I(t) - G(t - \tau) \quad (9)$$

Como los gastos y los ingresos no son simultáneos es posible dividir el proceso en dos procesos independientes:

- 1) El proceso de ingreso.
- 2) El proceso de gasto.

Con esta suposición de hecho se considera el retardo y  $\tau$  se elimina de la ecuación.

Durante el proceso de ingreso  $G(t) = 0$  y la ecuación 9 se transforma en:

$$d J(t) = I(t) \quad (10)$$

Durante el proceso de gasto  $I(t) = 0$  y la ecuación 9 se transforma en:

$$d J(t) = - G(t) \quad (11)$$

Las ecuaciones 10 y 11 forman el sistema (I) el cual describe completamente el proceso:

$$\begin{aligned} \text{a) } d J(t) &= I(t); & G(t) &= 0 \\ \text{b) } d J(t) &= - G(t); & I(t) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{I})$$

En el sistema de ecuaciones (I) las variables corresponden a los ingresos y gastos totales de la entidad, pero si se considera el movimiento sólo en la dimensión  $k$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{a) } d J(t) &= i_k(t); & G(t) &= 0 \\ \text{b) } d J(t) &= - g_k(t); & I(t) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II})$$

Considerando que la variación del vector de estado siempre es una fracción  $\tau$  de la velocidad de variación de los ingresos, se obtiene la fórmula:

$$d J(t) = \lambda_{ik}(t) \propto \frac{di_k(t)}{dt}$$

Sustituyendo y operando en la ecuación a) de (I) obtenemos:

$$\frac{di_k(t)}{i_k(t)} = \frac{1}{\lambda_{ik}(t)} \cdot dt$$

Integrando:

$$\ln i_k(t) = F_k(t) + C$$

Considerando como condiciones iniciales (para el instante  $t = 0$ ):

$$i_k(0) = i_{k0}$$

$$F(0) = 0$$

se obtiene:

$$C = \ln i_{k0}$$

y:

$$\ln i_k(t) - \ln i_{k0} = F_k(t) \quad (12)$$

En el proceso de gasto, en el cual  $i_k(t) = 0$  y siguiendo el mismo procedimiento se obtiene:

$$\ln g_k(t) = Q_k(t) + \ln g_{0k} \quad (13)$$

Restando 12 de 13:

$$\Delta H_k(t) = [\ln g_k(t) - \ln i_k(t)] - [\ln g_{0k} - \ln i_{0k}] = Q_k(t) - F_k(t)$$

así:

$$\Delta H_k(t) = \ln \left( \frac{g_k(t)}{i_k(t)} \right) - \ln \left( \frac{g_{0k}}{i_{0k}} \right) \quad (14)$$

Donde:

$i_k(t)$  ... Valor de los ingresos en el grado de libertad  $k$  en el instante de tiempo  $t$

$g_k(t)$  ... Valor de los gastos en el grado de libertad  $k$  en el instante de tiempo  $t$

$i_{0k}$  ... Valor de los ingresos en el grado de libertad  $k$  en el instante de tiempo  $t = 0$

$g_{0k}$  ... Valor de los gastos en el grado de libertad  $k$  en el instante de tiempo  $t = 0$ .

En la ecuación 14 se observa que  $\Delta H_k(t)$  es calculado con respecto a un valor de referencia en el instante inicial  $t = 0$ , si en ese instante consideramos que  $i_{0k} = g_{0k}$  entonces  $H_{0k} = 0$  y:

$$\Delta H_k(t) = H_k(t)$$

obteniéndose:

$$H_k(t) = H_k(t) \quad (15)$$

referida a un estado inicial  $i_{0k} = g_{0k}$  y  $H_{0k} = 0$ .  
Para todas las  $M$  dimensiones:

$$H(t) = \sum_{k=1}^M \ln \left( \frac{g_k(t)}{i_k(t)} \right) \quad (16)$$

Donde:  $i_k(t)$  y  $g_k(t)$  son variables complejas, así:

$$H(t) = \sum_{k=1}^M \ln \left( \frac{|g_k(t)|}{|i_k(t)|} \right) \cdot e^{j(\gamma_k - \theta_k)} \quad (17)$$

también:

$$H(t) = \sum_{k=1}^M \ln \left( \frac{|g_k(t)|}{|i_k(t)|} \right) + j \sum_{k=1}^M [\gamma_k(t) - \theta_k(t)] \quad (18)$$

De acuerdo con la definición de estabilidad económica, la entidad es estable económicamente si las utilidades son mayores que cero. En la ecuación 17, cuando las utilidades son mayores que cero (la entidad es estable), la parte real de  $H(t)$  es negativa, y la entidad es económicamente inestable cuando las utilidades son menores que cero y la parte real de  $H(t)$  es positiva. Cuando las utilidades son cero,  $H(t)$  es igual a uno y la entidad está en la frontera de estabilidad económica. Así, es posible afirmar que la ecuación 17 permite evaluar la estabilidad económica de la entidad. En la ecuación 17  $H(t)$  también depende de la cantidad de dimensiones ( $M$ ). La ecuación indica que la estabilidad económica no depende de la magnitud de las utilidades, pero si del inverso del beneficio obtenido por cada unidad monetaria invertida en cada dimensión, y de la cantidad de dimensiones.

Pero:

$$M = N + L$$

sustituyendo en 16:

$$H(t) = \sum_{k=1}^N \ln \left( \frac{g_k(t)}{i_k(t)} \right) + \sum_{l=1}^L \ln \left( \frac{g_l(t)}{i_l(t)} \right) \quad (19)$$

Donde:

$$H_N(t) = \sum_{k=1}^N \ln \left( \frac{g_k(t)}{i_k(t)} \right) \equiv \text{Valora la estabilidad económica de la entidad.}$$

$$H_L(t) = \sum_{l=1}^L \ln \left( \frac{g_l(t)}{i_l(t)} \right) \equiv \text{Valora la pérdida de estabilidad económica de la entidad.}$$

$$H(t) = H_N(t) + H_L(t)$$

Al igual que en 17:

$$H(t) = \sum_{k=1}^N \ln \left| \frac{g_k(t)}{i_k(t)} \right| + \sum_{l=1}^L \ln \left| \frac{g_l(t)}{i_l(t)} \right| + j \left\{ \sum_{k=1}^N [y_k(t) - \theta_k(t)] + \sum_{l=1}^L [y_l(t) - \theta_l(t)] \right\}$$

Ha sido demostrado el teorema.

Como ya conocemos que los ingresos, los gastos y  $H(t)$  son funciones del tiempo, en las ecuaciones suprimiremos la variable  $t$ . También operaremos con la parte real de  $H$  debido a que su parte imaginaria sólo influye en la estabilidad financiera de la entidad, lo cual no es objeto de estudio de este trabajo.

Ahora estudiaremos dos casos particulares, el primero, cuando los gastos y los ingresos se distribuyen uniformemente y el segundo, cuando los gastos y los ingresos se distribuyen de acuerdo a la ley de Pareto.<sup>8</sup>

### 3.5.1 Primer caso: los gastos y los ingresos se distribuyen uniformemente

En tal caso, con  $i_k = \bar{i} = I/M$  y  $g_k = \bar{g} = G/M$  se cumple la relación  $g_k / i_k = \bar{g} / \bar{i} = G / I$  para todas las dimensiones, de la ecuación 16 se obtiene:

<sup>8</sup> Cramer (1970) y Koroliuk (1981).

$$H = \sum_{k=1}^M \ln\left(\frac{G}{I}\right)$$

y:

$$H = M \ln\left(\frac{G}{I}\right) \quad (20)$$

Como  $M = N + L$ :

$$H = N \ln\left(\frac{G}{I}\right) + L \ln\left(\frac{G}{I}\right) \quad (20a)$$

Donde:

$H_N = N \ln\left(\frac{G}{I}\right) \equiv$  Estabilidad económica de la entidad cuando los gastos y los ingresos se distribuyen uniformemente.

$H_L = L \ln\left(\frac{G}{I}\right) \equiv$  Pérdida de la estabilidad económica de la entidad cuando los gastos y los ingresos se distribuyen uniformemente.

En la ecuación 20 se aprecia que tanto la estabilidad económica como la pérdida de estabilidad, cuando los ingresos y los gastos se distribuyen uniformemente, dependen de la relación entre los gastos y los ingresos, así como en el primer caso de la cantidad de grados de libertad que posee la entidad y en el segundo de la cantidad de restricciones.

### 3.5.2 Segundo caso: los ingresos y los gastos se distribuyen según la *Ley de Pareto*

Una variable aleatoria  $v$  está distribuida, según Pareto con parámetros  $(x_0, \rho)$  con  $x_0 > 0$  y  $\rho > 0$  si:

$$f(x) = \begin{cases} a) & \rho x_0^\rho x^{(\rho+1)}, \forall x > 0 \\ b) & 0, \forall x < 0 \end{cases} \quad (21)$$

El momento de primer orden es:

$$M(v) = \left[ \frac{\rho}{\rho-1} \right] x_0, \forall \rho > 1 \quad (22)$$

Como los ingresos y los gastos se distribuyen según Pareto, asumimos que el inicio del intervalo de definición de  $x$  en (a) es  $x_0 = 1$  y sustituyendo en 21 se obtiene:

$$f(x) = \begin{cases} a) & \rho x^{(\rho+1)}, \forall x > 1 \\ b) & 0, \forall x \leq 1 \end{cases} \quad (23)$$

La cual corresponde a la distribución potencial con parámetro  $\rho$  truncada en  $x = 1$ . De la ecuación 22 se obtiene:

$$\rho = \left[ \frac{M(v)}{M(v)-1} \right] \quad (24)$$

Considerando que  $v = \sum_{k=1}^M v_k$  y que  $\Delta x$  es el ancho del intervalo de clase, entonces el valor de  $v_k$  en la dimensión  $x_k$  es:

$$v_k = v \circ f(x_k) \circ \Delta x$$

Como  $\Delta x = 1$ :

$$v_k = v \circ f(x_k) \quad (25)$$

Para los gastos, las ecuaciones anteriores adquieren la forma:

$$f_g(x) = \begin{cases} a) & \rho_g x^{(\rho_g + 1)}, \forall x > 1 \\ b) & 0, \forall x \leq 1 \end{cases} \quad (26)$$

De la ecuación 24 se obtiene:

$$\rho_g = \left[ \frac{M(g)}{M(g)-1} \right] \quad (27)$$

Como  $G = \sum_{k=1}^M g_k$  sustituyendo en 25 se obtiene:

$$g_k = G \circ f(X_k) \quad (28)$$

Sustituyendo  $f(x_k)$  en 28 se obtiene:

$$g_k = G \circ \rho_g x^{(\rho_g - 1)} \quad (29)$$

Realizando el mismo razonamiento para los ingresos:

$$f_i(x) = \begin{cases} a) & \rho_i x^{(\rho_i + 1)}, \forall x > 1 \\ b) & 0, \forall x < 1 \end{cases} \quad (26a)$$

$$\rho_i = \left[ \frac{M(i)}{M(i)-1} \right] \quad (27a)$$

$$i_k = I \circ \rho_i x^{(\rho_i - 1)} \quad (29a)$$

Sustituyendo 29 y 29a en 16:

$$H = \sum_{k=1}^M \ln \left( \frac{G \cdot \rho_g x^{(\rho_g - 1)}}{I \cdot \rho_i x^{(\rho_i - 1)}} \right)$$

Sustituyendo los valores de  $\rho$  por 27 y 27a en la ecuación anterior:

$$H = \sum_{k=1}^M \ln \left( \frac{G \cdot \left[ \frac{M(g)}{M(g)-1} \right]}{I \cdot \left[ \frac{M(i)}{M(i)-1} \right]} \cdot X^{\left( \frac{M(g)}{M(g)-1} - \frac{M(i)}{M(i)-1} \right)} \right)$$

En la vida real, para los gastos y los ingresos  $M(v) \gg 1$ , entonces:

$$\frac{\left[ \frac{M(g)}{M(g)-1} \right]}{\left[ \frac{M(i)}{M(i)-1} \right]} \rightarrow 1 \text{ y } (\rho_g - \rho_i) \rightarrow 0, \text{ así:}$$

$$H = \sum_{k=1}^M \ln \left( \frac{G}{I} \right)$$

entonces:

$$H = M \ln \left( \frac{G}{I} \right) \quad (30)$$

y:

$$H = N \ln \left( \frac{G}{I} \right) + L \ln \left( \frac{G}{I} \right)$$

## Conclusiones

Fue demostrado el teorema sobre la estabilidad económica. Las ecuaciones 20 y 30 son equivalentes, o sea,  $H$  puede ser evaluada por la misma ecuación, independientemente si se consideran que los gastos y los ingresos se distribuyen uniformemente o de acuerdo a la *Ley de Pareto*.

$H_N(t)$  permite evaluar lo acertada (de acuerdo a la estabilidad económica) de la recomendación de Samuelson a los inversionistas en tiempos de crisis: “Diversificarse al máximo, limitar el movimiento, mantener al mínimo los honorarios” (1981), mientras que  $H_L(t)$  es una forma de evaluar la afirmación: “[...] un sistema con muchas restricciones es un sistema muy inestable [...]” ya que mientras mayores restricciones contenga el sistema, mayor es la pérdida de estabilidad. Las ecuaciones obtenidas para los casos particulares cuando los ingresos y los gastos se distribuyen ya sean según Pareto o uniformemente son sencillas y pueden emplearse en la práctica.

### Referencias bibliográficas

- Anisimova, N. D. *et al.* (1970). *Cálculos de estabilidad de sistemas eléctricos automatizados*, Moscú: MIR.
- Aramanovich, I. G. *et al.* (1965). *Funciones de variable compleja, cálculo operacional y teoría de la estabilidad*, Moscú: Nauka.
- Buslenco, N. P. (1973). *Lecciones sobre la teoría de los sistemas complejos*, Moscú: ed. Radio soviético.
- Cramer, H. (1970). *Elementos de la teoría de probabilidades*, Madrid: Aguilar.
- Director, S. W. *et al.* (1974). *Introducción a la teoría de sistemas*, Moscú: Mir.
- Finney, H. A. (1953). *Curso de contabilidad*, México: UTEHA.
- Koroliuk, V. S. (1981). *Manual de la teoría de probabilidades y estadística matemática*, Moscú: Mir.
- Samuelson, P. (1981). *Economía con sinceridad: ahí está...*, México: Laser Press.